

Докторске студије

Студијски програм *Геометрија*

Циљеви: Оспособљавање студента за развој и примену научних и стручних достигнућа из области теоријске математике, сагледавање примена и оспособљавање за креативан рад

Врста студија: Докторске академске студије

Исход процеса учења: Оспособљавање студента за даље усавршавање и самостални научни и стручни рад

Академски назив: Доктор математике

Услови за упис Завршене студије другог степена из области математике

Начин извођења 3 године у 6 семестара од по 15 седмица

Начин избора предмета из других студијских програма:
У оквиру овог студијског програма, студент може највише два изборна предмета заменити предметима са других студијских програма трећег степена који се изводе на Математичком факултету

Услови за прелазак са других студијских програма:
Студент треба да има одговарајући број положених испита који одговарају испитима из овог студијског програма, односно да оствари потребан број ЕСПБ бодова.

Листа А – обавезни предмети

	пред. веж.	мент. рад	ЕСПБ бодови
Групе у геометрији	6	0	14
Риманова геометрија	6	0	14

Листа Б – изборни предмети, студент бира 3 предмета

Нееуклидске геометрије	3	0	7	15
Правилни политопи	3	0	7	15
Геометрија дискретних група	3	0	7	15
Диференцијална геометрија	3	0	7	15
Лијеве групе	3	0	7	15
Комплексне многострукости	3	0	7	15
Кривина и хомологија	3	0	7	15
Алгебарска топологија	3	0	7	15
Анализа на многострукостима	3	0	7	15
Репрезентације коначних група	3	0	7	15
Спектрална геометрија	3	0	7	15
Суперсиметрије	3	0	7	15
Морсова теорија	3	0	7	15
Геометријска кристалографија	3	0	7	15
Диференцијална топологија	3	0	7	15
Теорија релативности	3	0	7	15
Теорија подмногострукости	3	0	7	15
Стохастичка диференцијална геометрија	3	0	7	15
Симплектичка геометрија	3	0	7	15
Репрезентације Лијевих група и алгебри	3	0	7	15
Примене диференцијалне геометрије у индустрији	3	0	7	15
Поасонове структуре, Хопфове алгебре и квантизација	3	0	7	15
Модули простори	3	0	7	15
Хомогени простори	3	0	7	15
Групе трансформација	3	0	7	15
Групе симетрија	3	0	7	15
Геометријско моделовање у индустрији и дизајну	3	0	7	15
Геометријски алгоритми	3	0	7	15
Геометрија у информатици	3	0	7	15
Геометрија и визуелизација	3	0	7	15
Дискретна диференцијална геометрија	3	0	7	15
Диференцијално геометријске методе у статистици	3	0	7	15
Диференцијална геометрија векторских раслојења	3	0	7	15
Предмети других студијских програма докторских студија (највише 2)				

Специјални курс – бира се у договору са ментором из области из које је дисертација

	3	0	7	15
Израда дисертације (у два семестра)	0	0	20	60

Садржај предмета

ГРУПЕ У ГЕОМЕТРИЈИ

Фонд

6+0+14

30 ЕСПБ бодова

Садржај:

УВОД. Диференцијабилне многострукости. Лијеве (Lie) групе и алгебре. Експоненцијално пресликавање. Подгрупе Лијеве групе. Тополошке групе и хомогени простори.

ЛИЈЕВЕ ГРУПЕ И АЛГЕБРЕ. Абелове (Abel) Лијеве групе. Наткривања. Хомоморфизми. Линеарне групе. Аутоморфизми. Репрезентације Лијевих група и алгебри.

РИМАНОВА (Riemann) МЕТРИКА НА ЛИЈЕВОЈ ГРУПИ. Риманова геометрија. Лево инваријантне и биинваријантне метрике на Лијевој групи. Килингова (Killing) форма.

КОМПАКТНЕ И КОМПЛЕКСНЕ ЛИЈЕВЕ ГРУПЕ. Коваријантна тензорска поља на Лијевој групи. Запреминска форма. Компактне Лијеве групе. Полупросте Лијеве групе и алгебре. Комплексне Лијеве групе. Метрика.

КЛАСИФИКАЦИЈА КОМПЛЕКСНИХ ПОЛУПРОСТИХ ЛИЈЕВИХ АЛГЕБРИ. Картанова (Cartan) подалгебра. Рефлексије и системи корена. Веулова (Weyl) група. Прости корени и база система корена.

СТРУКТУРА ПОЛУПРОСТИХ ЛИЈЕВИХ АЛГЕБРИ. Лијева заграда и корени. Реалне форме комплексних полупростих Лијевих алгебри. Класификација комплексних полупростих Лијевих алгебри.

Литература:

Alfred Gray, *Lie groups*, 1993, скрипта.

A. W. Knap, 1988, *Lie groups, Lie Algebras and Cohomology*, Mathematical Notes 34, Princeton University Press.

РИМАНОВА ГЕОМЕТРИЈА

Фонд 6+0+14

30 ЕСПБ бодова

Садржај:

УВОД. Теореме о инверзној и имплицитној функцији. Диференцијабилне многострукости. Потапања и смештања. Оријентација. Векторска поља. Топологија многострукости. Витнијева (Whitney) и Сардова (Sard) теорема.

РИМАНОВА МЕТРИКА. Риманова (Riemann) многострукост. Изометрије. Лево инваријантне и биинваријантне метрике. Векторска поља дуж криве. Егзистенција Риманове метрике. Запремински елемент.

АФИНЕ И РИМАНОВЕ ПОВЕЗАНОСТИ. Афина повезаност. Коваријантни извод. Паралелно померање векторских поља. Риманова повезаност. Торзија. Симетричне повезаности. Леви-Ћивита (Levi-Civita) повезаност. Кристофелови (Cristoffel) симболи.

ГЕОДЕЗИЈСКЕ. Геодезијски ток. Геодезијске у локалним координатама. Геодезијске и тангентно раслојење. Минимизујуће својство геодезијских. Гаусова (Gauss) лема. Нормалне околине. Експоненцијално пресликавање. Конвексне околине.

КРИВИНА. Основна својства. Бјанкијев (Bianchi) идентитет. Секциона кривина. Простори константне секционе кривине. Ричијева (Ricci) и скаларна кривина. Тензори на Римановим многострукостима.

ЈАКОБИЈЕВА (ЈАСОВИ) ПОЉА. Јакобијева једначина и Јакобијево векторско поље. Тејлоров (Taylor) развој норме Јакобијевог поља. Коњуговане тачке. Вишеструкост коњугованих тачака.

ИЗОМЕТРИЈСКА ПОТАПАЊА. Друга фундаментална форма. Оператор облика. Главне кривине. Гаусова и средња кривина. Гаусова формула. Тотално геодезијска потапања. Фундаменталне једначине: Гаусова, Ричијева и Кодацијева (Codazzi).

КОМПЛЕТНЕ МНОГОСТРУКОСТИ. Теорема Хопфа (Hopf) и Риноуа (Rinow). Теорема Адамара (Hadamard).

ПРОСТОРИ КОНСТАНТНЕ КРИВИНЕ. Картанова (Cartan) теорема. Хиперболички простор. Просторне форме. Теорема Лиувила (Liouville).

ВАРИЈАЦИЈЕ ЕНЕРГИЈЕ. Прва и друга варијација енергије. Теорема Боне-Мајерса (Bonnet-Myers). Теорема Синџ-Вајнштајна (Synge-Weinstein).

Литература:

М. Р. do Carmo, *Riemannian Geometry*, 1992, Birkhauser, Boston.

Т. Aubin, *Differential Geometry*, 2002 American Mathematical Society.

НЕЕУКЛИДСКЕ ГЕОМЕТРИЈЕ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Реална пројективна геометрија. Хомогене координате. Елиптичка геометрија праве равни и простора. Пројективна геометрија. Хиперболичка геометрија. Кругови и троуглови. Површина. Еуклидски модели.

Литература:

H. S. M. Coxeter, *Non-Euclidean geometry*, 1998, The Math. Soc. of America, Washington, 6th edition.

ПРАВИЛНИ ПОЛИТОПИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Полигони и полиедри. Правилни и квазиправилни полиедри. Групе ротација. Двостепенне и тростепенне теселације. Каледоскопи. Звездолити полиедри. Политопи у вишестепенном простору. Засадања. Поенкареов (Poincare) доказ Ојлерове (Euler) формуле. Форме, вектори и координате. Уопштени каледоскопи. Уопштени Петријеви полигони. Пресеци и пројекције. Звездолити политопи.

Литература:

H. S. M. Coxeter, *Regular polytopes*, Macmillan, New York .

ГЕОМЕТРИЈА ДИСКРЕТНИХ ГРУПА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија и Групе у геометрији.

Садржај:

Мебијусове (Möbius) трансформације. Дисконтинуалне групе. Риманове површи. Хиперболичка геометрија геодезијских. Изометрије. Фуксове (Fuchs) групе. Фундаменталне области. Коначно генерисане групе.

Литература:

A. Beardon, *Geometry of Discrete groups*, 1995 Graduate Texts in Mathematics , Vol 91 Springer Verlag, New York-Berlin-Heidelberg.

ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА ГЕОМЕТРИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Анализа 1, Анализа 2, Аналитичка геометрија.

Садржај:

Параметризоване криве. Природна параметризација. Кривина и покретни репер. Основна теорема за криве. Површи. Прва и друга фундаментална форма. Криве на површи. Главна, Гаусова (Gauss) и средња кривна. Геодезијске линије. Паралелно померање. Диференцијалне многострукости. Тангентни простор многострукости. Леви-Ћивита (Levi-Civita) повезаност и коваријантно диференцирање. Геодезијске. Риманов тензор кривине.

Литература:

Н. Блажић, Н. Бокан, *Увод у диференцијалну геометрију*, 1996, Математички факултет, Београд.

ЛИЈЕВЕ ГРУПЕ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Диференцијална геометрија, Алгебра, Анализа 2.

Садржај:

Лијеве (Lie) групе и алгебре. Експоненцијално пресликавање. Подгрупе Лијеве групе. Тополошке групе и хомогени простори. Абелове (Abel) Лијеве групе. Наткривања. Хомоморфизми. Линеарне групе. Аутоморфизми. Репрезентације Лијевих група и алгебри. Килингова (Killing) форма. Коваријантна тензорска поља на Лијевој групи. Запреминска форма. Компактне Лијеве групе. Полупросте Лијеве групе и алгебре. Комплексне Лијеве групе.

Литература:

Alfred Gray, *Lie groups*, 1993, скрипта.

КОМПЛЕКСНЕ МНОГОСТРУКОСТИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија и Групе у геометрији.

Садржај:

Холоморфне функције једне и више комплексних променљивих. Дефиниција и примери комплексних многострукости. Дефиниција и примери скоро комплексних многострукости. Дефиниција и примери Ермитских (Hermite) многострукости. Дефиниција и примери Келерових (Kähler) многострукости. Дефиниција и примери близу Келерових многострукости. Холоморфна секциона кривина. Кривина Келерових многострукости. Комплексне просторне форме. Подмногострукости Келерових многострукости.

Литература:

S. Kobayashi and K. Nomizu, *Foundations of Differential Geometry I, II*, 1969, Interscience, New York.
K. Yano, *Differential Geometry on Complex and Almost Complex Spaces*, 1965, A Pergamon Press Book.
F. Zheng, *Complex Differential Geometry*, 2000, AMS/IP Studies in Advanced Mathematics.
K. Yano, M. Kon, *Structures on Manifolds*, 1984, World Scientific, Series in Pure Mathematics, vol. 3.

КРИВИНА И ХОМОЛОГИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија и Групе у геометрији.

Садржај:

Диференцијабилне многострукости. Тензори и тензорска раслојења. Диференцијабилне форме. Афине повезаности. Кривина и хомологија Риманових (Riemann) многострукости. Компактне Лијеве (Lie) групе. Комплексне многострукости. Кривина и хомологија Келерових (Kähler) многострукости.

Литература:

S. I. Goldberg, *Curvature and Homology*, 1962, Academic Press, New York – London.

АЛГЕБАРСКА ТОПОЛОГИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Кохомолошке групе. Суп производ. Поенкареова (Poincare) дуалност. Општа Кинетова (Künnet) формула. Хомотопске групе. Елементарне методе рачунања. Везе са хомологијом. Хопфова (Hopf) инваријанта. Кохомологија раслојења.

Литература:

H. Sato, *Algebraic Topology: An intuitive approach*, 1999 AMS, Providence, Rhode Island.
A. Hatcher, *Algebraic topology*, 2002, web free version, CUP.

АНАЛИЗА НА МНОГОСТРУКОСТИМА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија

Садржај:

Лапласијан (Laplace) на Римановим (Riemann) многострукостима. Хоцова (Hodge) теорија. Интеграција диференцијалних форми. Стоксова (Stokes) теорема. Језгро Лапласијана. Једначина провођења топлоте.

Литература:

S. Rosenberg, *The Laplacian on a Riemannian Manifold*, 1997, Cambridge University Press, New York – London.
S. I. Goldberg, *Curvature and Homology*, 1962, Academic Press, New York – London.

РЕПРЕЗЕНТАЦИЈЕ КОНАЧНИХ ГРУПА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Тензорски производ и тензорска алгебра. Симетрична и Грасманова (Grassmann) алгебра. Подреппрезентације и иредуцибилне реппрезентације. Теорија карактера. Компактне групе и њихове реппрезентације. Репрезентације цикличких и диедарских група. Групповна алгебра. Индуковане реппрезентације. Фробениусов (Frobenius) и Макејев (Mackey) критеријум. Спољашњи производ стандардне реппрезентације групе симетричне групе S_d . Јунгови (Young) дијаграми и иредуцибилне реппрезентације групе S_d . Фробениусова формула. Шуров (Schur) функтор.

Литература:

J. P. Serre, *Linear Representation of Finite Groups*, 1977, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin.
W. Fulton & J. Harris, *Representation Theory: a first course*, 1991, Springer-Verlag, New York Inc.
H. Boerner, *Representation of Groups*, 1970, North-Holland, Amsterdam.
D. M. Goldschmidt, *Group Characters, Symmetric Functions, and the Hecke Algebra*, 1993 AMS, Providence, Rhode Island

СПЕКТРАЛНА ГЕОМЕТРИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија.

Садржај:

Спектрална теорија. Оператори Лапласовог (Laplace) типа. Изоспектралне многострукости. Многострукости са границом и гранични услови. Диришлеови (Dirichlet) и фон Нојманови (von Neumann) гранични услови. Мешовити гранични услов. Апсолутни гранични услов. Асимптотске формуле.

Литература:

- P. B. Gilkey, *Invariance Theory, the Heat Equation, and the Atiyah-Singer Index Theorem*, 1995, Second Edition, Studies in Advances Mathematics, CRC Press.

МОРСОВА ТЕОРИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија.

Садржај:

Недегенерисане глатке функције на многострукости. Хомотопски тип и критичне вредности. Морсова (Morse) неједнакост. Егзистенција недегенерисаних функција. Лефшецова (Lefschetz) теорема. Варијациони рачун на геодезијским. Хесијан (Hesse) енергије у критичним тачкама. Јакобијева (Jacobi) поља. Теорема о индексу. Егзистенција некоњугованих тачака. Везе између топологије и кривине.

Литература:

J. Milnor, *Morse Theory*, 1963, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА ТОПОЛОГИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Степени, индекси пресека и Ојлерова (Euler) карактеристика. Кобордизми и трансверзалност. Изотопије. Лепшење многострукости. Изотопије дискова.

Литература:

M. Hirsh, *Diferencijalna topologija*, 1979, руско издање МИР, Москва.

ТЕОРИЈА РЕЛАТИВНОСТИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија.

Садржај:

Принцип еквиваленције. Криволинијске координате. Просторни и временски интервали. Коваријантно диференцирање. Метрика и повезаност. Кретање честица у гравитационом пољу. Константно гравитационо поље. Једначине електродинамике у гравитационом пољу. Дефиниција и особине тензора кривине. Гравитационо дејство. Тензор енергије-момента. Ајнштајнове (Einstein) једначине. Синхронизовани покретни репер. Ајнштајнове једначине у покретном реперу. Њутнов (Newton) закон. Сферно симетрично гравитационо поље. Кретање у сферно симетричном гравитационом пољу. Сферно симетрични гравитациони колапс. Слаби гравитациони таласи. Килингова (Killing) поља. Једначине хомогеног и изотропног простора. Модел затвореног свемира. Модел отвореног свемира. Гравитациони црвени помак.

Литература:

R. Wald, *General Relativity*, 1984, Lightman Press, Chicago.

S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, 1972, John Wiley and Sons, руски превод 1975, Mir Moskva.

L. D. Landau, E. M. Lifshits, *Teoriya polya*, 1973, Nauka, Moskva.

ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА ГЕОМЕТРИЈА ВЕКТОРСКИХ РАСЛОЈЕЊА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија

Садржај:

Повезности у векторским раслојењима. Карактеристичне класе комплексних раслојења. Карактеристичне класе реалних раслојења. Теорија инваријанти. Гаус-Бонеова (Gauss-Bonnet) теорема. Теорија инваријаната и Понтријагинове класе. Гаус-Бонеова теорема за многострукости с границом.

Литература:

P. B. Gilkey, *Invariance Theory, the Heat Equation, and the Atiyah-Singer Index Theorem*, 1995, Second Edition, Studies in Advances Mathematics, CRC Press

S. Kobayashi, *Differential Geometry of Complex Vector Bundles*, 1987, The Mathematical Society of Japan, Iwanami Shouten, Publishers and Princeton University Press, Princeton.

A. Hatcher, *Vector Bundles and K-Theory*, 2003, free web draft

J. D. Moore, *Lectures on Seiberg-Witten Invariants*, 2001, Springer, New York etc., Second Edition, руски превод

ДИФЕРЕНЦИЈАЛНО ГЕОМЕТРИЈСКЕ МЕТОДЕ У СТАТИСТИЦИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Диференцијална геометрија статистичких модела. Статистичке многострукости. Гаусове (Gauss) многострукости. Гама многострукост. Геометријске структуре статистичких модела. Параметарски модел стационарних Гаусових временских серија.

Литература:

S. Amari, *Differential geometric methods in statistics*, 1985, Lecture Notes in Statistics 28, Springer, Berlin-Heidelberg-New York.

S. Amari, O. E. Berndorff, Nielsen, R. E. Kass, S. S. Lauritzen, C. R. Rao, *Statistical manifolds*, 1987, IMS Lecture Notes-Monographs Series.

ДИСКРЕТНА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА ГЕОМЕТРИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија

Садржај:

Симплицијални комплекси. Дискретна Гаусова (Gauss) и средња кривина. Дискретне геодезијске, асимптотске криве и геодезијски ток. Паралелно померање на дискретним површинама. Дискретне минималне површи. Апроксимација глатких површи дискретном. Примена у рачунарству.

Литература:

Konrad Polthier, *Polyhedral Surfaces of Constant Mean Curvature*, 2002, Habilitationsschrift, TU-Berlin, 1-212.

ГЕОМЕТРИЈА И ВИЗУЕЛИЗАЦИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Еуклидска геометрија, Хиперболичка геометрија, Програмирање 1, Програмирање 2.

Напомена: у оквиру курса студент је обавезан да уради бар два пројекта у неком софтверском пакету.

Садржај:

Софтверски пакети за визуелизацију (Mathematica, Javaview, OpenGL, WinGCLC...). Параметризације кривих и површи у простору. Визуелизација четвородименионих објеката. Визуелизације тополошких објеката. Визуелизације нееуклидских геометрија. Визуелизација и опис геометријских конструкција.

Литература:

H. C. Hege, K. Polthier, *Visualization and Mathematics*, 2003, Springer.

G. K. Francis, *A Topological Picturebook*, 1987, Springer-Verlag.

W. Schroeder, K. Martin, B. Lorensen, *The Visualization Toolkit*, 1998, Prentice Hall.

ГЕОМЕТРИЈА У ИНФОРМАТИЦИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Напомена: Курс је намењен студентима који су имали само један геометријски курс у току редовних студија

Предуслов: положен испит Риманова геометрија и Групе у геометрији.

Садржај:

ТЕОРИЈА КРИВИХ И ПОВРШИ. Дефиниција глатке криве и основне особине (раван и простор). Дужина лука. Тангента, нормала и бинормала глатке криве. Дефинија глатке површи и примери. Параметризације важних површи. Тангентна раван и нормала на површ. Прва фундаментална форма. Криве на површи. Геодезијске. Употреба софтверских пакета за визуелизацију кривих и површи.

ПРОЈЕКТИВНА ГЕОМЕТРИЈА. Пројективна раван и пројективни простор. Хомогене координате. Веза пројективне и афине геометрије. Аналитичка геометрија у хомогеним координатама. Пројективне трансформације. Афине трансформације у хомогеним координатама. Централно пројектовање.

УПОТРЕБА СОФТВЕРСКИХ ПАКЕТА ЗА МОДЕЛОВАЊЕ. Представљање тачке, праве, дужи, равни, троугла. Међусобни односи геометријских ликова. Представљане геометријских тела. Конструкција геометријског тела задатог датим условима.

Литература:

Н. Бокан, С. Вукмировић, *Пројективна геометрија*, 2004, Математички факултет, Београд.
Н. Бокан, Н. Блажић, *Диференцијална геометрија*, 1996, Математички факултет, Београд.
С. Вукмировић, *Геометрија за информатицаре*, 2006, Математички факултет, Београд, скрипта.
P. J. Schneider, D. H. Eberly, *Geometric tools for computer graphics*, 2000, Morgan Kaufmann.

ГЕОМЕТРИЈСКИ АЛГОРИТМИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положени испити Еуклидска геометрија, Програмирање 1, Програмирање 2.

Садржај:

Конвексни омотач скупа. Алгоритам реда $O(n \log n)$ за одређивање конвексног омотача скупа од n тачака. Алгоритам за одређивање пресечних тачака скупа дужи (алгоритам “чишћења равни”). Скуповне операције са полигонским површима. Триангулација полигона. Алгоритам за триангулацију полигона. Линеарно програмирање. Геометријски алгоритам за решавање система линеарних неједначина. Одређивање круга најмањег полупречника који садржи дате тачке. Воронијеви (Voronoi) дијаграми. Делунејева (Delaunay) триангулација. Геометријски методи за претраживање база података.

Литература:

M. Berg, M. Kreveld, M. Overmars, O. Schwarzkopf, *Computational Geometry – algorithms and applications*, 1998, Springer.

ГЕОМЕТРИЈСКО МОДЕЛОВАЊЕ У ИНДУСТРИЈИ И ДИЗАЈНУ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Параметризације кривих и површи. Примери параметризованих кривих и површи. Барицентричке координате. Конвексни омотач. Декастељау (De Casteljau) алгоритам. Безијерове (Bezier) криве. Интерполација полиномима. Интерполација сплајновима. Кубни сплајнови. Хомогене координате. Рационалне Безијерове криве. В-сплајн криве и површи. NURBS криве и површи.

Литература:

J. Gallier, *Curves and Surfaces in Geometric Modeling: Theory and Algorithms*, 2000, Morgan Kaufmann.
P. J. Schneider, D. H. Eberly, *Geometric tools for computer graphics*, 2000, Morgan Kaufmann.
G. Farin, *Curves and surfaces for computer-aided geometric design*, 1997, Academic Press, San Diego etc., Fourth Edition.

ГРУПЕ СИМЕТРИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Садржај:

Правилне теселације. Коначне групе ротација. Петријеви полигони. Правилне теселације на оријентабилним површима. Коначне групе кватерниона. Цикличне, дицикличне и метацикличне групе. Систематско пребројавање косета. Графови, мапе и Келијеви дијаграми. Апстрактна кристалографија. Хиперболичке теселације и фундаменталне групе. Регуларне мапе. Групе генерисане рефлексима.

Литература:

L. C. Grove, C. T. Benson, *Finite reflection groups*, 1985, Springer-Verlag, New York-Berlin-Heidelberg-Tokyo, Second Edition

ГРУПЕ ТРАНСФОРМАЦИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија и Групе у геометрији.

Садржај:

Аутоморфизми G-структура. Симплектичке структуре. Контактне структуре. Група изометрија Риманове (Riemann) многострукости. Група аутоморфизама комплексне многострукости. Холморфна векторска поља и форме. Компактне Ајнштајн (Einstein) Келерове (Kähler) многострукости. Чернове (Chern) класе. Група афиних трансформација на многострукости са афином повезаношћу. Афине трансформације Риманове многострукости. Картанова (Cartan) повезаност. Пројективне и конформне повезаности. Пројективне и конформне структуре.

Литература:

S. Kobayashi, *Transformation Groups in Differential Geometry*, 1972 Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York

ХОМОГЕНИ ПРОСТОРИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија и Групе у геометрији.

Садржај:

Инваријантне повезаности. Групе холономије инваријантних повезаности. Де Рамова (De Rham) декомпозиција и иредуцибилност. Симетрични простори. Канонска повезаност на симетричним просторима. Тотално геодезијске подмногострукости. Риманови (Riemann) симетрични простори. Структура симетричних Лијевих (Lie) алгебри. Ермитови (Hermite) симетрични простори.

Литература:

S. Kobayashi, K. Nomizu, *Foundations of Differential Geometry Vol. II*, 1969, Interscience Publishers, New-York-London-Sydney

МОДУЛИ ПРОСТОРИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија и Диференцијална геометрија векторских раслојења.

Садржај:

Теореме о ишчезавању. Ајнштајн-Ермитова (Einstein-Hermite) векторска раслојења. Стабилна векторска раслојења. Егзистенција приближних Ајнштајн-Ермитових структура. Модули простори векторских раслојења.

Литература:

S. Kobayashi, *Differential Geometry of Complex Vector Bundles*, 1987, The Mathematical Society of Japan, Iwanami Shouten, Publishers and Princeton University Press, Princeton.

ПОАСОНОВЕ СТРУКТУРЕ, ХОПФОВЕ АЛГЕБРЕ И КВАНТИЗАЦИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија и Групе у геометрији.

Садржај:

Поасонове (Poisson) многострукости. Поасонове Лијеве (Lie) групе. Лијеве биалгебре. Дуали и удвостручења. Деформације Поасонових структура и квантизација. Класична Јанг-Вакстерова (Yang-Baxter) једначина, R-матрица. и интеграбилни системи. Хопфове (Hopf) алгебре и њихове репрезентације. Деформације Хопфових алгебри. Квантизације Поасонових Хопфових алгебри и универзалних омотачких алгебри.

Литература:

V. Chari, A. Pressley, *A guide to Quantum Groups*, 1994, Cambridge, University Press

ПРИМЕНЕ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНЕ ГЕОМЕТРИЈЕ У ИНДУСТРИЈИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија.

Садржај:

Реална пројективна геометрија. Диференцијална геометрија. Елементарна алгебарска геометрија. CAD и дизајн површи. Модели линијског простора. PL координате линија и њихова интеграција као координата на Клајновој (Klein) хиперквадрици или на Штудијевој (Study) сфери. Линеарни комплекси. Апроксимације линијског простора. Ротационе површи. Развојне површи. Конгруенције линија и линијских комплекса. Уопштена линеарна пресликавања и њихове репрезентације у различитим моделима.

Литература:

H. Pottman, J. Wallner, *Computational Line Geometry*, 2000, Mathematics Visualization, Springer, Berlin-Heidelberg-New York.

РЕПРЕЗЕНТАЦИЈЕ ЛИЈЕВИХ ГРУПА И АЛГЕБРИ

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Групе у геометрији.

Садржај:

Лијеве (Lie) групе и алгебре. Полупросте Лијеве алгебре. Системи корена. Универзалне омотачке алгебре. Поенкаре-Виркоф-Витова (Poincare-Birkhof-Witt) теорема. Серова (Serre) теорема. Просте алгебре. Тежине и вектори највеће тежине. Циклични модули. Коначнодимензиони модули. Вермаови (Verma) модули. Касимирови (Casimir) елементи. Фројденталова (Freudental) формула. Карактери. Теорема Харис-Чандре (Harish-Chandre). Формуле Вејла (Weyl), Константа (Konstant) и Штајнберга (Steinberg). Шеваљеве (Chevalley) алгебре и групе. Шеваљева база. Константова теорема.

Литература:

J. E. Humphreys, *Introduction to Lie Algebras and Representation Theory*, 1972, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin

W. Fulton & J. Harris, *Representation Theory: a first course*, 1991, Springer-Verlag New York

S. Sternberg, *Lie algebras*, 2004, free web draft.

A. A. Kirilov, *Representations of Lie groups and algebras*, 1985, Akademiai Kiado, Budapest.

СИМПЛЕКТИЧКА ГЕОМЕТРИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија. Лијеве групе.

Садржај:

Ојлер-Лагранжове (Euler-Lagrange) једначине. Закон одржања енергије. Лагранжијан. Хамилтонијан (Hamilton). Симплектичка група и симплектичка алгебра. Симплектички векторски простори. Симплектичке многострукости. Кoadjунговане орбите. Дарбуова (Darboux) теорема о канонским координатама. Симплектичка и Хамилтонова векторска поља. Простор симплектичких структура. Подмногострукости симплектичке многострукости. Симплектичка редукција. Примене редукције на хиперкелерове многострукости.

Литература:

V. I. Arnol'd, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, 1989, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
A T. Fomenko, *Symplectic Geometry*, 1988, Gordon and Breach, New York.
R. L. Bryant, *An Introduction to Lie Groups and Symplectic Geometry*, 1993, free web draft.

СТОХАСТИЧКА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА ГЕОМЕТРИЈА

Фонд 3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија.

Садржај:

Стохастичке диференцијалне једначине. Стохастички линијски интеграли. Мартингали на многострукостима и подмногострукостима. Брауново (Brown) кретање на многострукости. Брауново кретање и једначина провођења топлоте. Стохастичка потпуност. Асимптотике.

Литература:

U. P. Hsu, *Stochastic analysis on manifolds*, 2002 AMS, Graduate Studies in Mathematics, Vol. 38.

ТЕОРИЈА ПОДМНОГОСТРУКОСТИ

Фонд

3+0+7

15 ЕСПБ бодова

Предуслов: положен испит Риманова геометрија.

Садржај:

Индукована конекција и друга основна форма. Једначине Гауса (Gauss), Кодација (Codazzi) и Ричија (Ricci). Хиперповрши. Тотално умбиличке подмногострукости. Тотално геодезијске подмногострукости. Скаларна кривина подмногострукости. Подмногострукости еуклидског простора и сфере. Минималне подмногострукости. Подмногострукости Келерових (Kähler) многострукости. Тотално реалне и Лагранжове (Lagrange) подмногострукости. Келерових многострукости. CR-подмногострукости Келерових многострукости.

Литература:

B. Y. Chen, *Geometry of Submanifolds*, 1973, Marcel Dekker, New York.

B. Y. Chen, *Geometry of Submanifolds and Its Applications*, 1981, Science University of Tokyo, Tokyo, Japan.

B. Y. Chen, *Riemannian submanifolds, Handbook of Differential Geometry, vol. I*, 2000, ed. F. Dillen, L. Verstraeten, Elsevier Publ. Co. (Amsterdam), 187-418.

S. Kobayashi and K. Nomizu, *Foundations of Differential Geometry II*, 1969, Interscience, New York.