0. О курсу Геометрија 2

Материјали са предавања, **све информације** о курсу, обавештења и **термини за полагање** усменог дела биће објављивани на страници предмета, на сајту:

www.matf.bg.ac.rs/∼mira

Imejl:

mira @ matf.bg.ac.rs

Konsultacije po dogovoru, u webex sobi

- Начин полагања
- Признају се поени са делова усмених из ранијих година и са писмених (и из 2020/2021) са бар 37% $\approx 11/30$
- Испитна питања ће бити незнатно ажурирана (редукован садржај), слајдови ће бити доступни на сајту

Индуктивни метод је начин закључивања у ком до закључка долазимо на основу низа појединачних примера.
Најчешће не можемо проверити све случајеве, па може довести и до погрешних закључака.

Дедуктивни метод је начин закључивања у коме се доказивањем добија општи закључак. У њему се нови појмови **дефинишу** преко већ познатих појмова, а тврђења **доказују** помоћу већ доказаних тврђења методама математичке логике.

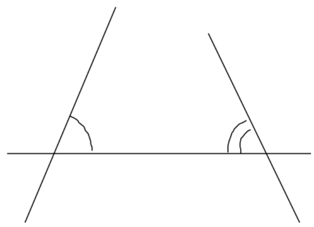
Неопходно је, ипак, да неки појмови и нека тврђења буду почетна, иначе бисмо започели бесконачну процедуру регресије.

Почетне појмове, који нису дефинисани, називамо **основним** или **недефинисаним** појмовима.
Почетна тврђења, која "не доказујемо", већ претпостављамо њихову истинитост, називамо **аксиомама** те теорије.

Својства која једна аксиоматска теорија може имати:
- **непротивречност**: није могуће да се у тој теорији докажу и став τ и став $\neg\tau$;
-**потпуност**: за сваки став τ те теорије може се доказати да важи τ или да важи $\neg\tau$;
-**независност аксиома**: ни једна аксиома се не може доказати из осталих.

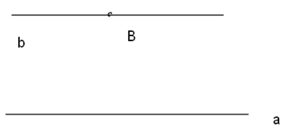
На овом курсу бавићемо се аксиоматским заснивањем еуклидске и хиперболичке геометрије.
Први покушаји дедуктивног заснивања геометрије датирају још средином 5. века п.н.е.
300. године п.н.е. **Еуклид** је написао **Елементе**, 13 књига у којима су поступно изведена основна геометријска знања тог времена.
Основни ставови су били подељени на аксиоме и постулате.
Нпр. први постулат је гласио:
"Претпоставимо да се од сваке тачке ка свакој другој може повући права линија", данашњим речником "за сваке две тачке постоји права која их садржи".

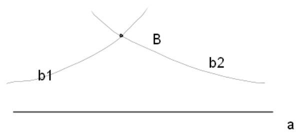
Пети Еуклидов постулат:
"Претпоставимо да ако једна права у пресеку са другим двема правама образује са исте стране два унутрашња угла чији је збир мањи од два права угла, те две праве, бескрајно продужене ће се сећи и то са оне стране са које су ови углови".



Због компликованог исказа 5. Еуклидов постулат је изазивао подозрење, многи су сматрали да се он може извести из осталих аксиома и постулата.

Уколико прихватимо остале ставове, тврђење еквивалентно 5. Еуклидовом постулату је Плејферова аксиома. У мало слободнијој интерпретацији:





"У равни одређеној тачком B и правом a која је не садржи, постоји тачно једна права b која садржи B и нема заједничких тачака са a".
У школи смо за праве a и b говорили да су паралелне.
У 19. веку је доказана независност 5. Еуклидовог постулата од осталих аксиома. То су независно један од другог показали Јанош Бољај и Николај Лобачевски. Кренули су од тврђења Плејферове аксиоме и претпоставили супротно. Међутим, уместо да дођу до контрадикције, изградили су до тада непознату геометрију која се назива **хиперболичка**, односно геометрија **Бољај-Лобачевског**.

Ако неки скуп објеката (математичких или не) и релације међу њима задовољавају аксиоме једне теорије, онда је тај скуп објеката **модел** те теорије.
Уколико постоји модел за дату теорију онда је она очигледно непротивречна. Такође, свака теорема те теорије важи у сваком моделу те теорије.

Први потпун систем аксиома еуклидске (хиперболичке) геометрије дао је Хилберт 1899. године. Ми ћемо у овом курсу користити врло сличан систем аксиома.
При том, дуго нећемо моћи да уведемо појам паралелности!

Основни појмови:
1. Непразан скуп $\mathcal{S}$, простор, чије елементе називамо **тачкама**.
2. Класа поскупова $\mathcal{L}$ простора, које називамо **правама**.
3. Класа поскупова $\mathcal{P}$ простора, које називамо **равнима**.
4. Две релације дужина 3 и 4 на скупу $\mathcal{S}$, које означавамо са $\mathcal{B}$ и $\mathcal{C}$.

Дефиниција

Непразан скуп тачака је **лик** или **фигура**. Тачке које припадају једној правој су **колинеарне**, а тачке, праве или друге фигуре које припадају једној равни су **ко(м)планарне**. Две некомпланарне праве су **мимоилазне**. Праве које садрже исту тачку су **конкурентне**, а равни које садрже исту праву су **коаксијалне**.

Водимо рачуна: не можемо појам мимоилазних правих дефинисати користећи појам паралелности!