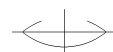


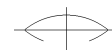
ПРЕДАВАЊА НА БЕОГРАДСКОМ УНИВЕРЗИТЕТУ

О С Н О В И
А С Т Р О Н О М И Ј Е
УЏБЕНИК ЗА СТУДЕНТЕ

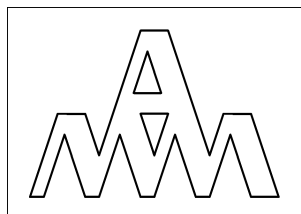
С ТЕ В О Ш Е Г А Н и Н А Д Е Ж Д А П Е Ј О В И Ћ
професори
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

ИЗДАЊЕ Vesta Co.
БЕОГРАД
2 0 0 6





ISBN 86-7212-009-4



OSNOVI ASTRONOMIJE — Udžbenik za studente

Prvo izdanje

© 2006, VESTA Company

Izdavač: *VESTA COMPANY*

Za izdavača: *STEVO ŠEGAN, JADRANKA JANKOV*

Redakcioni odbor: *STEVO ŠEGAN, ŽARKO MIJAJLOVIĆ*

Recenzent: *VREME...*

Uređivački odbor: *STEVO ŠEGAN, ALEKSANDAR B. D. BALAŠKOVIĆ*

Obrada teksta i slika: *STEVO ŠEGAN, ALEKSANDAR B. D. BALAŠKOVIĆ*

CIP—Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

(нема)

ШЕГАН, Стево...

ОСНОВИ АСТРОНОМИЈЕ – УЏБЕНИК ЗА СТУДЕНТЕ

[1. изд.].—Београд :

VESTA Company, 2006 (Београд : ВЕСТА Компани).—

- ИШ, 154 стр. : граф. прикази ; 44 cm

Текст лат. Тираж 300.—Библиографија: стр. 153.

ISBN 86-7212-009-4

а) Астрономија б) Астрофизика

ИД = 60056332

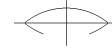
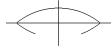
Štampa: VESTA Company, Beograd

Povez: VESTA Company, Beograd

Tiraž: 300 primeraka

Adresa izdavača: VESTA Company, p.o., Beograd, Novogradska 51



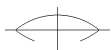


САДРЖАЈ

Sadržaj

Predgovor izdavača	i	ГЛАВА ТРЕЋА	
Predgovor autora	ii	Nebeska tela	
Skraćenice	iii	34–60	
Uporedni pregled korišćenih pisama	iv	§ 3.1. Zemljin oblik i veličina	63
		§ 3.2. Zemljin sistem	64
ГЛАВА ПРВА		§ 3.3. Zemljino telo	65
Osnovni pojmovi		§ 3.4. Zemljina atmosfera	65
1–14		§ 3.5. Zemljino magnetno polje	66
§ 1.1. Predmet astronomije	1	§ 3.6. Zemljina kretanja	68
§ 1.2. Opšti pojam astronomskog	2	§ 3.7. Posledice Zemljinih kretanja	70
eksperimenta	2	§ 3.8. Nepravilnosti Zemljine rotacije	70
§ 1.3. Sferna geometrija	3	§ 3.9. Uvod	73
§ 1.4. Sferne polarne koordinate	6	§ 3.10. Merkur	74
§ 1.5. Sferna trigonometrija—osnovni obrasci	8	§ 3.11. Venera	75
§ 1.6. Geografska širina i dužina	15	§ 3.12. Mars	76
§ 1.7. Rektascenzija i deklinacija	20	§ 3.13. Pluton	78
§ 1.8. Rastojanja zvezda na nebeskoj sferi	21	§ 3.14. Jupiter i planete džinovi	78
		§ 3.15. Mesec	83
ГЛАВА ДРУГА		§ 3.16. Daljina i prava veličina Meseca	85
Osnove astronomskog eksperimenta		§ 3.17. Mesečeva kretanja	86
26–62		§ 3.18. Fizički uslovi na Mesecu i njegov reljef	87
§ 2.1. Određivanje položaja nebeskog tela	26	§ 3.19. Sunce	89
§ 2.2. Nebeska sfera	26	§ 3.20. Atmosfera Sunca	92
§ 2.3. Prividno obrtanje nebeske sfere	28	§ 3.21. Sunčeva aktivnost	93
§ 2.4. Sazvežđa	29	§ 3.22. Sunčeve pege	94
§ 2.5. Elementi nebeske sfere	30	§ 3.23. Hromosferske erupcije	95
§ 2.6. Prividna Sunčeva kretanja. Ekliptika	32	§ 3.24. Protuberance	96
§ 2.7. Elementi nebeske sfere izvedeni iz	34	§ 3.25. Asteroidi, komete, meteori, meteoriti	96
prividnog kretanja Sunca	1	§ 3.26. Asteroidi	96
§ 2.8. Zvezdane karte. Koordinate. Vreme	35	§ 3.27. Komete	98
§ 2.9. Koordinatni sistemi	35	§ 3.28. Meteori i meteoriti	100
§ 2.10. Horizontski koordinatni sistem	37	§ 3.29. Zvezde	101
§ 2.11. Mesni ekvatorski koordinatni sistem	40	§ 3.30. Spektri, temperatura, sjaj, daljine	101
§ 2.12. Nebeski ekvatorski koordinatni sistem	43	§ 3.31. Spektri zvezda	102
§ 2.13. Ekliptički koordinatni sistem	45	§ 3.32. Temperatura zvezda	105
§ 2.14. Galaktičke koordinate	47	§ 3.33. Godišnja paralaksa i daljine	109
§ 2.15. Sistemi vremena	50	§ 3.34. Sjaj i zvezdane veličine	109
§ 2.16. Postavljanje teleskopa	59	§ 3.35. Kretanje zvezda	111
§ 2.17. Zadaci	61	§ 3.36. Razmere i gustine zvezda	111



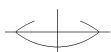


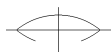
★ver.:1

II

САДРЖАЈ

§ 3.37. Najvažnije zakonomernosti	112	§ 5.4. Uticaj refrakcije na rekta-	161
§ 3.38. Pravilno promenljive zvezde	113	scenziju i deklinaciju	
§ 3.39. Nove i supernove zvezde	113	§ 5.5. Aberacija	162
§ 3.40. Nepravilno promenljive zvezde	114	§ 5.6. Uticaj aberacije na koordinate... ..	165
§ 3.41. Neutronske zvezde	114	§ 5.7. Uticaj dnevne aberacije na koordinate	165
ГЛАВА ЧЕТВРТА		§ 5.8. Godišnja aberacija	167
Nebeski sistemi		§ 5.9. Paralaksa. Paralaktičko pomeranje ...	169
115–152		§ 5.10. Paralaksa u proizvoljnom	171
§ 4.1. Sunčev sistem	115	sistemu koordinata	
§ 4.2. Keplerovi zakoni	116	§ 5.11. Dnevna paralaksa	172
§ 4.3. Konfiguracije planeta	118	§ 5.12. Uticaj dnevne paralakse na koordinate	174
§ 4.4. Sinodički i siderički periodi	119	§ 5.13. Godišnja paralaksa i koordinate	175
§ 4.5. Dinamika planetskih kretanja	119	§ 5.14. Sopstvena kretanja zvezda	177
§ 4.6. Plimska dejstva	120	ГЛАВА ШЕСТА	
§ 4.7. Let u kosmos	120	Translacija i rotacija koord.sistema	
§ 4.8. Veštačka nebeska tela	121	179–194	
§ 4.9. Pomračenja i okultacije	125	§ 6.1. Precesija i nutacija	179
§ 4.10. Pomračenja Sunca i Meseca	125	§ 6.2. Srednji i pravi svetski pol	182
§ 4.11. Određivanje masa nebeskih tela	127	§ 6.3. Posledice kretanja ekvatora i ekliptike	182
§ 4.12. Heliocentrični sistem sveta	127	§ 6.4. Nutacija	186
§ 4.13. Kretanje Sunčevog sistema	129	§ 6.5. Brzina promene ekvatorskih	190
§ 4.14. Dvojni i višestruki sistemi	130	koordinata usled precesije	
§ 4.15. Zvezdana jata i asocijacije	132	§ 6.6. Promene ekvatorskih koordinata	192
§ 4.16. Mlečni put	134	usled precesije	
§ 4.17. Normalne galaksije	137	§ 6.7. Postupak redukcije	193
§ 4.18. Spiralne galaksije	139	posmatračkih koordinata	
§ 4.19. Nepravilne galaksije	140	ГЛАВА СЕДМА	
§ 4.20. Eliptične galaksije	141	Prilozi	
§ 4.21. Radiogalaksije i kvazari	142	195–214	
§ 4.22. Metagalaksija	143	§ 7.1. SI sistem	195
§ 4.23. Međuplantska sredina	145	§ 7.2. Astronomске konstante	196
§ 4.24. Međuzvezdana sredina	145	§ 7.3. Jedinice u astronomiji	197
§ 4.25. Magnetno polje	146	§ 7.4. Definicione konstante	198
§ 4.26. Uvod	147	§ 7.5. Primarne konstante	199
§ 4.27. Kosmologija	147	§ 7.6. Sistem planetskih masa	200
ГЛАВА ПЕТА		§ 7.7. Popisi	201
Deformacije koordinatnih sistema		§ 7.8. Ostali prilozi	210
153–178		Literatura	213
§ 5.1. Uvod	153	Indeks	215
§ 5.2. Refrakcija	153		
§ 5.3. Refrakcija u sferno simet. atmosferi ...	157		





ПРЕДГОВОР



Predgovor

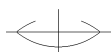
Izdanje koje imate pred sobom je jednostavno i pregledno, bez uobičajene namere da se čitalac preplaši "velikom" naukom, da se kod studenata stvori odbojnost, a kod nastavnika otpor zbog prebrzih promena u izvornoj informaciji.

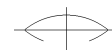
Ovaj tekst je namenjen studentima koji, u okviru svojih osnovnih studija, žele da slušaju i izborni kurs iz astronomije. Zbog pretežne namere da se što veći broj pojmova uvede des-

kriptivno, korišćeni metod je matematički jednostavan. Postoje drugi tekstovi koji mogu da se koriste za samostalno učenje i eventualno istraživanje u srodnim oblastima. Priloženi zadaci su malobrojni, ali su tematski i predmetno usmereni i usklađeni.

Beograd, 2006.

Izdavač





ПРЕДГОВОР АУТОРА



Predgovor autora

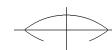
Ova knjiga je prvenstveno nastala kao pokušaj da se trogodišnje iskustvo autora u nastavi astronomije u okviru izbornih sadržaja studenata Matematičkog fakulteta predstavi baš sa tog aspekta: bez pretenzija da je znanje nauka, bez uzmarka pred potrebom da se sazna i da saznate jeste tuđe dok ne postane svoje.

Nebo, nebeska tela i pojave bili su u istoriji najsuptilnije opšte dobro koje su i **svojatali** i

krčmili, kroz najčudnije postupke, i najveći svetski mislioci, ne ustupajući u tome ni za korak ni najvećim svetskim zločincima.

Zato i ovakvi skromni pisani prilozi iz u nas retko zastupljene oblasti astronomske mogu i treba da budu teg na tasu uravnoteženja, kako iz poštovanja prema dobrom, tako i iz protesta zbog onog drugog.



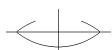


С К Р А Ћ Е Н И Ц Е

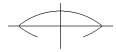


Neke engleske i naše skraćenice

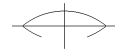
APFS	Prividni položaji fundamentalnih zvezda	PPFZ
AU	Astronomska jedinica	AJ
EHA	Efemeridski časovni ugao	t_E
EMS	Efemeridsko srednje Sunce	\odot_E
EST	Efemeridsko zvezdano vreme	s_E
ET	Efemeridsko vreme	ET
FK4	Četvrti fundamentalni katalog	FK4
FMS	Fiktivno srednje Sunce	\odot_F
GHA	Grinički časovni ugao	t_0
GMST	Griničko srednje zvezdano vreme	S_G
GST	Griničko zvezdano vreme	S
HA	Časovni ugao	t
H-R	Hertzsprung-Russell	H-R
IAU	Međunarodna Astronomska Unija	MAU
IF	Intermedijarna frekvencija	IF
JD	Julijanski datum	JD
kpc	Kiloparsek	kps
LSR	Lokalni standardni ostatak	LSO
LST	Mesno zvezdano vreme	s
MJD	Modifikovani Julijanski datum	MJD
Mpc	Megaparsek	Mps
NPD	Severna polarna daljina	p
pc	Parsek	ps
PRF	Frekvencija ponavljanja pulsa	FPP
PZT	Fotografska zenitna tuba	PZT
QSO	Kvazi-zvezdani objekat	KZO
α	Rektascenzija	α
RF	Radio frekvencija	RF
SBI	Kratkobazična interferometrija	SBI
SI	Međunarodni sistem	SI
TAI	Međunarodno atomsko vreme	TAI
TDB	Baricentrično dinamičko vreme	TDB
TDT	Zemljino dinamičko vreme	TDT
UMS	Svetsko srednje Sunce	UTS
UT	Svetsko vreme	UT
UTC	Koordinirano svetsko vreme	UTC
VLBI	Dugobazična interferometrija	VLBI



ABquasiTeX ABpicTeX ABcyrTeX ABgreekTeX ABqqlsTeX ABdbiTeX



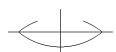
ABTeX

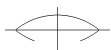


У ПОРЕДНИ ПРЕГЛЕД КОРИШЋЕНИХ ПИСАМА



Uparedni pregled korišćenih pisama



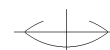
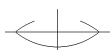


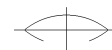
★ver.:1

II

УПОРЕДНИ ПРЕГЛЕД КОРИШЋЕНИХ ПИСАМА

Latinica		Ćirilica		Grčki		Gotica	
A	a	А	А	Α	α	𐌆	a
B	b	Б	Б	Β	β	𐌇	b
C	c	Ц	Ц	Ξ	ξ	𐌈	c
D	d	Д	Д	Δ	δ	𐌉	d
E	e	Е	Е	Ε	ε	𐌊	e
F	f	Ф	Ф	Φ	ο φ	𐌋	f
G	g	Г	Г	Γ	γ	𐌌	g
H	h	Х	х	Χ	χ	𐌍	h
I	i	И	И	Η	η	𐌎	i
J	j	Ј	Ј	Ι	ι	𐌏	j
K	k	К	К	Κ	κ	𐌐	k
L	l	Л	Л	Λ	λ	𐌑	l
M	m	М	М	Μ	μ	𐌒	m
N	n	Н	Н	Ν	ν	𐌓	n
O	o	О	О	Ο	ο	𐌔	o
P	p	П	П	Π	π α	𐌕	p
Q	q					𐌖	q
R	r	Р	Р	Ρ	ρ	𐌗	r
S	s	С	С	Σ	σ ς	𐌘	s
T	t	Т	Т	Τ	τ	𐌙	t
U	u	У	У	Υ	υ	𐌚	u
V	v	В	В	Θ	θ α	𐌛	v
W	w			Ω	ω	𐌜	w
X	x			Ψ	ψ	𐌝	x
Y	y					𐌞	y
Z	z	З	З	Ζ	ζ	𐌟	z
Č	č	Ч	Ч				
Ć	ć	Ѓ	Ѓ				
Đ	đ	Ђ	Ђ				
Š	š	Ш	Ш				
Ž	ž	Ж	Ж				
		Њ	Њ				
		Љ	Љ				
		Џ	Џ				





Г Л А Б А П П Б А



Osnovne formule

§ **1.1. Predmet astronomije.** *Kosmos.* U opštem smislu **kosmosom** ili **vasionom** nazivamo sve ono što **jeste**; u posebnom smislu kosmos karakteriše prepoznavanje materije. ❀

Nebesko telo. U takvom kosmosu **nebeskim telima** nazivamo koordinatno prepoznatljivu materiju čije su razmere daleko veće od razmera čovekovog najbližeg okruženja ili su rastojanja do nje daleko veća od tih razmera. Pojam *koordinatno* objasnićemo u daljem tekstu. ❀

Nebeski sistemi. Skupovi nebeskih tela nazivaju se **nebeskim sistemima** ukoliko su rastojanja među skupovima mnogo veća od dimenzija skupova. Ovom odredbom smo obuhvatili i neke sisteme koji su samo posledica *ograničenja* koja nameće astronomski eksperiment. ❀

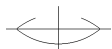
Međusistemska sredina. Deo kosmosa u kojem je "prisustvo" materije slabije, posebno sa stanovišta neposrednih eksperimentalnih mogućnosti registracije bilo kakvog nebeskog sistema, naziva se **međusistemskom sredinom**. ❀

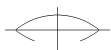
Definicija. *Astronomija je nauka koja proučava nebeska tela, nebeske sisteme i međusistemsku sredinu pojedinačno i u celini.* ❀

Savremena astronomija je tesno povezana sa matematičkim i prirodnim naukama. Tu povezanost mnogi danas zloupotrebljavaju deleći astronomiju na astrometriju i astrofiziku. Uvođenjem prethodne definicije ta podela postaje besmislena.

Objašnjenje.

- a) Svaka nauka mora da ima jasno i dovoljno jednoznačno oderđen **predmet** proučavanja; (ukoliko se govori o fizici problema, sa istim pravom dolazi hemija, biologija, matematika itd.) ❀
- b) Prevashodno insistiranje na pojmu astrofizike veoma jednostavno je objasniti sledećim činjenicama: dok je uvođenje u astronomiju matematičkog eksperimenta izvršeno veoma davno, sa uvođenjem eksperimenata drugih nauka išlo je mnogo teže zbog njihove nešto niže metodološke apstrakcije. U ovom trenutku posebne uspehe daje fizički eksperiment i mnogi su skloni da astronomiju identifikuju sa oblašću fizike.





c) Pojava i uvođenje ostalih eksperimenata u astronomska istraživanja (biologija, hemija i sl.) pomogli su da se uoči ovaj metodološki promašaj. Međutim, značaj i skrivene, latentne osobine (n. pr. jedinstvenost, neidentičnost i sl.) fizičkog eksperimenta u astronomskim istraživanjima još izvesno vreme će vršiti veliki pritisak ka navedenoj podeli astronomije.

Ne obazirući se na teškoće, u daljem će biti izloženi sadržaj i metode astronomskih istraživanja nebeskih tela, nebeskih sistema i nebeske (kosmičke) sredine.

§ 1.2. Opšti pojam astronomskog eksperimenta. Skoro po pravilu pod ovim pojmom se podrazumevaju metode astronomskih posmatranja i instrumenti, pri čemu se posebno misli na optičke instrumente i posmatranja tim instrumentima.

Držeći se opredeljenja iz prethodne tačke, ovde ćemo uvesti novi pojam, pojam **✿ astronomskog eksperimenta**, koji kasnije može da se iskoristi kao osnovni kriterijum (priznak) za eventualnu podelu astronomije na podoblasti.

Prethodno uvedimo sledeće pojmove:

✿ *Matematičkim* ili *prirodnonaučnim* eksperimentom nazivamo svaki neprazan podskup skupa raspoloživih teorijskih i praktičnih znanja matematičkih ili prirodnih nauka i sposobnosti čoveka.

✿ *Astronomskim eksperimentom* nazivamo svaki astronomskom problemu prilagođen izbor i modifikaciju postojećih eksperimenata u matematici i prirodnim naukama, kao i rezultat razvoja sopstvenih teorijskih i praktičnih znanja.

Polazeći od ovog stava i od teza iz prve tačke jasno je da jedina prava podela astronomije može biti:

- ✿** – *astronomija nebeskih tela*
- ✿** – *astronomija nebeskih sistema*
- ✿** – *astronomija kosmičke sredine*
- ✿** – *astronomija kosmosa kao celine.*

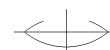
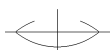
U svakoj od ovih oblasti moguća je dalja podela prema tipu preovlađujućeg eksperimenta:

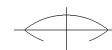
nebeska mehanika, teorijska astronomija, praktična astronomija, astrofizika, astrohemija, astrobiologija, radioastronomija, gamaastronomija, kosmologija, kosmogonija, itd.

Razudnost i glomaznost netom navedene podele je očigledna, ali je istorijski nasleđena. Većina tih pojmova u ovom kursu astronomije neće moći da se izbegne baš iz tih, istorijskih razloga.

✿ Iz istog razloga najvažniji tip **posebno astronomskog eksperimenta** je *astronomsko posmatranje*, koje se obavlja golim okom ili teleskopom.

✿ Pod *teleskopom* ovde podrazumevamo posebno izgrađen instrumentarijum za prikupljanje informacija o makrosvetu uz bitno povećanje kvaliteta ili kvantiteta informacije u odnosu na posmatranje golim okom. Putevi realizacije i tipovi teleskopa biće dati u posebnom odeljku. Vodeći računa o značaju **astronomskih posmatranja**, navedimo neke njihove bitne osobine:

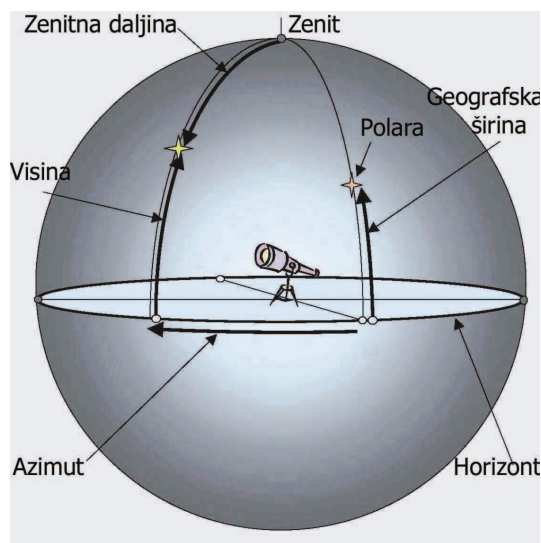




- Relativno visoka pasivnost posmatranja i posmatrača u odnosu na objekte (nebeska tela, sisteme i sredinu), kako zbog vremenskih tako i zbog prostornih razmera.
- Relativno neizbežna vezanost posmatrača i instrumentarijuma za Zemlju, pri čemu njene osobenosti kao nebeskog tela i sistema referencije moraju da se poznaju dobro.
- Zbog prve dve osobine izražena je i treća osobina – istorijski velika prisutnost geometrijskog eksperimenta – ugaonih merenja – u astronomskoj praksi.
- Konačno, najznačajnija osobina astronomskih eksperimenata, a time i posmatranja, jeste njihova razvojnost, koja označava mogućnost da se prevaziđu slabosti i teškoće proistekle iz karakteristika a), b) i c).

Primer: Pre otkrića radara (radioteleskopa), nije bilo načina za direktno merenje ✿
 rastojanja ma kog astronomskog objekta. Čak i danas, primena radara je dosta ograničena. Moguće je meriti radarom rastojanja nekih objekata u Sunčevom sistemu, ali je to tehnički neizvodljivo za jako udaljene objekte, kao što su zvezde, a slično će biti i u doglednoj budućnosti. Daljine zvezda mogu da se izvedu samo iz male periodične promene njihovog položaja, promene koja je uzrokovana *paralaksom*. ✿
 Mada se ovdje koristi pojam položaj, on označava prividni pravac na kojem se zvezda nalazi; parametri pravca mogu da se direktno mere sa velikom tačnošću i, po pravilu, dati su sa dve ugaone koordinate.

§ **1.3. Sferna geometrija.** Sfera je definisana kao površ čije su sve tačke jednako udaljene od izabrane tačke, centra sfere. Sfera je dvodimenziona površ koja je konačna ali bez granica (vidi sliku 1.1.).

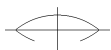


Slika 1.1. Prve informacije

Sferna geometrija je geometrija izvedena na površi sfere. Razlikuje se od (dvodimenzione) ravanske Euklidske geometrije: nema pravih linija na površi sfere. Analogija pravim u ravni su veliki krugovi na sferi.

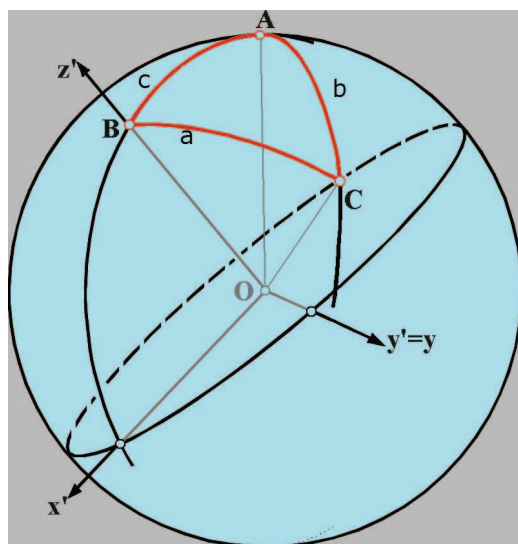
Proizvoljni presek sfere i ravni je krug. Ukoliko presečna ravan prolazi kroz centar sfere, presek se naziva *velikim krugom*. Svi ostali preseci ravni i sfere su *mali krugovi*. ✿
 Jasno je da je veliki krug čiji je poluprečnik jednak poluprečniku sfere. ✿
 Presek dveju ravni koje prolaze kroz centar sfere poklapa se sa *prečnikom* te sfere. ✿
 Prema tome, presečne tačke dva velika kruga sfere su **dijametralno** suprotne.





Kroz dve proizvoljne nedijametralne tačke sfere može da se provuče samo **jedan** veliki krug. *Luk velikog kruga* jeste najkraće rastojanje dve tačke na sferi. Tačka na sferi koja je jednako udaljena od svih tačaka nekog velikog kruga naziva se *polom* tog kruga.

Tri tačke na sferi, koje leže na istom velikom krugu analogne su trima kolinearnim tačkama u ravanskoj geometriji.



Slika 1.2. Sferni trougao

pretpostaviti kraći od lukova, koji je uvek manji od π . Lukovi velikih krugova koji se seku u nekoj tački u svom preseku čine sferni ugao, koji može da se definiše na nekoliko ekvivalentnih načina. Na primer:

❁ **Definicija.** *Sferni ugao između lukova dva velika kruga je ugao između njihovih ravni.*

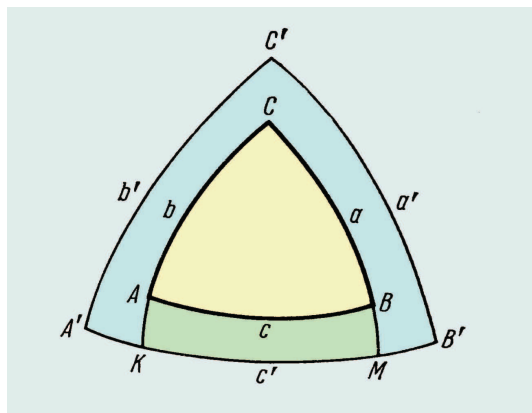
Ili, sferni ugao je ugao između tangenti na lukove dva velika kruga u njihovoj presečnoj tački. Dakle, ugao u sfernom trouglu se meri uglom između **tangenti** na stranice trougla u temenu odgovarajućeg ugla. Po pravilu razmatra se sferni trougao u kojem je svaka od stranica manja od 180° . Tada zbir uglova u sfernom trouglu zadovoljava nejednakost

$$180^\circ < A + B + C < 540^\circ. \quad (1.1)$$

❁ Uvedimo pojam *uzajamno polarnih* sfernih trouglova.

Konstruišimo sferni trougao ABC (slika 1.3.). Neka tačke C' , B' , A' predstavljaju **polove** lukova AB , AC i BC redom. Ako tačke C' , B' , A' spojimo lukovima velikih krugova, dobićemo sferni trougao $A'B'C'$ koji se naziva *uzajamno polarnim trouglom* trouglu ABC . Temena A , B , C su polovi stranica trougla $A'B'C'$. Nađimo vezu između elemenata ova dva trougla.





Slika 1.3 Polarni trouglovi

$$c' = A'B' = A'K + KB' = 90^\circ - C + 90^\circ$$

odakle dobijamo da je

$$c' + C = 180^\circ.$$

Po analogiji mogu da se napišu i ostali dvoelementni odnosi:

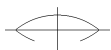
$$\begin{aligned} a' + A &= 180^\circ, & a + A' &= 180^\circ, \\ b' + B &= 180^\circ, & b + B' &= 180^\circ, \\ c' + C &= 180^\circ, & c + C' &= 180^\circ. \end{aligned}$$

Tri tačke A , B , C , koje ne leže na jednom velikom krugu, definišu ravan koja ne prolazi kroz centar sfere. Možemo da konstruišemo ravan koja je paralelna ravni ABC i prolazi kroz centar sfere. Poslednja ravan deli sferu na dve *hemisfere*. ❀ Sferni trougao se nalazi na jednoj od hemisfera. Sada je jasno da je svaki od uglova takvog sfernog trougla manji od 180° .

Kao i ravni trouglovi i sferni trouglovi imaju značajne osobine. Jedna od njih je da je ma koja strana sfernog trougla manja od zbira ostale dve strane. Postoje i bitne razlike u odnosu na ravne trouglove. U ravnoj geometriji suma uglova u trouglu je 180° . U sfernom trouglu zbir uglova nije stalan, ali uvek prelazi ovu vrednost. Ravan trougao može imati jedan i samo jedan prav ugao. Sferni trougao može imati jedan, dva ili sva tri prava ugla.

Trigonometrijske formule se koriste za uspostavljanje odnosa elemenata sfernog trougla. Te formule će biti izvedene u sledećem paragrafu, ali je korisno da ovde naznačimo sledeće: *svi elementi sfernog trougla leže između 0 i 180° , tj. u I i II kvadrantu*. Inverzni kosinus je **jednoznačan** u ovoj oblasti; inverzni sinus **nije**. Dakle, treba koristiti formule koje daju kosinus a ne sinus traženog elementa da bi se izbegla dvostrukost rešenja.

Do sada smo razmatrali samo lukove velikih krugova na sferi – geodezijske linije. Da bismo došli do potpunih definicija sfernih koordinatnih sistema uvedimo drugu važnu krivu na sferi:



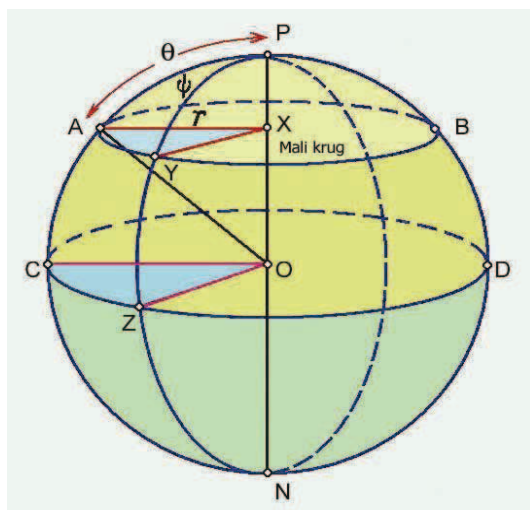
Definicija. Ravan koja, u opštem slučaju, ne prolazi kroz centar sfere seče sferu ✿ po malom krugu. Polovi malog kruga su krajevi prečnika sfere koji je upravan na ravan malog kruga.

Mali krug ima poluprečnik koji je manji od poluprečnika sfere. Na sl. 1.4 prikazan je mali krug AB i njemu paralelan veliki krug CD . Njihovi polovi su tačke P i N . Ako je poluprečnik malog kruga r , $OA = 1$ i luk velikog kruga $AP = \theta$, onda iz ravnog trougla AOX imamo

$$\overline{AX} = \overline{AO} \sin \sphericalangle A\hat{O}X, \text{ tj. } r = 1 \times \sin \theta. \quad (1.2)$$

Neka je Y ma koja tačka na malom krugu AB . Produžavajući luk velikog kruga PY presecamo CD u Z , tj. imamo da je $PY = \theta$. U stvari, kako je P pol i ako je sferni ugao $APY = \psi$, onda je i $\sphericalangle C\hat{O}Z = \psi$. Kako su AX i YX , redom, paralelni sa CO i ZO , sledi da je $A\hat{X}Y = \psi$, pa je dužina luka malog kruga, AY , data sa

$$AY = r \sphericalangle A\hat{X}Y = \psi \sin \theta. \quad (1.3)$$

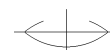
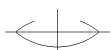


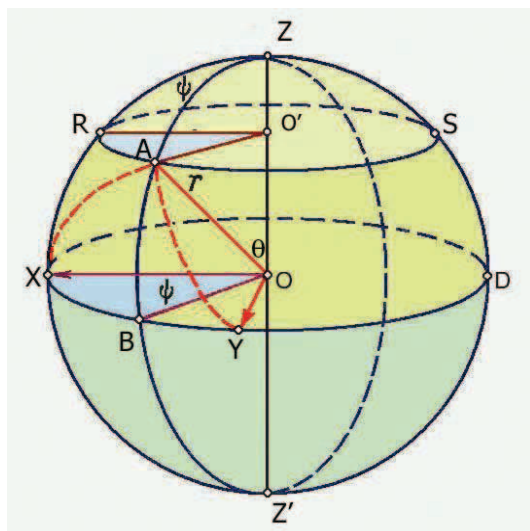
Slika 1.4.

Ugao θ je polarna daljina tačka malog kuga, a ψ je sferni ugao zahvaćen datim lukom AY . Rastojanje AY dato na sl. 1.4 nije najkraće rastojanje na sferi od A do Y . Dužina luka velikog kruga AY biće kraća od tog rastojanja (dokazati). Važno je zapamtiti da luk malog kruga **ne može biti element sfernog trougla**. Postoji sferni trougao APY , ali nije prikazan na sl. 1.4. Luk malog kruga AY može da se zameni lukom velikog kruga, i uglovi A i Y neće biti pravi kao što je na pomenutoj slici.

§ 1.4. **Sferne polarne koordinate.** Različiti koordinatni sistemi mogu da se "postave" na nebesku sferu. Svi sistemi koji se danas koriste su u osnovi slični i malo se razlikuju od sfernih koordinatnih sistema.

Pretpostavimo da je desni skup pravougljih Dekartovih osa $Oxyz$ postavljen u centar O sfere jediničnog poluprečnika. Neka pozitivni kraci ovih osa seku sferu u tačkama X , Y i Z , kao na sl. 1.5. Veliki krugovi XY i ZX predstavljaju osnovne x - y i z - x ravni, redom. Neka je A tačka sfere sa Dekartovim koordinatama (x, y, z) . Onda je





Slika 1.5.

Posmatrajući celu sferu, vidimo da koordinate θ i ψ moraju da budu u intervalima:

$$0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \psi < 2\pi. \quad (1.5)$$

Postavljanje koordinatnog sistema na nebesku sferu zahteva izbor pola koordinatnog sistema, Z , od kojeg se meri polarni ugao θ i izbor referentnog velikog kruga, ZX , od kojeg se meri azimutalni ugao ψ .

Skoro svi koordinatni sistemi koji se koriste u astronomiji su istog tipa; njihove razlike proističu od različitog izbora pola. Retko se koriste levo orijentisani sistemi, a često se koristi i komplement $(\frac{\pi}{2} - \theta)$ ugla θ . Dakle, ove neznatne razlike daju u astronomiji različite primere sfernih polarnih koordinata (θ, ψ) . Koordinatna mreža se uspostavlja na sledeći način: krive $\theta = \text{const.}$ su mali krugovi sa polom u Z , a krive $\psi = \text{const.}$ su veliki polukrugovi $ZABZ'$.

I pored glomaznosti, često je pogodno koristiti Dekartove (pravougle) koordinate jer to dovodi do formiranja jednačina pogodnih za račun i korišćenje vektorskih metoda. Dakle, ako su \mathbf{i} , \mathbf{j} i \mathbf{k} jedinični vektori u pozitivnom smeru x -, y - i z -ose, onda tačka A na nebeskoj sferi može biti data vektorom položaja, \mathbf{r}_A

$$\mathbf{r}_A = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}. \quad (1.6)$$

Pošto se govori o nebeskoj sferi, ovo je jedinični vektor, pa su (x, y, z) kosinusi pravca linije OA . Preko lukova velikog kruga imamo

$$x = \cos XA, \quad y = \cos YA, \quad z = \cos ZA, \quad (1.7)$$

odnosno, preko sfernih polarnih koordinata, dobijamo dobro poznate obrasce

$$x = \sin \theta \cos \psi, \quad y = \sin \theta \sin \psi, \quad z = \cos \theta. \quad (1.8)$$

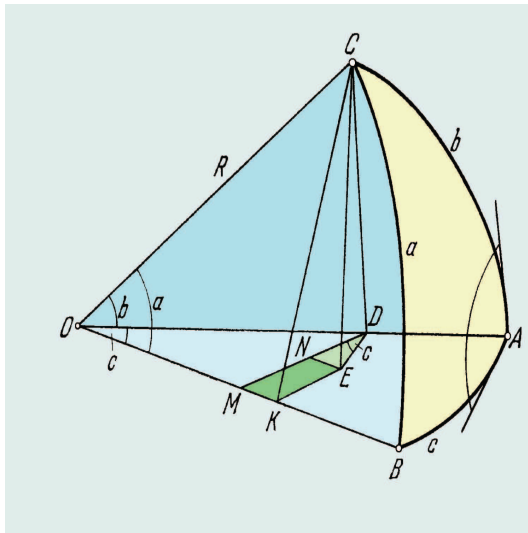
Svaki koordinatni problem u astronomiji može da se razmatra ili metodama sferne trigonometrije ili preko vektorskih elemenata. Izbor je prepušten pojedincu,

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1. \quad (1.4)$$

Ovde je jedna koordinata suvišna. U astronomskoj praksi (često) je pogodnije uvesti sferne polarne koordinate, recimo (r, θ, ψ) . U skladu sa uobičajenim odredbama, radijalna koordinata r tačke A je OA , polarna koordinata θ je ugao $Z\hat{O}A$ i azimutalna koordinata ψ je ugao između ravni ZOA i ravni $z-x$. Kako se tačka A nalazi na sferi jediničnog poluprečnika, njena radijalna koordinata je $r = 1$. Iz definicija i rezultata poslednjeg paragrafa jasno se vidi da je polarni ugao θ luk velikog kruga dužine ZA , a azimutalni ugao ψ je sferni ugao XZA .

ali se ne sme zaboraviti da su uslov očiglednosti u interpretaciji pojava i uslov jednostavnosti ponekad međusobno isključivi. Osnovni obrasci sferne trigonometrije izvedeni su u paragrafu koji sledi.

§ 1.5. Sferna trigonometrija—osnovni obrasci. Izvedimo veze uglova i strana sfernog trougla. Na sferi sa centrom u O uzmimo sferni trougao ABC sa stranama a, b i c . Spojmo temena sfernog trougla A, B i C sa centrom sfere O poluprečnicima $OA = OB = OC = R$. Spustimo iz temena C normalu CE na ravan AOB . Iz tačke E u ravni AOB povucimo normale ED i EK na poluprečnike OA i OB . Konstruišimo odsečke DM i EN paralelne sa EK i KM , redom. Dobijamo 6 ravni pravouglanih trouglova $\triangle COK$, $\triangle COD$, $\triangle DOM$, $\triangle EDN$, $\triangle ECK$, $\triangle ECD$ (slika 1.6).



Slika 1.6. Sferna trigonometrija

Centralni uglovi $\sphericalangle COK$, $\sphericalangle COD$, i $\sphericalangle KOD$ brojno su jednaki odgovarajućim lukovima a , b i c . Ugao A sfernog trougla ABC jednak je uglu diedru CDE ; isto tako su jednaki i sferni ugao B i ravni ugao CKE . Primenjujući poznate relacije za ravne trouglove, mogu da se dobiju formule koje povezuju uglove i strane sfernog trougla.

Određimo dužinu odsečka EC iz trouglova ECK i ECD :

$$\begin{aligned} EC &= CK \sin B = R \sin a \sin B, \\ EC &= CD \sin A = R \sin b \sin A. \end{aligned}$$

Izjednačavajući desne strane poslednja dva izraza dobija se prva formula iz sistema koji sledi:

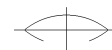
$$\begin{aligned} \sin a \sin B &= \sin b \sin A, \\ \sin b \sin C &= \sin c \sin B, \\ \sin c \sin A &= \sin a \sin C, \end{aligned} \tag{1.9}$$

a ostale 2 formule se mogu dobiti iz analognih konstrukcija i razmatranja. Polazeći od jednakosti uloga pojedinih elemenata sfernog trougla, ostale 2 formule mogu da se dobiju (čitaj: ispišu) cikličnom permutacijom elemenata.

Ako bismo napisali ove formule u nešto drukčijem obliku dobili bismo da je *u svakom sfernom trouglu odnos sinusa strana jednak je odnosu sinusa naspramnih uglova*. Ove formule se nazivaju *sinusnim obrascima*.

Ako napišemo očiglednu jednakost

$$OK = OM + MK$$



i izrazimo odsečke OK , OM i MK preko trigonometrijskih funkcija uglova i strana trouglova ΔCOK , ΔCOD , ΔDOM , ΔEDN , ΔECK , ΔECD , naime

$$\begin{aligned} OK &= R \cos a, \\ OM &= OD \cos c = R \cos b \cos c, \\ MK &= NE = ED \sin c = CD \cos A \sin c = R \sin b \sin c \cos A, \end{aligned}$$

i posle smene u gornju jednakost, dobijamo prvu jednačinu iz sistema koji sledi:

$$\begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A, \\ \cos b &= \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B, \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C. \end{aligned} \quad (1.10)$$

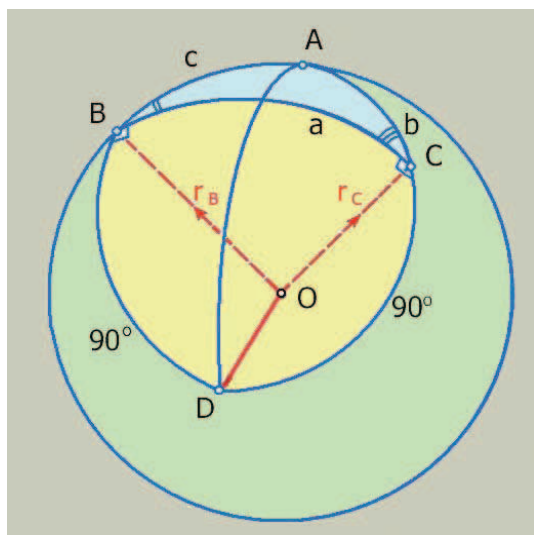
Drugim rečima, u svakom sfernom trouglu kosinus strane jednak je zbiru proizvoda kosinusa dve druge strane i proizvoda sinusa tih strana pomnoženog sa kosinusom njima zahvaćenog ugla. Ove formule se nazivaju *kosinusnim obrascima*. ❀

Iste ove formule možemo izvesti i vektorski. Neka je ABC sferni trougao prikazan na sl. 1.7. Ako uvedemo sferni polarni koordinatni sistem (θ, ψ) sa polom u tački A i lukom AB kao lukom referentnog velikog kruga, onda je tačka B data sa $\theta = c$, $\psi = 0$ i tačka C je data sa $\theta = b$, $\psi = A$. Neka su \mathbf{r}_B i \mathbf{r}_C vektori položaja tačaka B i C , redom. Onda, iz jednačine (1.8), sledi da je

$$\mathbf{r}_B = (\sin c, 0, \cos c), \quad (1.10') \quad \text{i} \quad \mathbf{r}_C = (\sin b \cos A, \sin b \sin A, \cos b). \quad (1.10'')$$

Sada je ugao između ova dva vektora jednak strani BC sfernog trougla. Uzimajući skalarni proizvod, sledi da je $\mathbf{r}_B \cdot \mathbf{r}_C = \cos a$, jer su oba vektora jedinična. Ovaj skalarni proizvod može da se izvede iz jednačina (1.10') i (1.10'') dajući rezultat

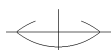
$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A. \quad (1.11)$$

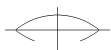


Slika 1.7.

Ovo je najvažniji obrazac sferne trigonometrije. Sličan je kosinusnoj formuli za ravan trougao, i, slično tome, izražava jednu stranu trougla preko druge dve strane i njima zahvaćenog ugla. Ako su poznate strane b i c i njima obuhvaćeni ugao, to može da se koristi, kao što je napisano, za nalaženje treće strane a . Isto tako, ako su poznate sve tri strane, možemo naći ugao A .

Ako primenimo formule (1.10) na polarni trougao trouglu ABC , sa stranama koje su suplementi uglovima i sa uglovima koji su suplementi stranama, dobijamo formule za kosinuse uglova:





$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a,$$

i tako, redom, za ostale elemente.

Napišimo još jednu očiglednu jednakost:

$$MN = MD - ND,$$

pa, kako je

$$MN = KE = KC \cos B = R \sin a \cos B,$$

$$MD = OD \sin c = R \cos b \sin c,$$

$$ND = ED \cos c = DC \cos A \cos c = R \sin b \cos c \cos A,$$

imamo da je

$$\begin{aligned} \sin a \cos B &= \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A, \\ \sin b \cos C &= \cos c \sin a - \sin c \cos a \cos B, \\ \sin c \cos A &= \cos a \sin b - \sin a \cos b \cos C \end{aligned} \quad (1.12)$$

odnosno,

$$\begin{aligned} \sin a \cos C &= \cos c \sin b - \sin c \cos b \cos A, \\ \sin b \cos A &= \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B, \\ \sin c \cos B &= \cos b \sin a - \sin c \cos a \cos C. \end{aligned} \quad (1.12')$$

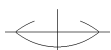
Dakle, u svakom sfernom trouglu, *proizvod sinusa strane i kosinusa naleglog ugla jednak je razlici proizvoda kosinusa i sinusa preostele dve strane i proizvoda sinusa i kosinusa tih strana pomnoženih sa kosinusom njima zahvaćenog ugla*. Ove formule se nazivaju *mešovitim obrascima* ili sinusno-kosinusnim obrascima.

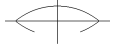
- * Sva tri skupa, 1.9, 1.10, 1.12, navedenih formula često se označavaju jedin-
- * stvenim imenom *Gausova grupa obrazaca*.

Iz uzajamno polarnih trouglova za koje je ($a' = 180^\circ - A$) dobijamo formule

$$\begin{aligned} \sin A \cos b &= \cos B \sin C + \sin B \sin C \cos a, \\ \sin A \cos c &= \cos C \sin B + \sin C \sin B \cos a, \\ \sin B \cos c &= \cos C \sin A + \sin C \sin A \cos b, \\ \sin B \cos a &= \cos A \sin C + \sin A \sin C \cos b, \\ \sin C \cos a &= \cos A \sin B + \sin A \sin B \cos c, \\ \sin C \cos b &= \cos B \sin A + \sin B \sin A \cos c, \end{aligned} \quad (1.13)$$

- * Ako neku formulu iz skupa (1.12) podelimo član po član sa formulom iz skupa (1.9), koje na levoj strani imaju iste elemente, dobijamo *kotangensnu formulu* (ili četvoroelementni obrazac), koja sadrži dve strane i dva ugla, tj.





$$\begin{aligned}
 \operatorname{ctg} a \sin b &= \cos b \cos C + \sin C \operatorname{ctg} A, \\
 \operatorname{ctg} a \sin c &= \cos c \cos B + \sin B \operatorname{ctg} A, \\
 \operatorname{ctg} b \sin c &= \cos c \cos A + \sin A \operatorname{ctg} B, \\
 \operatorname{ctg} b \sin a &= \cos c \cos C + \sin C \operatorname{ctg} B, \\
 \operatorname{ctg} c \sin a &= \cos c \cos B + \sin B \operatorname{ctg} C, \\
 \operatorname{ctg} c \sin b &= \cos b \cos A + \sin A \operatorname{ctg} C.
 \end{aligned}
 \tag{1.14}$$

U slučaju kada treba rešiti zadatak u kojem su dati strana i dva nalegla ugla ili dve strane i njima zahvaćeni ugao, a treba naći ostale elemente sfernog trougla, koriste se formule Dalamberta (ili Mojvejsda)). Navodimo ih ovde bez dokaza:

$$\begin{aligned}
 \sin \frac{A-B}{2} \cdot \sin \frac{c}{2} &= \sin \frac{a-b}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}, \\
 \cos \frac{A-B}{2} \cdot \sin \frac{c}{2} &= \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}, \\
 \sin \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{c}{2} &= \cos \frac{a-b}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}, \\
 \sin \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{c}{2} &= \cos \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}.
 \end{aligned}
 \tag{1.15}$$

Cikličnom permutacijom mogu da se dobiju formule i za druge elemente sfernog trougla.

Deljenjem Dalamberovih formula: prve sa drugom, treće sa četvrtom, prve sa trećom i druge sa četvrtom dobijamo tzv. *Neperove analogije* (koje ne treba mešati sa *Neperovim pravilom*):

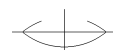
$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \frac{A-B}{2} &= \frac{\sin \frac{a-b}{2}}{\sin \frac{a+b}{2}} \cdot \operatorname{ctg} \frac{C}{2}, \\
 \operatorname{tg} \frac{A+B}{2} &= \frac{\cos \frac{a-b}{2}}{\cos \frac{a+b}{2}} \cdot \operatorname{ctg} \frac{C}{2}, \\
 \operatorname{tg} \frac{a-b}{2} &= \frac{\sin \frac{A-B}{2}}{\sin \frac{A+B}{2}} \cdot \operatorname{tg} \frac{c}{2}, \\
 \operatorname{tg} \frac{a+b}{2} &= \frac{\cos \frac{A-B}{2}}{\cos \frac{A+B}{2}} \cdot \operatorname{tg} \frac{c}{2}.
 \end{aligned}$$

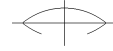
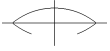
Neperove analogije daju zavisnost pet elemenata sfernog trougla i u tom smislu one spadaju u tzv. *petoelementne obrasce*.

Napominjemo da vektorsko izvođenje predstavlja daleko elegantniji oblik izvođenja i prikazivanja ovih formula, ali je iskustvo pokazalo da je "vizuelno pamćenje" koje stvaraju skalarni oblici ovih formula dalo bolje rezultate.

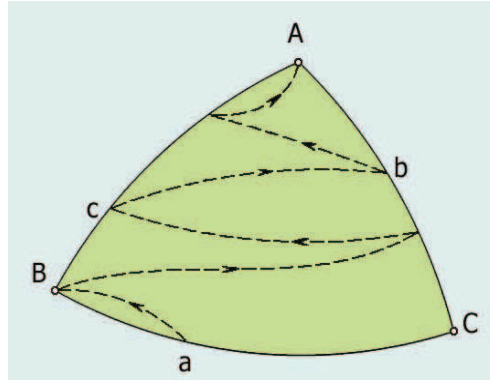
Ostale grupe obrazaca nećemo ovde navoditi iz jednostavnog razloga što je njihova primena veoma retka.

Navodimo jedno od mnemoničkih pravila za formiranje gornjih formula. Pravilo za mešoviti obrazac je pozajmljeno iz knjige Grina (Green, 1985).





Pokazaćemo da je primena ovog obrasca u opštem slučaju slična primeni sinusnog obrasca. Međutim, on je očito komplikovaniji i možda malo teži za pamćenje. Pažljiviji čitalac verovatno će zapaziti u njemu izvesnu simetriju u formi, ali vizuelni način pamćenja dat je na sl. 1.8. Slika označava redosled kojim se elementi trougla pojavljuju u jednačini (1.16), naime $aBbcbA$. Ako se uloge B i C (i, dalje, b i c) zame-
ne, dobija se drugačija verzija mešovito-
tog obrasca,



Slika 1.8. Mnemoničko pravilo

$$\sin a \cos C = \cos c \sin b - \sin c \cos b \cos A. \quad (1.17)$$

Posle svih permutacija za trougao ABC , imamo šest slučajeva mešovito-
g obrasca.

Poslednji važan obrazac koji želimo izvesti je četvoroelementni obrazac, koji se može dobiti iz sinusnog i kosinusnog obrasca na sledeći način. Primenimo kosinusni obrazac na trougao ABC (sl. 1.7); dobijamo

$$\begin{aligned} \cos b &= \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B, \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C. \end{aligned}$$

Uvrstimo li $\cos c$ iz druge jednačine i $\sin c$ iz sinusnog obrasca u prvu gornju jednačinu, dobićemo

$$\cos b = \cos a(\cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C) + \sin a \left(\frac{\sin b \sin C}{\sin B} \right) \cos B,$$

ili

$$\sin^2 a \cos b = \sin a \sin b(\cos a \cos C + \sin C \operatorname{ctg} B).$$

Konačno, deleći sa $\sin a \sin b$, dobijamo

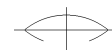
$$\cos a \cos C = \sin a \operatorname{ctg} b - \sin C \operatorname{ctg} B. \quad (1.18)$$

- ✿ Ovo je *četvoroelementni obrazac*. Pozivajući se na sl. 1.7, vidi se da su elementi trougla navedeni u (1.18) četiri uzastopna elementa B, a, C, b . Strana a i ugao C mogu da se naведу kao „susedna strana i ugao“, redom. Četvoroelementni obrazac može tada da se izrazi u opštem obliku pogodnom za pamćenje kao

$$\begin{aligned} \cos (\text{nalegle strane}) \cos (\text{neleglog ugla}) &= \sin (\text{nalegle strane}) \operatorname{ctg} (\text{naspramne strane}) \\ &\quad - \sin (\text{naleglog ugla}) \operatorname{ctg} (\text{naspramnog ugla}). \end{aligned}$$

Prolazeći kroz sve permutacije dobiće se šest mogućih formulacija četvoroelementnog obrasca u sfernom trouglu ABC . Četvoroelementni obrazac je ograničeniji u primeni od ostala tri, posebno kada se radi sa pravim uglovima. Završićemo ovaj paragraf sumiranjem važnih obrazaca.





✿ **Ukratko.** *Osnovni obrasci sfernog trougla koji će se koristiti su:*

- *Kosinusni obrazac*

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A. \quad (1.11)$$

- *Sinusni obrazac*

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}. \quad (1.15)$$

- *Sinusno–kosinusni obrazac*

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A. \quad (1.16)$$

- *Četvoroelementni obrazac*

$$\cos a \cos C = \sin a \operatorname{ctg} b - \sin C \operatorname{ctg} B. \quad (1.18)$$

Pravougli, kvadratni i uski sferni trouglovi. Mnogi astronomski zadaci se svode na rešavanje pravougljih, kvadratnih i uskih sfernih trouglova, što može znatno da pojednostavi formule grupa (1.9) do (1.15). Neka je u tim formulama ugao A jednak 90° ; tada formule imaju oblik:

$$\sin b = \sin a \sin B, \quad (1.9')$$

$$\sin c = \sin a \sin C,$$

$$\cos a = \cos b \cos c \quad (1.10')$$

$$\begin{aligned} \cos a &= \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C, \\ \cos B &= \cos b \sin C, \end{aligned} \quad (1.12'')$$

$$\cos C = \cos c \sin B$$

$$\begin{aligned} \sin a \cos B &= \cos b \sin c, \\ \sin a \cos C &= \cos c \sin b, \\ \cos B &= \operatorname{ctg} a \operatorname{tg} c, \\ \cos C &= \operatorname{ctg} a \operatorname{tg} b. \end{aligned} \quad (1.12''')$$

$$\begin{aligned} \cos a \sin B &= \cos b \cos C, \\ \cos a \sin c &= \cos c \cos B. \end{aligned} \quad (1.14')$$

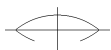
Grupa (1.15) ne daje nove formule.

Formule sferne trigonometrije za pravougli trougao podvode se pod *Neperovo pravilo* ✿ za pamćenje. Rasporedimo po obodu kruga ravnomerno sledeće veličine: $b, c, 90^\circ - B, 90^\circ - a, 90^\circ - C$. Svaka veličina ima dve susedne i dve nesusedne. Tada je **sinus** bilo koje veličine jednak:

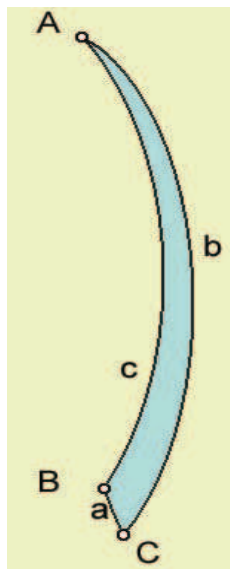
1. proizvodu tangensa susednih veličina,
2. proizvodu kosinusa nesusednih veličina.

U našoj nastavnoj praksi za isti trugao se uvodi nešto drukčije pravilo. Umesto strana takvog trugla uzimamo njihove komplemente, a prav ugao ne smatramo element; tada Neperovo pravilo glasi: *kosinus ma kog elementa jednak je proizvodu sinusa suprotnih elemenata ili proizvodu kotangensa susednih elemenata* (formule (1.10') i prva formula sistema (1.12')).





Kvadratni sferni trougao ima jednu stranu jednaku 90° ; da bismo na njega primenili Neperovo pravilo, onda, recimo, umesto ugla naspramnog strani $c = 90^\circ$ uzimamo njegov suplement, $180^\circ - C$, a umesto preostalih uglova uzimamo njihove komplemente i primenimo Neperovo pravilo.



Slika 1.10.
Uski trougao

✿ Ponekad se moraju rešavati *uski sferni trouglovi*; po pravilu, to su trouglovi u kojima je jedna od strana znatno manja od dve ostale strane. Tada se, umesto tačnih, mogu primeniti jednostavnije, približne formule, ukoliko je tačnost zadovoljavajuća. Ova situacija, s obzirom na vrlo široku upotrebu kompjutera, sve više ima samo edukativni i istorijski značaj. Uočimo uski sferni trougao ABC (slika 1.10). Kako je ugao A mali, njegov kosinus je jedinica, a sinus malih veličina a i $(c - b)$ može da se zameni samim tim veličinama iskazanim u radijanima. Primenjujući navedene skupove formula, možemo doći do sledećih veza:

$$\begin{aligned} a \cos B &= (c - b), \\ A \sin b &= a \sin B, \\ A \sin c &= a \sin B. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Da spomenemo da u praksi često treba rešavati sferne trouglove kod kojih su sve tri strane toliko male da je dozvoljena zamena sinusa i tangensa luka njihovim vrednostima u radijanima bez značajnijeg narušavanja tačnosti rezultata.

✿ Takvi trouglovi se nazivaju *malim* i na njih se primenjuju formule ravne (ravanske?) trigonometrije.

Diferencijalne formule sferne trigonometrije. U nekim astronomskim zadacima koriste se formule sferne trigonometrije u diferencijalnom obliku. Navedimo neke od tih formula.

Diferencirajući jedan od sinusnih obrazaca dobijamo

$$\cos a \sin B da + \sin a \cos b dB = \sin A \cos b db + \sin b \cos A dA.$$

Deleći ovaj izraz sa prvom jednačinom iz iste grupe imamo

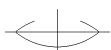
$$\operatorname{ctg} a da + \operatorname{ctg} B dB = \operatorname{ctg} b db + \operatorname{ctg} A dA.$$

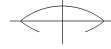
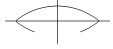
Iz diferenciranja kosinusne formule imamo

$$\begin{aligned} -\sin a da &= (-\sin b \cos c + \cos b \sin c \cos A) db \\ &+ (-\cos b \sin c + \sin b \cos c \cos A) dc - \sin b \sin c \sin A dA. \end{aligned}$$

Iz prve formule sinusno-kosinusnih obrazaca koeficijenti uz db i dc jednaki su, redom, $-\sin a \cos C$ i $-\sin a \cos B$ pa se poslednja jednačina može napisati kao

$$-\sin a da = (-\sin a \cos C)db + (-\sin a \cos B) dc - \sin b \sin c \sin A dA.$$





Smenjujući u poslednjem sabirku $\sin c \sin A$ sa $\sin a \sin C$ i deleći ceo izraz sa $\sin a$, dobijamo

$$da = \cos C db + \cos B dc + \sin b \sin C dA.$$

Ako uzmemo uzajamno polarni trougao trouglu ABC i smenjujući u dobijenoj formuli strane a, b , i c suplementima naspramnih uglova, a uglove A, B , i C zamenimo suplementima naspramnih strana, dobijamo

$$dA = \cos c dB + \cos b dC + \sin B \sin c da.$$

Diferencirajući treću formulu u (1.15) imamo

$$\begin{aligned} \operatorname{cosec}^2 B \sin A dB + (\cos A \operatorname{ctg} B - \sin A \cos c) dA \\ + \operatorname{cosec}^2 b \sin c db - (\operatorname{ctg} b \cos c + \sin c \cos A) dc = 0. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Iz sinusnih formula može da se dobije

$$\sin A \operatorname{cosec}^2 B = \frac{\sin a}{\sin b \sin B}, \quad \sin c \operatorname{cosec}^2 b = \frac{\sin C}{\sin b \sin B}.$$

Formule za kosinus strane i kosinus ugla mogu da se napišu kao

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} b \cos c + \sin c \cos A &= \frac{\cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A}{\sin b} = \frac{\cos a}{\sin b}, \\ \operatorname{ctg} B \cos A - \cos c \sin A &= \frac{\cos A \cos B - \sin A \sin B \cos c}{\sin B} = -\frac{\cos C}{\sin B}. \end{aligned}$$

Posle odgovarajućih smena u (1.19) i množenja celog izraza sa $\sin b \sin B$, dobijamo

$$\sin a dB = \sin C db - \cos a \sin B dc - \sin b \cos C dA.$$

Grupišući sve formule zajedno, dobijamo sledeći skup diferencijalnih formula

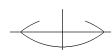
$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} a da + \operatorname{ctg} B dB &= \operatorname{ctg} b db + \operatorname{ctg} A dA, \\ da &= \cos C db + \cos B dc + \sin b \sin C dA, \\ dA &= \cos c dB + \cos b dC + \sin B \sin c da, \\ \sin a dB &= \sin C db - \cos a \sin B dc - \sin b \cos C dA. \end{aligned} \quad (1.20)$$

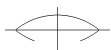
Za pravouglo trouglove važiće sledeći izrazi:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} a da &= \operatorname{tg} b db + \operatorname{tg} c dc, \\ \operatorname{tg} B dB &= \operatorname{tg} b db - \operatorname{ctg} C dC, \\ \operatorname{ctg} b db &= \operatorname{ctg} a da + \operatorname{ctg} B dB, \\ da &= \cos C db + \cos B dc. \end{aligned} \quad (1.21)$$

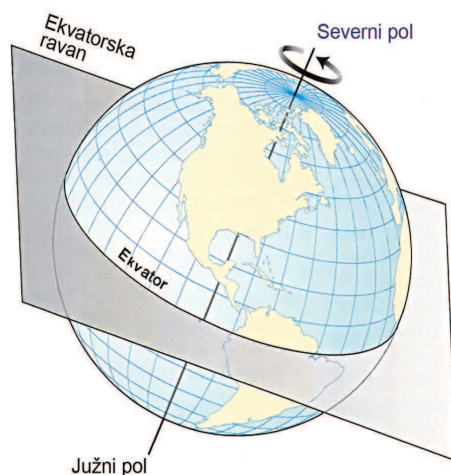


1.6. Geografska širina i dužina. Smatrajući Zemlju u prvoj aproksimaciji loptom, tačke prodora svetske osovine kroz sfernu površinu Zemlje nazvaćemo *zemljini polovi*: severni i južni. Ravan nebeskog ekvatora seče ❀

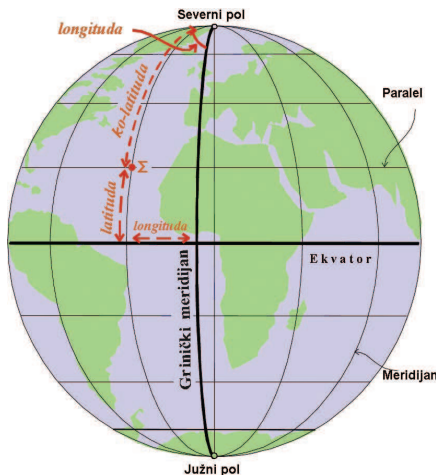




Zemljinu sferu po krugu koji se naziva *zemljin ekvator* (sl. 1.11.). *Uporednici ili paraleli* su mali krugovi paralelni ekvatoru; *zemljini meridijani* su krugovi kroz polove (sl. 1.12.) .



Slika 1.11.

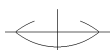


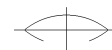
Slika 1.12.

- ❁ Za određivanje položaja tačke na Zemlji koristi se *geografski (zemljopisni) ekvatorski koordinatni sistem*; osnovne koordinate su:
 - ❁ – *geografska širina* (φ) je ugao u ravni meridijana meren od presečnog pravca sa ekvatorom do pravca ka datoj tački; uzima vrednosti iz intervala $(-90^\circ, +90^\circ)$.
 - ❁ – *geografska dužina* (λ) je ugao dijedar između meridijanskih ravni početnog (inicijalnog) meridijana i meridijana date tačke; uzima vrednosti iz intervala $(-12^h, +12^h$ ili $-180^\circ, +180^\circ)$. Međunarodnim dogovorom je usvojeno da je početni meridijan meridijan kroz Griničku opservatoriju (sl. 1.13.), a negativni znak je za dužine ka zapadu.
 - ❁ – *nadmorska visina* (H) je visina u metrima date tačke u odnosu na posebno definisanu nivosku površinu (v. kasnije: sferoid, geoid i sl.).

Pojmovi uvedeni u prethodnim paragrafima biće ilustrovani u odnosu na Zemlju. U prvoj aproksimaciji, Zemlja može da se smatra sferom koja se obrne za jedan dan oko svoje stalne ose. Ta osa prodire Zemljinu sferu u severnom i južnom geografskom polu—dijametralno suprotne tačke N i S na sl. 1.14. Veliki krug za koji su tačke N i S polovi naziva se *ekvator*. Svaki veliki krug upravan na ekvator i ograničen tačkama N i S naziva se *meridijanom geografske dužine* ili jednostavno *meridijanom*.

- ❁ Tačka N je prirodni izbor pola koordinatnog sistema na Zemljinoj površi. Da bi se kompletiralo uvođenje koordinatnog sistema, neophodno je da se usvoji početni veliki krug kroz N . To je *početni meridijan*, *NGKS* na sl. 1.14. Ovaj izbor, koji je u suštini proizvoljan, učinjen je međunarodnim dogovorom u 19-om veku, kada je za prvi meridijan usvojen onaj koji prolazi kroz osnovni položajni teleskop na Kraljevskoj opservatoriji u Griniču (sl. 1.13.). Položaj ma koje tačke X na Zemlji-





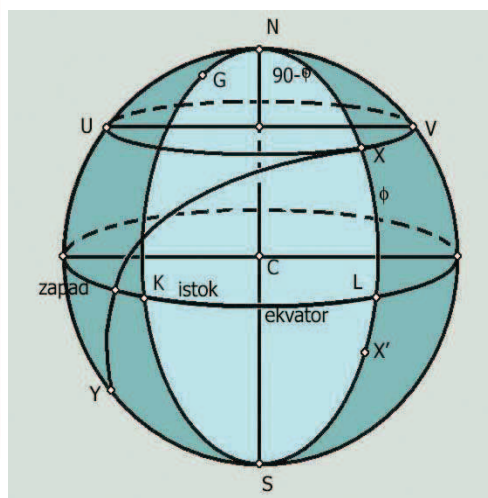
- ✿ noj površi određuje se sada lukom velikog kruga NX i sfernim uglom GNX . *Geografska širina* φ i *geografska dužina** λ ove tačke formalno se definišu jednačinama

$$\varphi = 90^\circ - NX \quad (1.19)$$

$$\lambda = GNX. \quad (1.20)$$



Slika 1.13. Grinički podnevak



Slika 1.14.

- ✿ Luk NX se naziva *kolatituda** tačke X .

Produžavanjem luka NX da bi opisali meridijan $NXLS$, presecamo ekvator u tački L (slika 1.14.). Sve tačke na ovom meridijanu imaju istu geografsku dužinu. Konstruišimo kroz X mali krug UXV tako da su mu polovi N i S . Sve tačke na ovom malom krugu imaju istu geografsku širinu, a mali krug se naziva *paralel širine*. Jasno je da paraleli i meridijani čine koordinatnu mrežu Zemljine površi.

- ✿

Za tačku na ekvatoru, kao što je L , širina je nula. Iz definicije (1.19) sledi da ako se tačka X nalazi južno od ekvatora, recimo, X' , onda je φ negativno.

U praksi se često širine i dužine pišu kao pozitivne veličine sa naknadnom odredbom severno ili južno i istočno ili zapadno. U tom slučaju, širina varira od 0 do $90^\circ N$ ili S , dužina od 0 do $180^\circ E$ ili W . Međutim, algebarski je opravdanije koristiti jednačine (1.19) i (1.20) kako su postavljene i smatrati dužinu pozitivnom u smeru suprotnom kretanju kazaljke na satu (posmatrano sa severnog pola, p.a.), kao što je prikazano. Onda φ i λ pripadaju intervalima

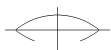
$$-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ, \quad -180^\circ < \lambda \leq 180^\circ. \quad (1.21)$$

Južna širina i zapadna dužina su negativne. Za tačku X na sl. 1.14 i φ i λ su pozitivni, dok su za tačku Y obe negativne.

* Umesto geografska širina φ i geografska dužina λ često se koristi latituda φ i longituda λ .

* Kolatituda je $\frac{1}{2}\pi - \varphi$.



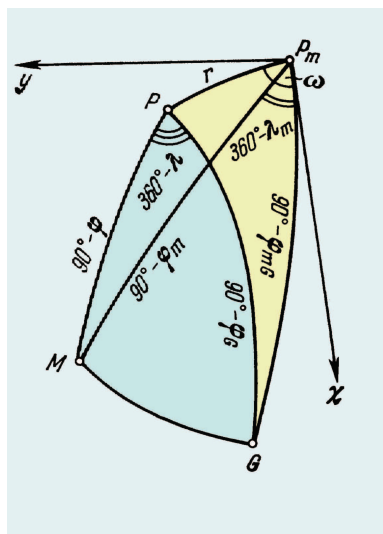


Razmotrimo dalje problem računanja rastojanja između dve tačke X i Y na površi Zemlje. Kao i ranije, neka su širina i dužina tačke X označene sa (φ, λ) , a za Y sa (φ', λ') . Najkraće rastojanje između ovih dveju tačaka je luk velikog kruga XY koji je element sfernog trougla NXY . U ovom trouglu, $NX = 90^\circ - \varphi$, $NY = 90^\circ - \varphi'$. Ugao $GNX = \lambda$ i kako je λ' negativno u ovom slučaju, $YNG = -\lambda'$, pa je $YNX = \lambda - \lambda'$. Potrebno je da ovaj ugao bude od 0° do 180° . To ne utiče na neposredni cilj računanja rastojanja $X Y$ primenom kosinusnog obrasca (1.11)

$$\cos XY = \sin \varphi \sin \varphi' + \cos \varphi \cos \varphi' \cos(\lambda - \lambda'). \quad (1.22)$$

Rastojanje XY je izračunato, ali kao ugao. Da se pretvori u kilometre, neophodno je izraziti ugao lučnom merom i pomnožiti ga poluprečnikom Zemlje koji je sve do sada smatran jediničnim. Moguće je izračunati rastojanje i u nautičkim miljama, koje se definišu kao dužina luka velikog kruga nad centralnim uglom od jedne lučne minute. Dužina XY u nautičkim miljama, jednostavno, izražava luk XY u lučnim minutama. Nautička milja neznatno prevazilazi milju i jednaka je 1,855 km.

Popravke širine i dužine usled kretanja Zemljinih polova. Označimo sa P_m srednji, a sa P trenutni pol Zemlje. Neka je M tačka na površi Zemlje.



Slika 1.15.

Konstruišimo pravougli koordinatni sistem x, y sa početkom u P_m i smestimo osu x u ravan Griničkog meridijana (tangenta na Grinički meridijan u P_m), a y osu zapadno od njega (vidi sliku 1.15.); označimo rastojanje trenutnog i srednjeg pola sa r , a ugao u odnosu na osu x sa ω , tako da su polarne koordinate trenutnog pola $P(r, \omega)$. Tada iz uskog sfernog trougla P_mMP imamo

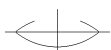
$$90^\circ - \varphi_m) - (90^\circ - \varphi) = r \cos[\omega - (\lambda_m)],$$

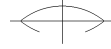
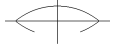
$$\text{ili } \varphi - \varphi_m = r \cos(\omega - \lambda_m).$$

Ako su x, y pravougule koordinate trenutnog pola, onda je $x = r \cos \omega$ i $y = r \sin \omega$, pa dobijamo jednačinu Kostinskog

$$\varphi - \varphi_m = x \cos \lambda_m - y \sin \lambda_m. \quad (1.23)$$

Ovde je λ_m zapadna longituda, a x, y su trenutne koordinate pola P , tj. koordinate pola u trenutku posmatranja u odnosu na srednji pol, P_m . Ako su koordinate x, y poznate, za datu longitudu se popravka širine $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_m$ računa direktno iz gornje formule. Koordinate trenutnog pola x, y se određuju iz posebno organizovanih posmatranja *promene širine na većem opservatorija* na površini Zemlje.





Nađimo sada vezu između longitude topocentra i položaja pola. Razmotrimo sferne trouglove PMG i P_mMG , koji imaju jednu zajedničku stranu, MG . Sa slike je jasno da je

$$\begin{aligned} P_mG &= 90^\circ - \varphi_{mG}; & PG &= 90^\circ - \varphi_G; & \sphericalangle MP_mG &= -\lambda_m; \\ P_mM &= 90^\circ - \varphi_m; & PM &= 90^\circ - \varphi; & \sphericalangle MPG &= -\lambda. \end{aligned}$$

Iz kosinusnog obrazca imamo za svaki od trouglova izraze za luk MG ; njihovim izjednačavanjem dobijamo

$$\begin{aligned} \sin \varphi \sin \varphi_G + \cos \varphi \cos \varphi_G \cos(-\lambda) &= \\ = \sin \varphi_m \sin \varphi_{mG} + \cos \varphi_m \cos \varphi_{mG} \cos(-\lambda_m). \end{aligned}$$

Označimo male promene koordinata usled pomeranja pola prefiksom Δ , tj.

$$\varphi - \varphi_m = \Delta\varphi, \quad \varphi_G - \varphi_{mG} = \Delta\varphi_G, \quad \lambda - \lambda_m = \Delta\lambda'.$$

Smenjujući u prethodnoj formuli trenutne širine i dužine njihovim srednjim vrednostima i malim priraštajima i razvojem sinusa i kosinusa u Tejlorov red, ako se ograničimo malim veličinama prvog reda, dobijamo

$$\begin{aligned} (\sin \varphi_m + \Delta\varphi \cos \varphi_m)(\sin \varphi_{mG} + \Delta\varphi_G \cos \varphi_{mG}) + \\ (\cos \varphi_m + \Delta\varphi \sin \varphi_m)(\cos \varphi_{mG} + \Delta\varphi_G \sin \varphi_{mG})(\cos \lambda_m - \Delta\lambda' \sin \lambda_m) = \\ \sin \varphi \sin \varphi_{mG} + \cos \varphi \cos \varphi_{mG} \cos \lambda_m. \end{aligned}$$

Oslobađajući se zagrada i zadržavajući samo male veličine prvog reda, dobijamo

$$\begin{aligned} \Delta\varphi(\cos \varphi_m \sin \varphi_{mG} - \sin \varphi_m \cos \varphi_{mG} \cos \lambda_m) + \\ \Delta\varphi_G(\sin \varphi_m \cos \varphi_{mG} - \cos \varphi_m \sin \varphi_{mG} \cos \lambda_m) = \\ = \Delta\lambda' \cos \varphi_{mG} \sin \lambda_m. \end{aligned}$$

Oдавде je

$$\Delta\lambda' \sin \lambda_m = \delta\varphi(\operatorname{tg} \varphi_{mG} - \operatorname{tg} \varphi_m \cos \lambda_m) + \Delta\varphi_G(\operatorname{tg} \varphi_m - \operatorname{tg} \varphi_{mG} \cos \lambda_m).$$

Iz ranije formule imamo

$$\Delta\varphi = x \cos \lambda_m - y \sin \lambda_m, \quad \Delta\varphi_G = x \cos \lambda_{mG} - y \sin \lambda_{mG}.$$

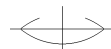
Ako ih smenimo u prethodu jednačinu, posle elementarnih transformacija dobijamo

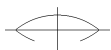
$$\delta\lambda' = \lambda - \lambda_m = (x \sin \lambda_m + y \cos \lambda_m) \operatorname{tg} \varphi_m + y \operatorname{tg} \varphi_{mG}.$$

Član $y \operatorname{tg} \varphi_{mG}$ daje promenu longitude samog Griniča usled istog uzroka. Ukoliko se longituda meri od srednjeg, a ne od trenutnog griničkog meridijana, da bi se dobila stvarna promena longitude tačke $M(\Delta\lambda)$, iz $\Delta\lambda'$ moramo oduzeti veličinu $y \operatorname{tg} \varphi_{mG}$, tj.

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda' - y \operatorname{tg} \varphi_{mG} = -(x \sin \lambda_m + y \cos \lambda_m) \operatorname{tg} \varphi_m.$$

Ako se razlika $\Delta\lambda$ iskaže u časovnoj meri, onda je

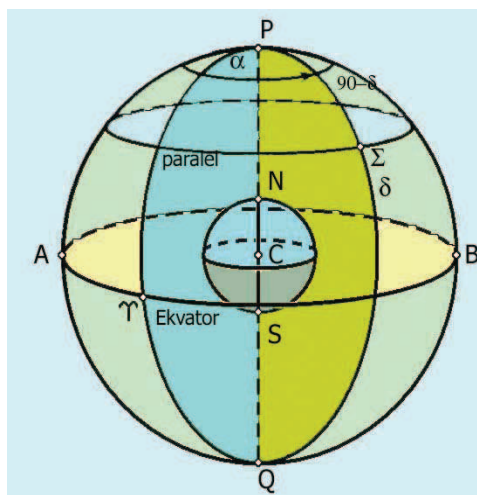




$$\Delta\lambda = -\frac{1}{15}(x \sin \lambda_m + y \cos \lambda_m) \operatorname{tg} \varphi_m.$$

Prema tome, promena longitude zavisi od geografske širine topocentra φ_m ; na ekvatoru teži nuli, a na polovima ima značajne vrednosti. Te veličine imaju sistematski karakter i u savremenim posmatranjima moraju da se uzmu u obzir.

§ 1.7. Rektascenzija i deklinacija. Veći deo ove knjige neće se odnositi na Zemlju, već na nebesku sferu. Međutim, geometrijska razmatranja su veoma slična i postoji koordinatni sistem koji potpuno odgovara geografskoj širini i dužini. On se naziva *ekvatorski* sistem i poznate su njegove dve koordinate, *rektascenzija* i *deklinacija*. Ovaj sistem je daleko najvažniji od svih koordinatnih



Slika 1.16. Geocentrična nebeska sfera

čke se nazivaju *severni* i *južni nebeski pol*. Ravan Zemljinog ekvatora seče nebesku sferu po velikom krugu *AB* koji se naziva *nebeski ekvator*. Koordinatna mreža deklinacija i rektascenzija koja može da se povuče na nebeskoj sferi slična je mreži geografskih širina i dužina. Posebno, imamo *paralel deklinacije*, mali krug paralelan nebeskom ekvatoru, i *meridijan rektascenzije*, veliki polukrug ograničen nebeskim polovima.

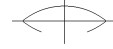
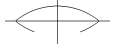
Rektascenzija α i deklinacija δ proizvoljne tačke X na nebeskoj sferi formalno se definišu kao

$$\delta = 90^\circ - \angle PX, \quad (1.23)$$

$$\alpha = \angle \Upsilon PX, \quad (1.24)$$

gde je Υ stalna tačka na nebeskoj sferi. Ova tačka, koja se uzima kao nulta tačka rektascenzije, odgovara položaju Sunca u trenutku prolećne ravnodnevice, oko 21 marta, kada Sunce prelazi nebeski ekvator sa juga na sever. Definicija Υ tačke, koja se naziva *ekvinokcij*, biće potpunije data u sledećoj glavi. Za sada je dovoljno





napomenuti da je to stalna referentna tačka na nebeskom ekvatoru. Napomenimo da rektascenzija raste u pravcu istoka, kako je naznačeno strelicom na sl. 1.16. Šta više, na nebeskom ekvatoru je $\delta = 0^\circ$, dok je na severnom i južnom nebeskom polu $\delta = +90^\circ$ i -90° , redom.

Mada rektascenzija može da se izrazi u stepenima i onda je u intervalu $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$, obično je izražena u vremenskoj meri, izjednačavanjem 360° sa 24 časa. Ista konvencija je s razlogom primenjena na geografsku dužinu. Slede relacije; kako je

$$24^{\text{h}} = 360^\circ,$$

imamo da je

$$\begin{aligned} & 1^{\text{h}} = 15^\circ, \quad 1^{\text{m}} = 15', \quad 1^{\text{s}} = 15'' \\ \text{i} \quad & 1^\circ = 4^{\text{m}}, \quad 1' = 4^{\text{s}}, \quad 1'' = \frac{1^{\text{s}}}{15}. \end{aligned} \quad (1.25)$$

Može da se izvede sistem *pravougljih ekvatorskih koordinata* koje su povezane sa rektascenzijom i deklinacijom. Neka je C centar nebeske sfere. Onda izaberimo CP za z -osu, $C\Upsilon$ za x -osu, a y -osu izaberimo tako da formira desni koordinatni sistem. To znači da je ona u pravcu $\alpha = 6^{\text{h}}$, $\delta = 0$. Ekvivalentno jednačinama (1.8) koordinate (x, y, z) tačke X su date sa

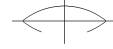
$$x = \cos \delta \cos \alpha, \quad y = \cos \delta \sin \alpha, \quad z = \sin \delta, \quad (1.26)$$

gde je, kao i obično, uzet jedinični poluprečnik nebeske sfere. Moguće je, ako bude data neka informacija o rastojanju nebeskog objekta, to uneti u jednačinu (1.26) množenjem njene desne strane rastojanjem, r . Biće

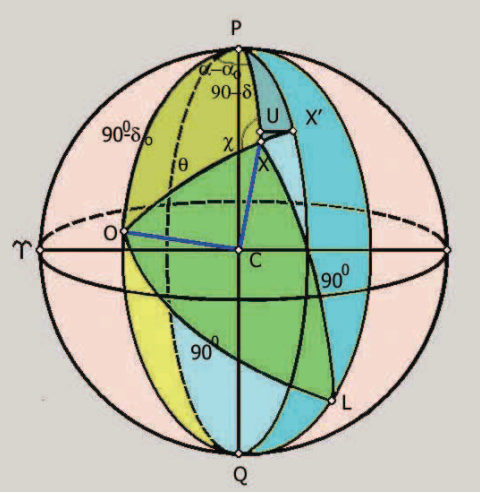
$$x = r \cos \delta \cos \alpha, \quad y = r \cos \delta \sin \alpha, \quad z = r \sin \delta, \quad (1.26')$$

§ 1.8. Rastojanja zvezda na nebeskoj sferi. Mnogi problemi sferne astronomije tiču se promene položaja zvezda na nebeskoj sferi usled nekog od brojnih uzroka. Ove promene imaju prilično standardnu formu. U posebnom slučaju, promena zavisi od položaja zvezde ali tako da je pomeranje duž velikog kruga koji spaja zvezdu sa određenom stalnom tačkom na nebeskoj sferi. Na





primer, usled godišnje paralakse pomeranje je uvek usmereno ka Suncu, dok usled dnevne aberacije, pomeranje je ka istočnoj tački posmatračeva horizonta. Zajedničke osobine pomeranja omogućavaju da sva pomeranja mogu da se tretiraju kao poseban slučaj opšteg rezultata izvedenog niže. Pretpostavimo da je, usled nepoznatog uzroka, zvezda $X(\alpha, \delta)$ pomerena za mali iznos u tačku X' i to pomeranje je duž velikog kruga koji spaja X sa tačkom O . Neka O ima ekvatorske koordinate (α_0, δ_0) i označimo luk OX sa θ . Onda XX' može da se označi sa $d\theta$, i pretpostavimo da je $d\theta$ mali ugao. Predstavljeno na sl. 1.17 pomeranje $d\theta$ je pozitivno. Napišimo pomeranje kao



Slika 1.17. Rastojanja na sferi

$$d\theta = k \sin \theta. \quad (1.27)$$

U praksi je često k pozitivna ili negativna konstanta, nezavisno od izbora zvezde. Konačno, neka su ekvatorske koordinate tačke $X'(\alpha + d\alpha, \delta + d\delta)$. Na sl. 1.17 predstavljena su pozitivna pomeranja $d\alpha$ i $d\delta$.

Konstruišimo luk malog kruga sa polom P kroz X' da preseče PX u U . Sada je sferni ugao $\sphericalangle PX = \alpha$ i $\sphericalangle PX' = \alpha + d\alpha$. Tako je ugao zahvaćen lukom malog kruga u njegovom polu, tj. $\sphericalangle UPX' = d\alpha$. Dalje je, $PX' = PU = 90^\circ - (\delta + d\delta)$; pa je, iz jednačine (1.3),

$$UX' = d\alpha \cos(\delta + d\delta) = d\alpha \cos \delta,$$

sa tačnošću do prvog reda. Međutim, kako je $PX = 90^\circ - \delta$, sledi da je

$$UX = d\delta.$$

Sada označimo sferni ugao $OX'P$ sa χ . Onda je $UXX' = 180^\circ - \chi$. Kako su dimenzije trougla UXX' male u poređenju sa nebeskom sferom, može da se smatra ravnim trouglom sa pravim uglom kod U . Onda je,

$$UX = XX' \cos(180^\circ - \chi) = -XX' \cos \chi,$$

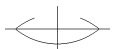
i

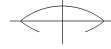
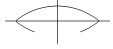
$$UX' = XX' \sin(180^\circ - \chi) = XX' \sin \chi.$$

Sa naša dva ranija rezultata i (1.27), sledi da je

$$\begin{aligned} \cos \delta d\alpha &= k \sin \theta \sin \chi, \\ d\delta &= -k \sin \theta \cos \chi. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Razmatrajmo sada sferni trougao OPX . Kako je $\sphericalangle PX = \alpha$ i $\sphericalangle PO = \alpha_0$, sledi da je $\sphericalangle OPX = \alpha - \alpha_0$. Osim toga, $PX = 90^\circ - \delta$, $PO = 90^\circ - \delta_0$, $OX = \theta$ i $\sphericalangle OXP = \chi$. Koristeći sinusni i sinusno-kosinusni obrazac, (1.9) i (1.12), imamo da je





$$\begin{aligned}\sin \theta \sin \chi &= \sin(90^\circ - \delta_0) \sin(\alpha - \alpha_0), \\ \sin \theta \cos \chi &= \cos(90^\circ - \delta_0) \sin(90^\circ - \delta) - \sin(90^\circ - \delta_0) \cos(90^\circ - \delta) \cos(\alpha - \alpha_0).\end{aligned}$$

Smenjujući ovo u jednačine (1.28) dobijamo

$$\begin{aligned}d\alpha &= k \sec \delta \cos \delta_0 \sin(\alpha - \alpha_0), \\ d\delta &= k(\sin \delta \cos \delta_0 \cos(\alpha - \alpha_0) - \cos \delta \sin \delta_0).\end{aligned}\tag{1.29}$$

Za korišćenje ovog opšteg rezultata u bilo kom posebnom slučaju, neophodno je uneti vrednosti konstante k i koordinate tačke O . Važno je uočiti da ove jednačine mogu da se primene samo za mala pomeranja. Ako su jednačine (1.29) izražene u radijanima, onda je k mala veličina i mora da se ima na umu da su pri izvođenju ovih jednačina zanemareni članovi sa $O(k^2)$. Kada je u pitanju veliko pomeranje, preporučujemo korišćenje drugih metoda.

Opšti rezultat (1.29) može da se izrazi i u vektorskoj formi. Neka je \mathbf{s} jedinični vektor položaja za X i \mathbf{s}_0 isto za tačku O ; tada vektor $\mathbf{s} \times \mathbf{s}_0$ ima intenzitet $\sin \theta$ i usmeren je ka tački L na nebeskoj sferi za 90° udaljenoj od O i od X . L je pol velikog kruga kroz OX . Neka je vektor položaja tačke X' $\mathbf{s} + d\mathbf{s}$. Kako je \mathbf{s} jedinični vektor to je $\mathbf{s} \cdot \mathbf{s} = 1$ i diferenciranje daje, za svako malo pomeranje,

$$\mathbf{s} \cdot d\mathbf{s} = 0.\tag{1.30}$$

Dakle, vektor $d\mathbf{s}$ je upravran na \mathbf{s} . Osim toga, kako je pomeranje duž OX , to je $d\mathbf{s}$ upravno i na $\mathbf{s} \times \mathbf{s}_0$ pa je vektor pomeranja $d\mathbf{s}$ u pravcu $\mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{s}_0)$. Lako se vidi da je nepoznata ovog dvostrukog vektorskog proizvoda $\sin \theta$. Na osnovi jednačine (1.27) imamo da je

$$d\mathbf{s} = k \mathbf{s} \times (\mathbf{s} \times \mathbf{s}_0).\tag{1.31}$$

Ovaj oblik jednačine je opštiji od jednačine (1.29) za primenu u ma kom koordinatnom sistemu. U praksi se koristi u skalarnom obliku, a skalarni oblik u ekvatorskim koordinatama su jednačine (1.29). Dokazivanje poslednjeg stava je ostavljeno kao vežba za čitaoca.

Zgodno je raditi analizu u radijanima. Međutim, u primeni rezultata traže se praktičnije jedinice pa su mali uglovi izraženi u lučnim sekundama. Približno je

$$1 \text{ radijan} = 57^\circ 17' 45'' = 206\,265'',\tag{1.32}$$

gde je $206265''$ važan faktor konverzije. Prednost radijana je primena aproksimacija malih uglova. Ako je θ mali ugao izražen u uglovnoj meri, onda je

$$\sin \theta \approx \theta, \quad \cos \theta \approx 1, \quad \text{tg } \theta \approx \theta.\tag{1.33}$$

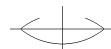
Iz jednačine (1.32) sledi da je

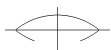
$$\sin 1'' = \frac{1}{206\,265}.\tag{1.34}$$

Na primer, ako je θ'' broj lučnih sekundi u malom uglu θ , onda je, iz jednačina (1.32) i (1.33),

$$\sin \theta = \theta'' \sin 1''.\tag{1.35}$$

Pretpostavimo da se u primeni jednačine (1.29), koriste lučne sekunde. Neka je k vrednost parametra u radijanima i k'' u lučnim sekundama. Onda, kako se isti





faktor konverzije primenjuje na svaku stranu jednačine, zamenom k sa k'' , $d\alpha$ i $d\delta$ se dobijaju u lučnim sekundama. Jednačine su, međutim, tačne do članova prvog reda i jasno je da će greška, recimo ε , biti u radijanima,

$$\varepsilon = O(k^2) = O((k'' \sin 1'')^2).$$

Greška, u lučnim sekundama, je

$$\varepsilon = O(k''^2 \sin 1''). \quad (1.36)$$

Ovo daje korisnu informaciju o tačnosti. Na primer, za pomeranje reda jedne lučne sekunde, možemo da utvrdimo grešku prvog reda od $5 \cdot 10^{-6}$ lučnih sekundi, koja je potpuno zanemarljiva u svim razmatranjima. S druge strane, čak za pomeranje od $15''$ ili jedne vremenske sekunde, greška je reda $0'',001$, tačnost koja nije dostignuta ni najfinijim astrometrijskim merenjima, dok pomeranje od $1'$ daje grešku od $0'',02$. Mada je tačnost nekih optičkih i radio opservatorija dovedena do ove vrednosti, mnogi računari, na primer za *Astronomical Almanac*, ne zahtevaju veću tačnost. Zaključak je da, mada su formule I reda veoma korisne, moraju da se koriste tek uz poznavanje njihovih ograničenja.

Na kraju, izrazićemo poslednji rezultat jednačine (1.29) u praktičnim jedinicama. Ako je parametar k izražen u lučnim sekundama, onda je $d\alpha$ u vremenskim a $d\delta$ u lučnim sekundama dato sa

$$\begin{aligned} d\alpha^s &= \frac{1}{15} k'' \sec \delta \cos \delta_0 \sin(\alpha - \alpha_0), \\ d\delta'' &= k'' (\sin \delta \cos \delta_0 \cos(\alpha - \alpha_0) - \cos \delta \sin \delta_0). \end{aligned} \quad (1.37)$$

Zadaci

1.1. Dokazati da za uglove A, B, C sfernog trougla važi $\pi < \sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C < 3\pi$.

✿ **1.2.** Neka je dat sferni trougao ABC . Neka je *polarni trougao* $A'B'C'$ definisan sa: A' je pol strane BC izabran tako da je $AA' < 90^\circ$. Analogno su definisani polovi B' i C' . Dokazati da važe sledeće relacije između elemenata ova dva trougla:

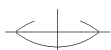
$$\begin{aligned} A' + a &= 180^\circ, & B' + b &= 180^\circ, & C' + c &= 180^\circ. \\ A + a' &= 180^\circ, & B + b' &= 180^\circ, & C + c' &= 180^\circ. \end{aligned}$$

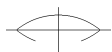
✿ **1.3.** Dokazati *princip dvojnosti* ("dualni princip") koji kaže da za ma koji obrazac koji izražava element sfernog trougla, dualni obrazac može da se izvede zamenom svake strane suplementom naspramnog ugla, a svaki ugao suplementom naspramne strane. Pokazati da su sinusni obrazac i četvoroelementni obrazac sebi dualni.

1.4. Izvesti Gausove obrasce za polarni sferni trougao.

1.5. Dva mesta X i Y na severnoj hemisferi imaju koordinate $(60^\circ W, 15^\circ N)$, $(15^\circ E, 30^\circ N)$. Odrediti najseverniju tačku, C , na luku velikog kruga koji spaja mesta X i Y .

1.6. Kolika je razlika u geografskim dužinama mesta A_1 i A , od koji se orvi nalazi na ekvatoru, a drugo na paralelu geografske širine φ , ako je φ_s geografska širina najjužnije tačke velikog kruga povučenog kroz A_1 i A ?





1.7. Mesta X i Y imaju istu geografsku širinu φ , a razlika njihovih geografskih dužina je L . Naći geografsku širinu najsevernije tačke velikog kruga koji prolazi kroz ta mesta i odrediti razliku dužina putanja merenih po paralelu i po velikom krugu između tih mesta.

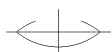
1.8. Avion poleće iz mesta $X(13^{\circ}15'S, 78^{\circ}W)$ i leti u mesto $Y(44^{\circ}48'N, 12^{\circ}40'E)$. Izračunati pređeno rastojanje u nautičkim miljama i geografsku dužinu na kojoj avion preseca ekvator.

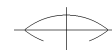
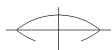
1.9. Dokazati da u jednakostranom sfernom trouglu važi izraz

$$2 \cos \frac{a}{2} \sin \frac{A}{2} = 1.$$

1.10. Sferne normale iz temena A, B, C proizvoljnog sfernog trougla seku naspramne strane u tačkama D, E, F , redom. Pokazati da važi:

$$\operatorname{tg} BD \operatorname{tg} CE \operatorname{tg} AF = \operatorname{tg} DC \operatorname{tg} EA \operatorname{tg} FB$$





ГЛАВА ДРУГА



Osnove astronomskog eksperimenta

§ **2.1. Određivanje položaja nebeskog tela.** Zbog nedostataka prvobitnih astronomskih eksperimenata čoveku se vrlo kasno u istoriji pružila prilika da sa izvesnošću raspozna rastojanja većeg broja nebeskih tela. U prvoj aproksimaciji smatrao ih je sva na jednakim daljinama, na površini zamišljene sfere proizvoljnog (ali, velikog) poluprečnika i sa centrom u posmatračevom oku. Time se *nebeska sfera* može smatrati jednom od prvih posledica i rezultatom **prvobitnog** posmatranja (eksperimenta!), najprimitivnijeg sa stanovišta raspoloživog instrumentarijuma.



Slika 2.1. *Papyrus Nespakasuti*

* § **2.2. Nebeska sfera.** Dakle, *nebesku sferu* uvodimo kao sferu jediničnog poluprečnika na koju, u pravcima u kojima ih vidimo, projektujemo likove nebeskih tela. U centar nebeske sfere smešta se posmatrač (realni ili fiktivni).





Slika 2.2. Sistem sveta

Ako je vizura poluprava od posmatrača ka nebeskom telu, onda se sva nebeska tela nalaze na nebeskoj sferi u tačkama prodora odgovarajućih vizura; to su *prividni položaji* nebeskih tela. Promena položaja nebeskog tela na nebeskoj sferi naziva se *prividnim kretanjem*. Veoma je pogodno izabrati nebesku sferu poluprečnika $R = 1$. Kao što smo rekli, položaj nebeskog tela na nebeskoj sferi je različit za različite trenutke posmatranja kako zbog Zemljinog dnevnog obrtanja, tako i zbog godišnjeg obilaženja Zemlje oko Sunca. Istorijski je najčešća praksa izbor **standardne** posmatračke tačke koja odgovara zamišljenom (fiktivnom) posmatraču smeštenom u tu ta-

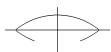
čku. Ta standardna tačka je centar Zemlje, centar Sunčevog sistema, centar Sunca ili centar galaksije. Nebeske sfere koje odgovaraju ovim položajima posmatrača (**standardnim tačkama**) nazivamo *geocentričnom*, *baricentričnom*, *heliocentričnom* ili *galaktičkom* nebeskom sferom, redom. Na drugoj strani, pošto se položaj stvarnog posmatrača identifikuje sa pojmom *topocentar*, kažemo da, kada je stvarni posmatrač u centru sfere, imamo *topocentričnu* nebesku sferu. Koordinate nebeskog tela se navode kao topocentrične, geocentrične, baricentrične, heliocentrične ili galaktičke, u skladu sa izborom centra nebeske sfere. Izuzimajući retke situacije boravka čoveka na kosmičkim letelicama ili drugim (prirodnim) nebeskim telima, topocentar je na Zemlji.

Razlike među ovim koordinatama potiču od uticaja paralakse i aberacije koje će biti razmatrane u daljem tekstu, bez računskih detalja. Te razlike su za zvezde male i one se mogu mahom zanemariti u razmatranjima u ovoj glavi. Cilj ove glave je uvođenje različitih koordinatnih sistema koji se koriste u položajnoj astronomiji i davanje konvencija vezanih za njih. Na već uvedeni ekvatorski koordinatni sistem, dodajemo opis horizontskog koordinatnog sistema i sistema ekliptičkih i galaktičkih koordinata. Svaki sistem čine osnovne polarne koordinate koje imaju osnovne osobine uvedene u §1.3. Sa svakim ovim sistemom može da se uvede ekvivalentan pravougli koordinatni sistem, koji je povezan sa sfernim jednačinama (1.8). Osim toga, u posebnom sistemu (ekvatorskom, ekliptičkom ili nekom drugom) mogu da se definišu topocentrične, geocentrične, baricentrične i heliocentrične koordinate kao koordinate koje se odnose na razne koordinatne početke, ali sa *strogo paralelnim* koordinatnim osama.

Ekvatorski sistem koordinata, rektascenzije i deklinacije, opisan je u gl. 1. Definicije odgovaraju geocentričnoj rektascenziji i deklinaciji. Topocentrična i heliocentrična rektascenzija i deklinacija biće slično definisane, izborom koordinatnog početka u odgovarajućoj tački i utvrđivanjem osnovnih pravaca paralelnih sa CP i $C\gamma$.

Odstupanja među topocentričnim, geocentričnim i heliocentričnim koordinatama su znatna i moraju se precizno naznačiti ako se s određenom namerom bira ko-





ordinatni početak. Ova odstupanja neće biti određivana u ovoj glavi, ali je dobro znati da se za svaki koordinatni sistem, sistem odstupanja jednako dobro može postaviti u topocentričnom, geocentričnom, baricentričnom ili heliocentričnom obliku.

§ 2.3. Prividno obrtanje nebeske sfere. Iskustvo običnog čoveka (u smislu: neastronom) daje izvesnu ali intuitivnu predstavu o nebeskoj sferi i njenim karakteristikama. Pri pažljivom posmatranju zapazićemo da poznata zvezda Severnjača (Polara) skoro da ne menja svoj položaj u odnosu na Zemaljske repere. Sva druga nebeska tela opisivaće u toku dana (24 časa) krug sa centrom u blizini Severnjače (vidi sliku 2.4.).

Ukoliko beležimo međusobne položaje i izgled nebeskih tela na nebeskoj sferi u toku dužeg vremenskog intervala uočićemo:

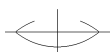
- da postoji veliki broj nebeskih tela koja praktično ne menjaju međusobni položaj (zvezde, nekretnice);
- da postoji manji broj zvezdolikih tela koja svetle mirnom svelošću (ne treperel!) i koja menjaju položaj među zvezdama (planete, lualice);
- da postoji Mesec, koji veoma brzo menja svoj položaj u odnosu na zvezde;
- da postoji Sunce, koje iz dana u dan izlazi približno na istom mestu u odnosu na zemaljske repere, ali u okolini različitih grupa zvezda;
- da se povremeno pojavljuju kosmata nebeska tela, koja vrlo brzo menjaju položaj među zvezdama (komete, repatice);
- da se povremeno pojavljuju pojedinačni zvezdoliki objekti i pljusкови takvih objekata koji u intervalu od nekoliko sekundi menjaju položaj i nestaju sa zvezdanog neba (meteori, zvezde padalice);
- da se preko neba prostire belo-magličasta traka nejednake širine i sjaja, ali stalnog položaja među zvezdama (Galaksija, Mlečni put, Kumova slama).



Obrtanje nebeske sfere: snimak na jezeru Titikaka 1997. (F. Espenak)



Slika 2.4. Cirkumpolarne zvezde



Kada posmatramo zvezde prividno dnevno kretanje nebeske sfere se manifestuje u postojanju zvezda čije su dnevne putanje u celosti vidljive (*cirkumpolarne zvezde*), u postojanju zvezda čije dnevne putanje se vide samo delimično (*zvezde koje izlaze i zalaze*) i u postojanju zvezda čije delove dnevne putanje u datom trenutku uopšte ne vidimo iz datog položaja (*anticirkumpolarne zvezde*).

§ 2.4. Sazvežđa. Sve što smo do sada rekli o nebeskim telima isključivo je rezultat vizuelnog astronomskeg eksperimenta u kojem prevladuje matematička apstrakcija nebeske sfere. Ako u principe (priznake) klasifikacije uključimo dodatne mogućnosti vizuelnog posmatranja, onda možemo da govorimo o sjaju i boji nebeskih tela.

Uočavajući sjajnije zvezde na nebu, drevni posmatrači su izvršili **prostornu** podelu zvezda u grupe koje se nazivaju *sazvežđima* (slika 2.5.).



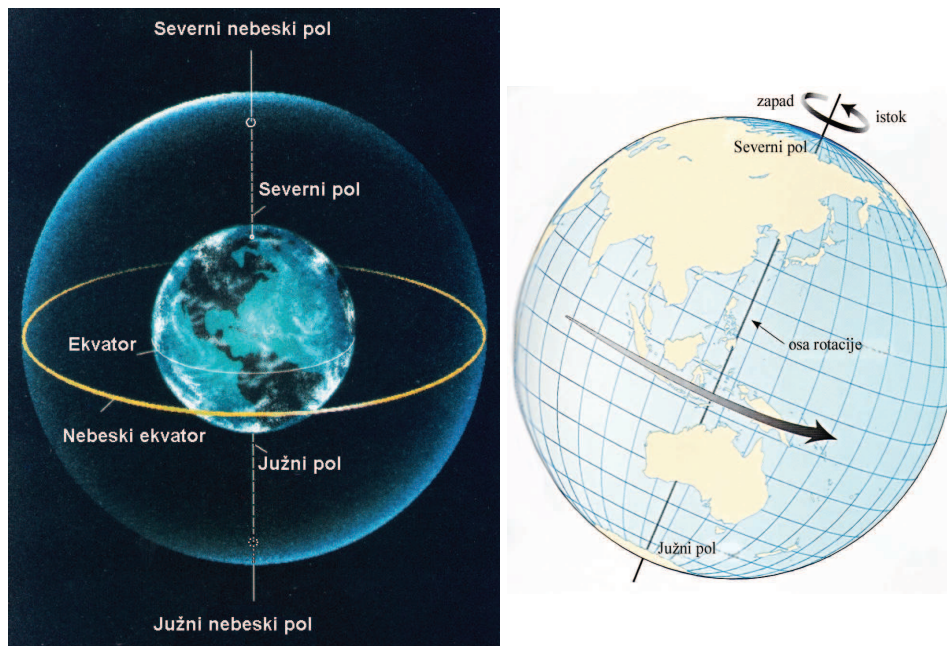
Po pravilu, svakom sazvežđu davan je odgovarajući mitološki značaj i obeležje (v. Prilog I). Nebeska sfera je "podeljena" na 88 sazvežđa; ovu podelu je uveo Delport



1919. O sazveždima nećemo posebno govoriti, ali će ona na različite načine biti prisutna u daljem tekstu, kako kroz prividno kretanje Sunca, tako i kroz strukturu zvezdanih sistema i njihovu evoluciju.

Uočavajući razlike u **boji i sjaju** pojedinih zvezda, posmatrači davnih vremena su svakoj zvezdi davali ime (v. Prilog I). Pri tome, znajući da prosečni posmatrač na vedrom nebu može da **uoči** oko 3000 zvezda, očigledno je da je broj zvezda sa imenima veoma mali u odnosu na ukupni broj zvezda. Selektivnost i razdvojna moć čovekovog oka nije mogla da zadovolji sve veće zahteve astronoma.

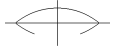
§ **2.5. Elementi nebeske sfere.** Već smo istakli da se nebeska sfera prividno obrće i da je jedna invarijantna tačka obrtanja u blizini Severnjače. Druga tačka je dijametralno suprotna u odnosu na posmatrača (slika 2.6.). Vremenski interval za koji nebeska (zvezdana!) sfera izvrši prividno pun obrt oko nebeske ose naziva se *zvezdani dan*: to je vremenski interval posle kojeg se ponovi konfiguracija zvezda u odnosu na zemaljske repere. Ukoliko su položaji nebeskih tela dati u odnosu na mesto posmatranja, govorimo o topocentričnoj konfiguraciji, a ukoliko su dati u odnosu na centar Zemlje, onda govorimo o geocentričnoj konfiguraciji.



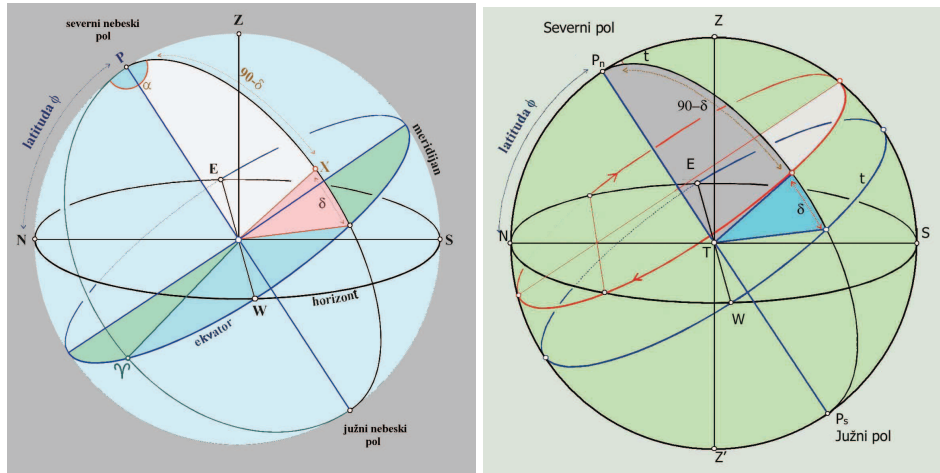
Slika 2.6. Zemljina rotacija

- ❁ Osa prividnog obrtanja nebeske sfere naziva se *svetska ili polarna osa*, $P_N O P_S$
- ❁ (sl.2.7). Tačke prodora svetske ose kroz nebesku sferu su *svetski polovi* – severni P_N i južni P_S . Severni pol je onaj iz kojeg se sva prividna kretanja vide u smeru
- ❁ kretanja kazaljke na satu; taj smer se naziva *retrogradnim smerom*.





- ✿ *Nebeski ekvator* je veliki krug nebeske sfere nastao presekom nebeske sfere sa ravnii upravnom na svetsku osu kroz Zemljino središte. *Dnevni paralel* je mali krug nebeske sfere paralelan ekvatoru. *Deklinacijski krug* je veliki krug nebeske sfere koji prolazi kroz polove.



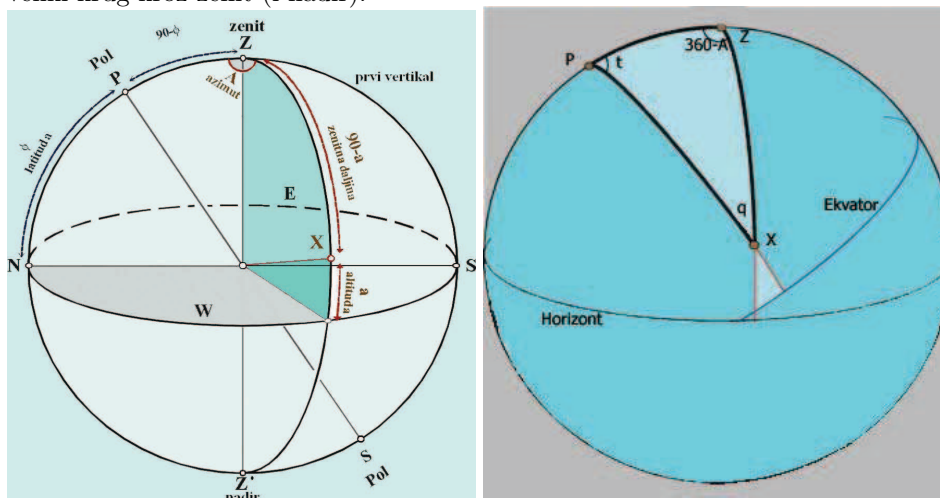
Slika 2.7. Ekvatorski sistemi

Istorijski gledano, osnovni elementi nebeske sfere za orijentaciju i određivanje položaja tačaka na Zemlji i položaja nebeskih tela su **vertikala i horizont**.

Vertikala je prava određena vektorom rezultante Zemljine privlačne i centrifugalne sile. Materijalizuje se pravcem mirnog viska. ✿

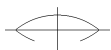
Pravi horizont je veliki krug nebeske sfere nastao presekom nebeske sfere i ravni upravne na vertikalu (u položaju posmatrača, slika 2.8.). ✿

Zenit i nadir su prodorne tačke vertikale kroz nebesku sferu; zenit je iznad horizonta. *Almukantar(at)* je mali krug nebeske sfere paralelan horizontu. Vertikal je veliki krug kroz zenit (i nadir). ✿



Slika 2.8. Horizontski sistem





Nebeski meridijan posmatrača je deklinacijski krug kroz zenit, odnosno, vertikal kroz svetski pol. On seče horizont u južnoj S i severnoj N tački (N-tačka bliža polu P_N). Prava NS u ravni horizonta naziva se *podnevačkom linijom*. Prvi vertikal je vertikal čija je ravan upravna na ravan meridijana; tačke preseka prvog vertikala i horizonta su istočna E i zapadna W tačka horizonta. ❀

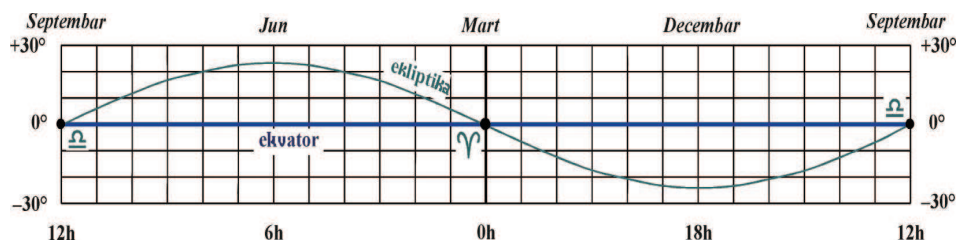
§ 2.6. Prividna Sunčeva kretanja. Ekliptika. Eksperiment sa Suncem. Posmatrajući pažljivo iz dana u dan možemo zapaziti da se položaj tačke izlaza i zalaza Sunca (ipak) menja u odnosu na zemaljske repere; u odnosu na apstrakciju datu pojmom horizont, možemo da kažemo da se **azimuti** izlaza i zalaza menjaju. Ovakva posmatranja možemo obaviti bez posebnih priprema u odnosu na pravac najkraće dnevne senke mirnog viska (pravac podnevačke linije!). Vrlo često se u literaturi govori o tome da se prati dužina senke **vertikalnog štapa!** Napominjemo da je **materijalizacija** takvog eksperimenta **uslovljena prethodnom** materijalizacijom mirnog viska, pa je, sa stanovišta i teorije grešaka i metodike **bесmisleno** izvoditi 2 eksperimenta, pri čemu **drugi dokazano ne može** imati manju grešku. Ne upuštajući se ovde u sve detalje projekcije prividnog kretanja Sunca na ravan horizonta, sa fenomenološkog stanovišta gornji eksperiment je **dovoljan**.

- ❀ Najveća dnevna visina Sunca nad horizontom naziva se (*gornjom*) *kulminacijom* (pravo podne). Trenutak pravog podneva identičan je trenutku najkraće senke i tada se ugao visine Sunca može dobiti iz dužine viska l i dužine senke s :

$$\operatorname{tg} h = \frac{l}{s}.$$

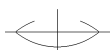
Beležeći položaje tačaka izlaza i zalaza Sunca u toku godine i njegovu visinu u podne, utvrdićemo da:

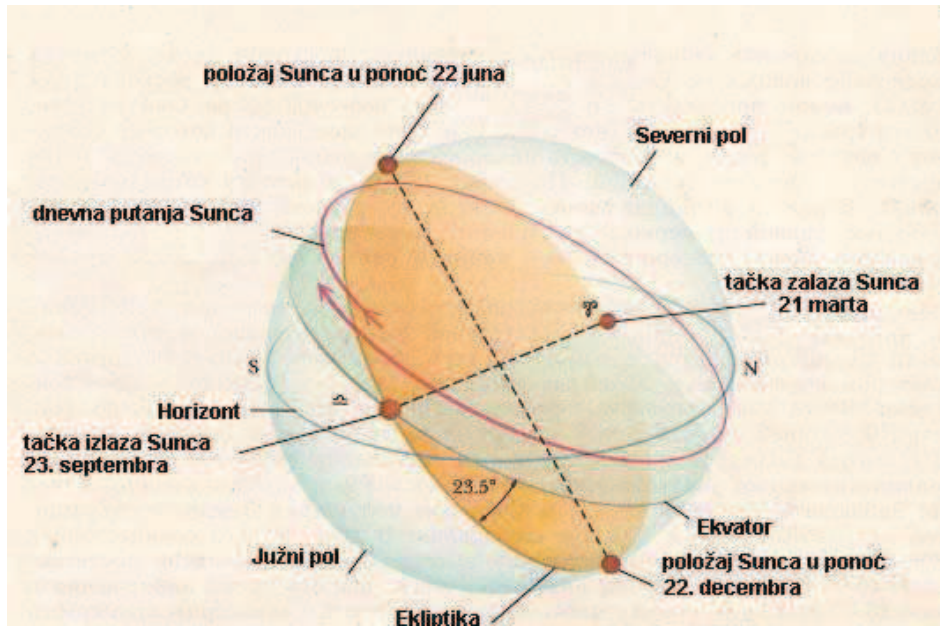
- postoje trenuci maksimalnog udaljenja ka severu i jugu tačaka izlaza i zalaza Sunca u odnosu na istočnu i zapadnu tačku horizonta, E i W , redom. To su trenuci *solsticija (zastoja)* – letnjeg i zimskog. Ti trenuci su identični trenucima maksimalne i minimalne podnevne visine Sunca. Odgovarajući dnevni paraleli koje tada opisuje Sunce nazivaju se severnim i južnim povratnikom (!?).
- postoje trenuci poklapanja tačaka izlaza i zalaza sa tačkama E i W ; to su trenuci *ekvinokcija, ravnodnevice* – prolećne i jesenje.



Slika 2.9. Ekliptika

Zbog neprekidnosti sunčevog kretanja, njegove dnevne putanje nisu, strogo uzevši, nebeski paraleli već delovi zavojnice (sl.2.10.) između severnog i južnog povratnika.

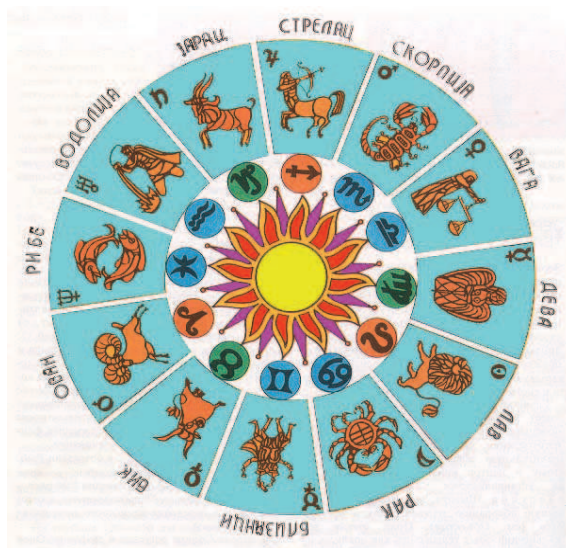




Slika 2.10.

Proširujući eksperiment sa Suncem na beleženje položaja tačaka njegovog izlaza i zalaza u odnosu na zvezde, utvrdićemo da se Sunce prividno kreće po nebeskoj sferi među zvezdama od zapada na istok i da po isteku perioda, koji nazivamo godina, ponavlja svoj položaj u odnosu na zvezde.

Veliki krug nebeske sfere koji se dobija kao projekcija prividne godišnje putanje Sunca na nebesku sferu naziva se *ekliptikom* (v.sl. 2.9.).



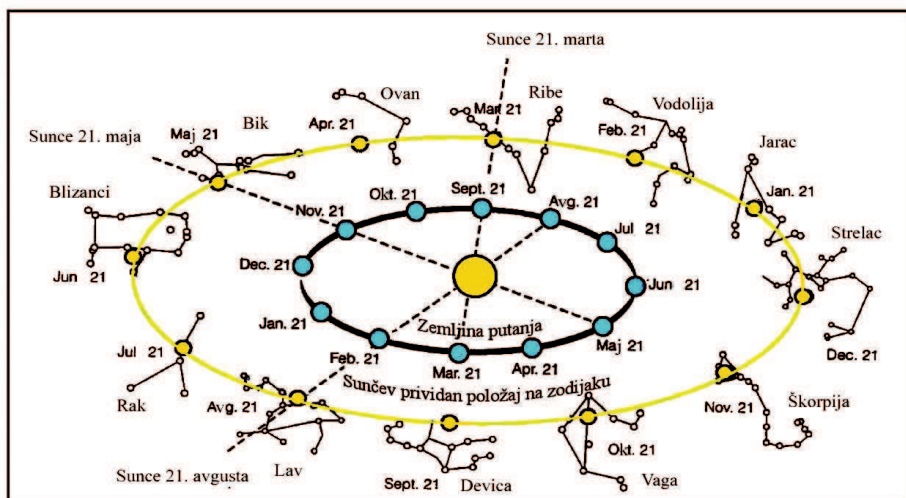
Krećući se po ekliptici Sunce u toku godine prođe kroz 12 sazvežđa (v.slike 2.11. i 2.12.), koja skoro sva nose životinjska imena – *zodijačka sazvežđa*:



**Ovan, Bik, Blizanci,
Rak, Lav, Devojka,
Vaga, Skorpija, Strelac,
Jarac, Vodolija i Ribe.**

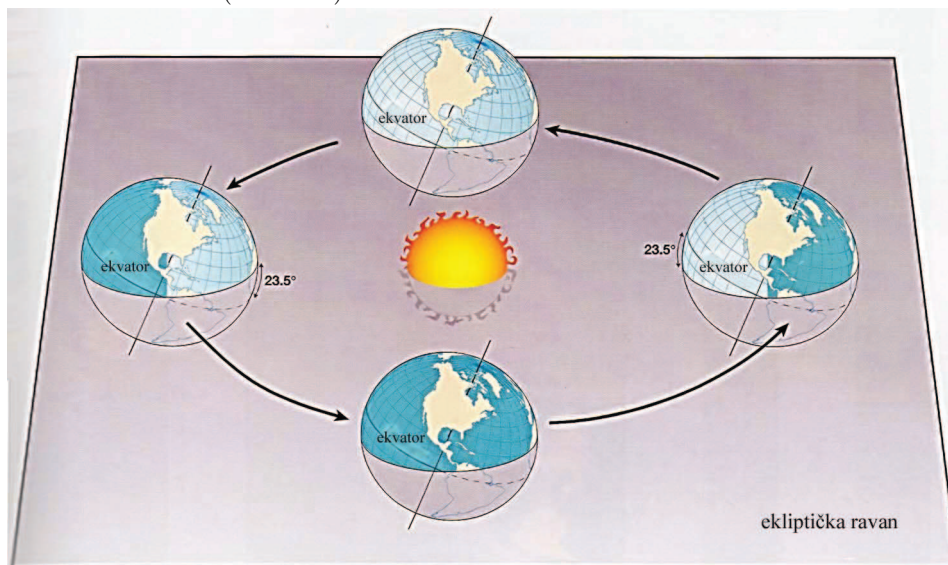
Slika 2.11. Zodijak

Dijagram pokazuje zašto izgleda da se Sunce kreće ravnomerno prema istoku oko ekliptike prolazeći svake godine kroz 12 sazvežđa koja obrazuju zodijak

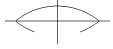


Slika 2.12. *Prividno kretanje Sunca*

§ 2.7. **Elementi nebeske sfere izvedeni iz Sunčevog prividnog kretanja.** Višegodišnji eksperiment sa Suncem pokazao bi nam da su severni i južni povratnik na približno konstantnoj daljini od nebeskog ekvatora (slika 2.13.), a to znači da je nagibni ugao ravni ekliptike prema ravni ekvatora približno konstantan ($\approx 23^{\circ}27'$).



Slika 2.13.



Uzimajući da je ekliptika element nebeske sfere, polovima ekliptike (Π_N i Π_S) nazivamo tačke prodora kroz nebesku sferu prave upravne na ekliptiku.

Ekliptika seče nebeski ekvator u tačkama ekvinokcija – prolećni (γ) i jesenji (Ω) (sl. 2.10.). Mali krug nebeske sfere paralelan sa ekliptikom naziva se *krug longitude*; veliki krug nebeske sfere kroz polove ekliptike naziva se *krug latitude*. ❀ ❀

§ 2.8. Zvezdane karte. Koordinate. Vreme. Da bi mogle da se prave zvezdane karte, koje prikazuju sazvežđa u ravni, treba da znamo koordinate zvezda. U klasičnom astronomskom eksperimentu pokazalo se da su za ovu svrhu najpogodniji *sferni koordinatni sistemi*. ❀

Po pravilu, sferni koordinatni sistem je određen izborom *osnovne ravni*, *osnovnog pravca* u toj ravni i *smenom* merenja uglova. Koordinate u ovom sistemu su rastojanje i dva ugla. Kako je rastojanje, po definiciji za nebesku sferu, jedinično ($R = 1$), koordinate su samo dva ugla. ❀ ❀

Primenjena (praktična) astronomija u užem smislu je metodika i praksa posmatranja i merenja na Zemlji i veštačkim nebeskim telima u cilju stvaranja uporišnog sistema referencije, kako u klasičnom, koordinatnom smislu, tako i u smislu definisanja parametara i sistema konstanti makrosveta.

Sistem nebeskih koordinata pogodan za proučavanje kretanja u vasioni mora da bude inercijalan; nužnom prelaznom formom u rešavanju praktičnih zadataka javlja se FUNDAMENTALNI sistem nebeskih koordinata i konstanti, koji, za razliku od inercijalnog, sadrži rotaciono kretanje. Savremena astronomija fundamentalni sistem najprirodnije realizuje u obliku srednjeg ekvatorskog koordinatnog sistema koji, u principu, ima precesiono kretanje.

§ 2.9. Koordinatni sistemi. U jednačini (A) (vidi dalje), koja će biti detaljno objašnjena u odeljku o teleskopima, u ulozi definicionih veličina na levoj strani se javljaju (α, δ), gde je α rektascenzija, a δ deklinacija objekta. Takav njihov položaj nije ni malo slučajan. Objasnimo to detaljnije.

Sušтина телескопа је у пријему електромагнетне информације од објекта. У математиčkoj нотацији интензитет и квалитет примљене информације из правца (α, δ) и са растојања ρ , дати су изразом:

$$I(\rho, \alpha, \delta) = \int \int \int_V [coef. \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda) E(\lambda) d\lambda] d\rho d\alpha d\delta, \quad (2.1)$$

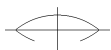
односно

$$I_t(\rho, \alpha, \delta) = \int \int \int_V [coef. \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda) E(\lambda) d\lambda] d\rho d\alpha d\delta, \quad (2.2)$$

gde je *coef.* uveden kao korektivni faktor u smislu razlikovanja nominalnih od efektivnih parametara, $f(\lambda)$ je funkcija nominalnih talasnih karakteristika međusistemске sredine i instrumentarijuma, $E(\lambda)$ je stvarna talasna karakteristika posmatranog objekta.

Kao što iz iskustva sledi, funkciji $f(\lambda)$ po pravilu prepuštamo (pridružujemo) informaciju o daljini objekta, pa prethodna jednačina postaje:





$$I_t(\alpha, \delta) = \int_P \int_{-\infty}^{+\infty} [coef. \int f(\lambda, \rho) E(\lambda) d\lambda] ds. \quad (A)$$

Davno naznačeni cilj astronomije, spoznaja geometrije Vasiona, određivanje oblika, položaja i kretanja nebeskih tela i sistema, podrazumeva stvaranje fundamentalnih sistema nebeskih koordinata. Danas se fundamentalni sistem realizuje u vidu ekvatorskog sistema koordinata koji se zadaje u prostoru i vremenu pomoću položaja (α, δ) i sopstvenih kretanja (μ_α, μ_δ) određenog broja zvezda fundamentalnog kataloga.

Ekvatorski sistem se pojavio u katalozima pre nekoliko stoleća, a poslednjih sto godina on predstavlja jedinstven sistem skoro u svim katalozima. Takvo stanje nije slučajno već je posledica potpune demokratije praktičnih uslova, jer su sva posmatranja obavljana sa Zemlje. Ekvatorski sistem koordinata se definiše Zemljinom rotacijom, a nulta rektascenzija se zadaje rotacijom oko ose i kretanjem oko Sunca.

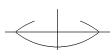
Međutim, proces dugotrajnih i tačnih posmatranja pokazao je suštinski nedostatak ekvatorskog sistema: ravan ekvatora i tačka prolećne ravnodnevice imaju veoma složeno kretanje. Pokušaji zamene ekvatorskog sistema još nisu urodili plodom jer nije dovoljno da novi predlog samo odriče stari sistem, nego mora i da jasno dokaže da će novi sistem biti nepokretniji od starog i pogodniji za realizaciju. Praktična pogodnost je veoma značajan činilac.

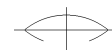
Za nas je ovde interesantno da, ukoliko se sa praktičnog stanovišta pokaže pogodnijim neki drugi sistem koordinata, to neće dovesti do promene principa konstrukcije koordinatnih sistema, već samo do promene posmatračkih metoda i instrumenata. Isto tako, stara posmatranja neće izgubiti svoj značaj. Sam prelaz sa jednog na drugi sistem koordinata ostvariće se jednostavnim računima; teškoće će se javiti samo pri tačnom određivanju parametara novog sistema u odnosu na stari sistem.

Za sada, sa izvesnošću možemo da kažemo da se fundamentalni sistem realizuje u vidu ekvatorskog sistema. Naglašavamo da postoji bitna razlika pojmova "fundamentalni sistem koordinata" i "sistem fundamentalnog kataloga". Pod sistemom kataloga podrazumevaju se sistematske greške koordinatne mreže date katalogom (n.pr. $\Delta\alpha_\alpha, \Delta\alpha_\delta, \dots$).

Razvoj astronomije zahteva kako povećanu tačnost tako i novi sastav objekata fundamentalnog kataloga. Neki astronomski zadaci pretpostavljaju praktičnu realizaciju inercijalnog sistema koordinata; pri tome se ne misli na sistem bez rotacije i ubrzanja, već na sistem sa poznatim (do određene tačnosti) rotacijom i ubrzanjem. Na drugoj strani postoje zahtevi da se ukloni translacija sistema praktičnom realizacijom sistema koordinata objekata čija su sopstvena kretanja i paralakse praktično jednaki nuli (vangalaktički objekti, kvazari i sl.).

Znači, govorimo o realnoj primeni fundamentalnih sistema u obliku srednjeg ekvatorskog koordinatnog sistema koji, u principu, ima precesiono kretanje. Pri stvaranju takvog sistema prvo se obrazuju takozvani instrumentski sistemi – zvezdani katalogi, koji sadrže jednu ili obe ugaone koordinate (naravno, i brojne pomoćne veličine) date za početak neke godine. Taj trenutak se naziva epoha koordinatnog sistema, epoha ravnodnevice kataloga; posebno se navodi i posmatračka epoha kataloga, što znači srednji trenutak–datum svih posmatranja.



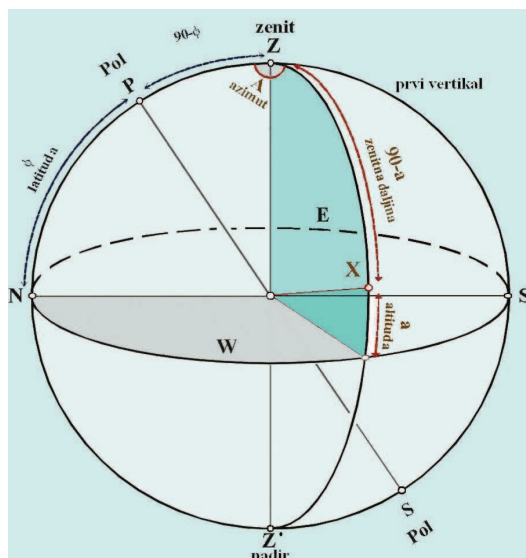


Kao što smo rekli, u slučaju nebeske sfere rastojanje je, po definiciji, jedinično ($R = 1$), pa su koordinate samo dva ugla. Izborom različitih elemenata (osnovnih ravni i pravaca!) na nebeskoj sferi dolazimo u situaciju da razlikujemo i koordinatne sisteme; najčešće su u upotrebi

- **horizontski;**
- **mesni ekvatorski;**
- **nebeski ekvatorski;**
- **ekliptički sistem koordinata;**
- **galaktički sistem koordinata.**

§ 2.10. Horizontski koordinatni sistem. U ovom sistemu osnovna ravan je ravan horizonta, osnovni pravac je podnevačka linija – od posmatrača ka južnoj tački, a smer merenja uglova je retrogradni (u smeru kretanja kazaljke na satu). Koordinate su *azimut i visina* (ili *zenitna daljina*). ❀

Napomena: Kod sfere jediničnog poluprečnika lukovi velikih krugova jednaki su u meri centralnim uglovima koje zahvataju.



Slika 2.14. Horizontski sistem

Azimut (A) tačke *X* je ugao u horizontskoj ravni meren od osnovnog pravca do pravca preseka osnovne ravni sa ravni vertikala kroz datu tačku; interval promene je ($0^\circ, 360^\circ$). (Azimut tačke je ugao dijedar ravni meridijana topocentra i ravni vertikala kroz tačku). ❀

Visina (h) tačke *X* je ugao u ravni vertikala meren od preseka sa ravni horizonta do pravca vizure kroz tačku; interval promene visine je ($-90^\circ, +90^\circ$). ❀

Po definiciji *zenitska daljina*, (*z*), tačke *X*, je komplement visine: ❀

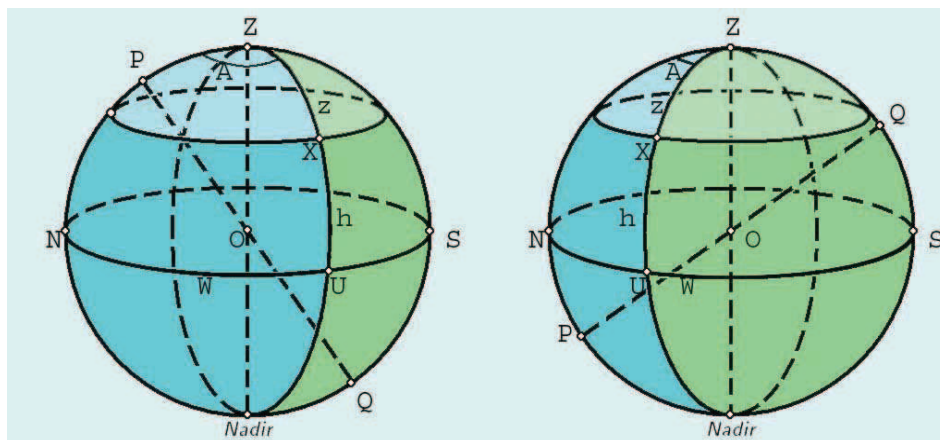
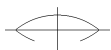
$$z = 90 - h.$$

Kako osnovni pravac ovog sistema zavisi od položaja mesta posmatranja, kaže se da je ovaj sistem *mesni*. ❀

Instrument za merenje horizontskih koordinata je *teodolit*. ❀

Posmatrajmo nebesku sferu sa centrom u tački *O*. Vertikala je najprirodniji osnovni pravac na Zemljinoj površini. Ovaj pravac je definisan pravcem Zemljine gravitacije. Neka vertikala usmerena na gore prodire nebesku sferu u tački *Z*, sl. 2.14. Ova tačka se zove *zenit*, a njoj dijametralno suprotna *nadir*. Veliki krug čiji su polovi zenit i nadir naziva se *nebeski horizont* ili jednostavno *horizont*. Ovaj veliki krug deli nebesku sferu na dve hemisfere; gornja hemisfera je vidljiva, dok je donja hemisfera nevidljiva za posmatrača na samoj Zemlji. ❀





Slika 2.15.

Linija povučena kroz tačku O , paralelno Zemljinoj obrtnoj osi, prodire nebesku sferu u tačkama P i Q , koje se nazivaju severni i južni nebeski pol, redom. Za svakog posmatrača samo jedan pol je na vidljivoj polusferi. Na sl. 2.15 prikazana su dva posebna dijagrama, za slučaj posmatrača na severnoj i posmatrača na južnoj geografskoj širini. Sve što sledi važi za oba.

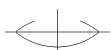
Zbog Zemljine rotacije, posmatrač će videti stalnu promenu položaja zvezda na nebu. Dnevno obrtanje Zemlje oko njene ose, sa zapada na istok, dovodi do prividnog obrtanja cele nebeske sfere sa istoka na zapad oko ose POQ . Posledica rotacije je da zvezde oko nebeskih polova ostaju (skoro) nepomične. Zvezda Polara (ili Severnjača) je sjajna zvezda koja je oko 1° udaljena od severnog nebeskog pola i lako je uočljiva na zvezdanom nebu, dok na južnoj hemisferi slične zvezde nema.

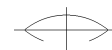
Konstruišimo luk velikog kruga ZP i produžimo ga, ako je potrebno, do preseka sa horizontom u tački N . Tačka N je severna tačka horizonta. Dijametralno suprotna tačka S je južna tačka horizonta; istočna i zapadna tačka su na po 90° od tačaka N i S . Napomenimo da je za posmatrača koji je okrenut ka severu W s leve a E s desne strane. Četiri tačke N, E, S, W nazivaju se *osnovnim tačkama horizonta*. Horizontski koordinatni sistem uzima tačku zenita, Z za pol. Za osnovni veliki krug izabran je krug ZN ili njemu ekvivalentan ZP . Neka je X neka tačka na nebeskoj sferi, njena *zenitna daljina* z i *azimut* A biće definisani sa

$$z = ZX, \quad A = PZX. \quad (2.3)$$

Po ovoj definiciji azimut je strogo zapadni (meren od severne tačke). Ovo je jedna od brojnih konvencija koje su u upotrebi. Prema ovoj definiciji, azimut raste u smeru suprotnom od kretanja kazaljke na satu i koordinatni sistem je desni. Azimut može, takođe, da se meri kao istočni, ali je bolje tada ga uzimati kao negativni. Međutim, koristićemo definiciju (2.3) u oblasti $-180^\circ < A \leq 180^\circ$.

- * Lukovi velikih krugova ograničeni sa Z i tačkom horizonta nazivaju se *vertikalni krugovi* (ili vertikali). Vertikal kroz X seče horizont u tački U i očigledno je da sve tačke na vertikalu imaju isti azimut A koji je jednak NU . Vertikali kroz W i E nazivaju se *prvi vertikali*.
- * Umesto zenitne daljine koristi se *visina* h . Za tačku X je $h = XU$ pa je





$$h = 90^\circ - z. \quad (2.4)$$

Mali krugovi sa polom u Z su krugovi iste visine (iste zenitne daljine) i nazivaju se *almukantari*. Na sl. 2.1 prikazan je almukantar kroz X . ❀

U sfernoj aproksimaciji Zemlje, OZ predstavlja produžetak poluprečnika iz centra Zemlje. Pravac OZ zaklapa ugao φ sa ekvatorskom ravni, a ugao φ je geografska širina posmatrača. Sledi da je luk PZ jednak posmatračevoj kolatitudi, što daje važnu relaciju

$$PZ = 90^\circ - \varphi. \quad (2.5)$$

Jednačina (2.5) važi i za severnog i za južnog posmatrača.

Zenitna daljina i azimut daju koordinatni sistem koji se lako realizuje u praksi, jer se zasniva na osnovnim pravcima, Z i P , koji se određuju direktnim posmatranjima. Međutim, ovo ima i ozbiljne nedostatke. Prvo, zenitna daljina i azimut zvezde zavise od položaja posmatrača. Ovo su lokalne koordinate, a gore data topocentrična definicija je najprirodnija. Na primer, moguće je da se transformišu u geocentrične koordinate, ali mora se zadržati zenitni pravac odgovarajućeg posmatračkog topocentra. Drugo, horizontske koordinate zvezda se menjaju sa prividnim dnevnim kretanjem nebeske sfere. Trenuci izlaza i zalaza zvezda računaju se kao trenuci za koje je $z = 90^\circ$.

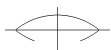
Koordinate tačke na Zemlji. Uporedimo dalja razmatranja sa onima iz paragrafa 1.6 u prvoj glavi. Ovde se odnosimo ka Zemlji kao ka nebeskom telu i koristimo aproksimacije koje **geografski koordinatni** sistem identifikuju sa **nazemnim** sistemom. Poslednji termin samo skreće pažnju na to da u zavisnosti od usvojene aproksimacije za oblik Zemlje, možemo imati i različite **realne** koordinatne sisteme Zemlje. Istovremeno, oni omogućavaju izvesne detalje u razlikovanju *lokalnih*, ❀
odnosno *mesnih* koordinatnih sistema. ❀

Smatrajući Zemlju u prvoj aproksimaciji loptom, tačke prodora svetske osovine kroz sfernu površinu Zemlje nazvaćemo *zemljini polovi*: severni i južni. ❀
Ravan nebeskog ekvatora seče istu sferu po krugu koji se naziva *zemljin ekvator*. ❀
Uporednici ili paraleli su mali krugovi paralelni ekvatoru; *zemljini meridijani* su ❀
krugovi kroz polove. ❀

Za određivanje položaja tačke na Zemlji koristi se *nazemni ekvatorski koordinatni sistem*; osnovne koordinate su: ❀

- *geografska širina* (φ) je ugao u ravni meridijana meren od presečnog pravca sa ekvatorom do pravca ka datoj tački; interval promene je $(-90^\circ, +90^\circ)$. ❀
- *geografska dužina* (λ) je ugao dijedar između meridijanskih ravni početno (inicialnog) meridijana i meridijana date tačke; interval promene je $(-12^h, +12^h$ ili $-180^\circ, +180^\circ)$. Međunarodnim dogovorom je usvojeno da je početni meridijan meridijan kroz Griničku opservatoriju, a negativni znak je za dužine ka zapadu. ❀
- *nadmorska visina* (H) je visina u metrima date tačke u odnosu na posebno ❀
definisane nivoske površine (v. kasnije: sferoid, geoid i sl.). ❀





§ 2.11. Mesni ekvatorski koordinatni sistem. U ovom sistemu osnovna ravan je ravan nebeskog ekvatora, osnovni pravac je pravac ka južnoj tački E_S ekvatora, a smer merenja uglova je retrogradni (slika 2.7.)

- ✿ *časovni ugao* t tačke je ugao u ekvatorskoj ravni meren od osnovnog pravca do pravca preseka osnovne ravni sa ravni deklinacijskog kruga kroz datu tačku; interval promene je (0^h-24^h ili $0^\circ-360^\circ$)
- ✿ *Deklinacija* δ je ugao u ravni deklinacijskog kruga meren od preseka sa ravni ekvatora do pravca vizure kroz tačku; interval promene je ($-90^\circ, +90^\circ$).
- ✿ Po definiciji *polarna daljina* p je komplement deklinacije:

$$p = 90^\circ - \delta. \quad (2.6)$$

Deklinacija je invarijanta u odnosu na prividno dnevno kretanje, ali časovni ugao nije, pa je zato i ovaj sistem mesni.

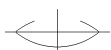
Časovni ugao i deklinacija. Horizontski koordinatni sistem vezan je za posmatrača, ali ne i za zvezde. Složen način na koji se menjaju zenitne daljine i azimut zvezde sa vremenom uzrokovan je činjenicom da ovaj koordinatni sistem, a posebno njegov pol Z , ne zavise od prividnog dnevnog kretanja zvezda, odnosno Zemljine rotacije. Međutim, koordinatni sistem vezan za pol P nema ovakve probleme. Pri tome, ako je PZ izabran kao referentni veliki krug, koordinatni sistem koji se realizuje je još i stalan u odnosu na trenutni položaj posmatrača. Nove koordinate su nazvane

- ✿ *časovni ugao i deklinacija*; poslednja je bila uvedena u nešto drugačijem kontekstu.

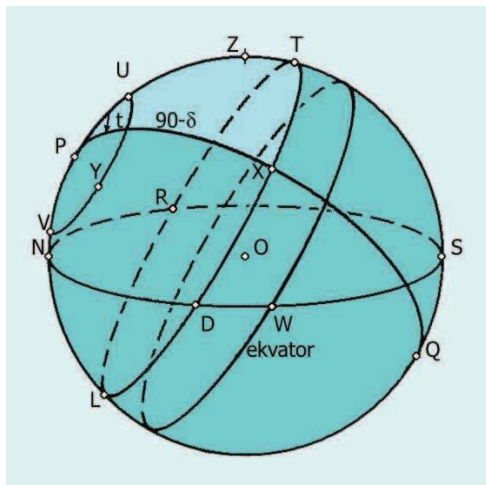
Nebeska sfera predstavljena na sl. 2.16 ima centar u posmatraču koji je u tački O , dok su zenit, nebeski polovi i osnovne tačke horizonta obeležene kao ranije. Razmotrimo slučaj posmatrača na severnoj geografskoj širini, mada to nema značaja za definicije koje slede. Za neku zvezdu, recimo X , na nebeskoj sferi definicija njene deklinacije δ i časovnog ugla t biće

$$\delta = 90^\circ - PX, \quad t = ZPX. \quad (2.7)$$

- ✿ Sam luk PX se navodi kao *severna polarna daljina* (NPD) zvezde. Veliki polukrugovi sa krajevima u nebeskim polovima, kao PXQ , nazivaju se *meridijani*. Očigledno je duž svake od ovih krivih časovni ugao konstantan. Meridijan sa nultim časovnim uglom $PZSQ$ je poznat kao *posmatračev meridijan* i kada je zvezda u tom meridijanu govorimo o *kulminaciji* zvezde. Treba napomenuti da se časovni ugao meri u smeru *zapada* od posmatračevog meridijana, u smeru kretanja kazaljke na časovniku.
- ✿ Mali krugovi sa polovima u P i Q nazvani su *deklinacijski krugovi*. Sada, pošto je dnevno kretanje zvezda ekvivalentno uniformnoj rotaciji cele nebeske sfere oko ose kroz P i Q , sledi da zvezda vrši dnevno kretanje po deklinacijskom krugu,



prikazanom na sl. 2.16 kao $XDLRTX$. U toku jednog dana, zvezda se kreće zapadno od tačke X ka D , gde zalazi; zatim stiže u najnižu tačku L ispod horizonta, kada je njen časovni ugao 180° , posle toga približava se s donje strane horizontu, izlazeći u tački R ; njena visina raste dostižući maksimalnu vrednost u meridijanu T . Zatim, njena visina opada i ona se ponovo vraća, posle 24 časa u tačku X . Pri svom dnevnom kretanju, zvezda opisuje svoj dnevni paralel i to uniformnom brzinom. Međutim, deklinacija je konstantna za svaku zvezdu, dok časovni ugao prirašta ravnomerno. Time su potpuno jednoznačno određeni i časovni ugao zvezde i njena deklinacija u svakom traženom trenutku. Pojednostavljujući ovo, časovni ugao je obično izražen, ne u stepenima, već u vremenskim jedinicama, slično rektascenziji, izjednačavanjem 24^h sa 360° .



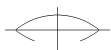
Slika 2.16.

Na sl. 2.16 vidi se da, posmatrano iz tačke P , časovni ugao raste u smeru kazaljke na satu. Međutim, koordinatni sistem je levo-orijentisan i to je neizbežno ako časovni ugao raste sa vremenom. Sa slike se može izvući još jedan značajan zaključak: *Ako je azimut zvezde istočni njen časovni ugao se nalazi između 12^h i 24^h .*

Nebeski ekvator, pomenut u glavi 1, ima deklinaciju jednaku nuli. On je veliki krug sa polovima P i Q . Posmatrajmo tačke E i W . One su po 90° udaljene i od zenita i od tačke S . Time su one polovi posmatračevog meridijana i zato je svaka na po 90° udaljena od P . Iz ovoga sledi da se one moraju nalaziti na nebeskom ekvatoru. Drugičije rečeno, nebeski ekvator seče horizont u njegovoj istočnoj i zapadnoj tački.

Zvezda na nebeskom ekvatoru izlazi u tački E i zalazi u tački W ; pa će zato iznad horizonta zvezda biti tačno 12 sati. S druge starane, zvezda negativne deklinacije izlazi na jugo-istočnom a zalazi na jugo-zapadnom delu horizonta; ona je na vidljivom delu neba manje od 12 sati. Međutim, slično je sa zvezdom X , koja ima pozitivnu deklinaciju, ona je vidljiva više od 12 sati svakog dana. Naravno, dva poslednja zaključka važe samo za posmatrača na severnoj širini. Na južnoj hemisferi je obrnuto pravilo. Dok je deklinacija zvezde stalna, Sunčeva deklinacija ima pravilnu godišnju promenu u granicama od približno $\pm 23^\circ,5$. To je ona promena koja uzrokuje sezonske razlike u dužini obdanice i najviše dolazi do izražaja na velikim širinama.

Spominjući ponovo sl. 2.16, vidimo da zvezda dovoljno velike deklinacije neće nikada imati ni izlaz ni zalaz; stalno je vidljiva. Takva zvezda se naziva *cirkumpolarna*. Na primer, cirkumpolarna zvezda je prikazana tačkom Y na sl. 2.16, sa njenim dnevnim paralelom UYV , koji predstavlja dnevno kretanje zvezde. Tačka V , u kojoj je visina zvezde najmanja—ima časovni ugao 12^h , naziva se *donja kulminacija* ili *donji prolaz* zvezde. Tačka U , u kojoj ona prolazi kroz posmatračev meridijan, već je definisana kao njen meridijanski prolaz. Za razliku od tačke V , ta-



čka U se spominje kao *gornji prolaz* ili *gornja kulminacija* zvezde. U ovim tačkama nazivi nisu potpuno standardni, ali je značenje jasno iz konteksta. ❁

Granični slučaj za cirkumpolarnu zvezdu je da ona ima donju kulminaciju u severnoj tački horizonta. Tada je $PN = 90^\circ - \delta = \varphi$, pa je uslov da zvezda bude cirkumpolarna sledeći:

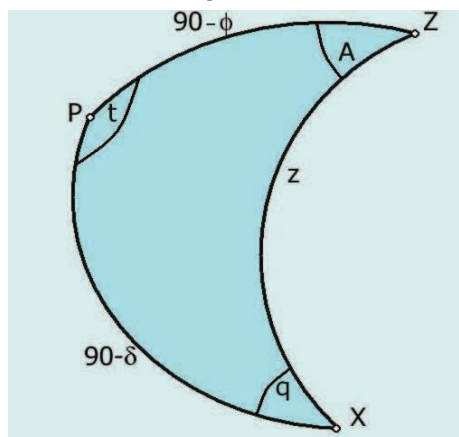
$$\delta > 90^\circ - \varphi. \quad (2.8)$$

S druge strane, ovaj deo nebeske sfere je uvek vidljiv. Zbog simetrije, može se napisati i

$$-\delta > 90^\circ - \varphi. \quad (2.9)$$

Ove dve nejednakosti važe samo za posmatrača na severnoj hemisferi. Znak za δ i φ mora biti promenjen za posmatrača na južnoj hemisferi, što čitalac može lako proveriti.

Ovaj paragraf završićemo kratkim razmatranjem transformisanja koordinata sa horizontskog na ekvatorski koordinatni sistem i obrnuto. Trigonometrijske pojednosti metoda mogu se razlikovati za neka rastojanja, ali suština problema se svodi



Slika 2.17.

na rešavanje sfernog trougla PZX . Ovaj trougao čine samo zvezda i polovi dva već pomenuta koordinatna sistema. Jasnije radi, trougao je izvučen sa sl. 2.16 i prikazan je uvećan na sl. 2.17. Iz definicije azimuta i zenitske daljine, jednačine (2.3), imamo da je $PZX = A$ i $ZX = z$. Isto tako, na osnovu definicija časovnog ugla i deklinacije, jednačine (2.7), imamo da je $ZPX = t$ i $PX = 90^\circ - \delta$. Osim toga, $PZ = 90^\circ - \varphi$, gde je φ posmatračeva širina, pa je svih pet elemenata, pomenutog sfernog trougla, određeno na ovoj slici. Možemo primeniti dva kosinusa obrasca, koji daju sledeće rezultate

$$\sin \delta = \cos z \sin \varphi + \sin z \cos \varphi \cos A, \quad (2.10)$$

$$\cos z = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t. \quad (2.11)$$

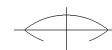
Ove dve jednačine su dovoljne za transformisanje koordinata, kao što je niže pokazano sa dva primera.

Slika 2.17 je primenljiva kada je azimut zvezde zapadni. Postoje neke male modifikacije ako je azimut istočni. Međutim, jednačine koje daju rezultate su (2.10) i (2.11), i takođe se primenjuju za južnog posmatrača. Na kraju, pre primene transformacije koordinata na primerima, pogodno je izraziti raniji zaključak formalnim matematičkim jezikom:

$$\begin{aligned} 0 < A < 180^\circ &\Leftrightarrow 0 < t < 12^{\text{h}} \\ 0 > A > -180^\circ &\Leftrightarrow 12^{\text{h}} < t < 24^{\text{h}}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Primer. (a) Zvezda ima zenitnu daljinu $57^\circ,57$ i istočni azimut $137^\circ,60$ za posmatrača na severnoj širini $41^\circ,36$. Izračunati njen časovni ugao i deklinaciju.





(b) Za istog posmatrača, devet sati posle kulminacije, izračunati horizontske koordinate zvezde koja ima deklinaciju $63^{\circ}43'$.

(a) Sa datim podacima može se izračunati desna strana jednačine (2.7)

$$\sin \delta = -0,11347.$$

Ovde nema dvosmislenosti; uzeta je osnovna vrednost inverznog sinusa i daje

$$\delta = -6^{\circ}31'.$$

Za određivanje časovnog ugla, jednačina (2.8) napisana je u obliku

$$\cos t = \cos z \sec \delta \sec \varphi - \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \varphi.$$

Pošto je sada poznata deklinacija, ovo daje

$$\cos t = 0,81967.$$

Azimut A je negativan, pa ne uzimamo osnovnu vrednost [vidi jednačinu (2.9)], već dobijamo

$$t = 325^{\circ},0513.$$

Posle deljenja sa 15, rezultat u vremenskim jedinicama, biće

$$t = 21^{\text{h}}40^{\text{m}},2.$$

Tako su dobijene ekvatorske koordinate (t, δ) .

(b) Ovo je suprotan problem problemu (a). Traži se ponovno rešavanje korišćenih jednačina (2.10) i (2.11), ali su njihove uloge promenjene. Sve je poznato na desnoj strani jednačine (2.8), pa na taj način imamo

$$z = \arccos(0,35746) = 69^{\circ},06.$$

Uzeta je osnovna vrednost i nema dvoznačnosti.

Azimut se može dobiti pisanjem jednačine (2.7) u obliku

$$\cos A = \sin \delta \operatorname{cosec} z \sec \varphi - \cot z \operatorname{tg} \varphi,$$

jer je desna strana potpuno poznata. Tako nalazimo da je

$$A = \pm 19^{\circ},59.$$

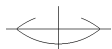
Mora se uzeti znak plus, jer je $t < 12^{\text{h}}$. Dobijamo da zvezda ima zapadni azimut $19^{\circ},59$.

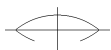
§ 2.12. Nebeski ekvatorski koordinatni sistem. Osnovna izmena u odnosu na mesni ekvatorski koordinatni sistem je uvođenje novog osnovnog pravca: za osnovni pravac usvojen je pravac ka γ tački (pravac vezan za tačku nebeske sfere); smer merenja uglova je *direktni*.

Rektascenzija (α) je ugao u ekvatorskoj ravni meren od osnovnog pravca do pravca preseka osnovne ravni sa ravni deklinacijskog kruga kroz datu tačku; interval promene je ($0^{\text{h}}, 24^{\text{h}}$ ili $0^{\circ}, 360^{\circ}$). ❀

Deklinacija ($\delta = \delta$). ❀

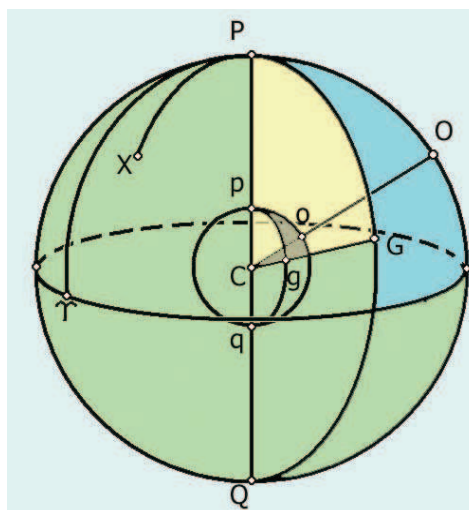
Zvezdano vreme i rektascenzija. Razmatrajmo geocentričnu nebesku sferu prikazanu na sl. 2.18, sa centrom C u središtu Zemlje. Sa p i q označeni su Zemljini polovi. Kada se duži Cp i Cq produže, one prodiru nebesku sferu u severnom P i južnom Q nebeskom polu. Neka tačka g predstavlja položaj Griniča, a tačka o neka predstavlja posmatrača na Zemlji sa istočnom geografskom dužinom λ . Sada produženi pravci Cg i Co prodiru nebesku sferu u tačkama G i O , redom. Imamo





da je za posmatrača u Griniču tačka G njegov zenit, a PGQ je njegov posmatrački meridijan. Slično tome POQ je posmatrački meridijan za posmatrača u tački o i sferni ugao je $GPO = \lambda$.

Pretpostavimo da je X položaj ma koje zvezde na nebeskoj sferi. Onda je GPX časovni ugao ove zvezde za posmatrača u Griniču. On se naziva *grinički časovni* ❀



Slika 2.18.....

Za sada je dovoljno reći da je γ tačka na nebeskom ekvatoru nepokretna u odnosu na zvezde. Ako je α rektascenzija zvezde u tački X , onda je $\alpha = \gamma PX$. Iako časovni ugao zvezde raste sa vremenom, rektascenzija je stalna.

❀ Ekvinokcij (ili γ tačka) je takođe početna tačka za merenje vremena, ali u odnosu na zvezde, ne u odnosu na Sunce, kao u srednjem vremenu. Zato je to vreme nazvano *zvezdano vreme*. Definicija je sledeća: *mesno zvezdano vreme s definisano je kao časovni ugao γ tačke*

$$s = t(\gamma). \quad (2.14)$$

Slično je za posmatrača u Griniču: *Griničko zvezdano vreme S biće dato sa*

$$S = t_G(\gamma). \quad (2.15)$$

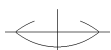
Iz jednačine (2.13) sledi da su dva vremena povezana jednačinom

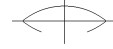
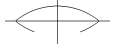
$$s = S + \lambda. \quad (2.16)$$

❀ Na osnovu izloženog vidi se da zvezdano vreme priraste 24^h za tačno jednu Zemljinu rotaciju oko njene ose. Taj period se naziva *zvezdani dan*.

Zvezdano vreme obezbeđuje značajnu pomoćnu kariku između časovnog ugla i rektascenzije. Razmotrimo ponovo sl. 2.18. Za posmatrača u o , zvezdano vreme je, jednačina (2.14), sferni ugao $OP\gamma$. Kao što je pomenuto, časovni ugao zvezde u tački X za posmatrača u o je OPX , a zvezda u X ima rektascenziju $\alpha = \gamma PX$. Sledi da je

$$s = t + \alpha. \quad (2.17)$$





Ova jednačina važi za svako nebesko telo X i za svakog posmatrača na Zemlji. Osim toga, vidi se da su (2.14) i (2.15) specijalni slučajevi ovog rezultata. Jednačina (2.17) predstavlja sve što je potrebno za transformaciju koordinatnog sistema sa časovnim uglom i deklinacijom na koordinatni sistem sa rektascenzijom i deklinacijom.

§ 2.13. Ekliptički koordinatni sistem. U ovom sistemu osnovna ravan je ravan ekliptike, osnovni pravac je pravac ka γ tački, a smer merenja uglova je direktni. *Nebeska longituda* (λ) tačke je ugao u ekliptičkoj ravni meren od osnovnog pravca do pravca preseka osnovne ravni sa ravni kruga latitute date tačke; interval promene je (0^h-24^h ili $0^\circ-360^\circ$). ❀

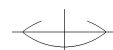
Nebeska latituda (β) je ugao u ravni kruga latitute meren od preseka sa ekliptikom do pravca vizure kroz tačku; interval promene je ($-90^\circ, +90^\circ$). ❀

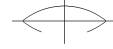
Po definiciji, *kolatituda* (c) je komplement latitute: ❀

$$c = 90^\circ - \beta. \quad (2.18)$$

Ekliptika i ekliptičke koordinate. Zemljino godišnje kretanje oko Sunca daje osnovnu ravan za odgovarajući koordinatni sistem, jedan od onih koji se posebno koristi u Sunčevom dinamičkom sistemu. Ravan Zemljine putanje je poznata kao *ravan ekliptike*, a veliki krug nastao presekom ove ravni sa nebeskom sferom nazvan je samo *ekliptika*. U toku godišnjeg kretanja, Zemljina osa rotacije zadržava stalni pravac u odnosu na zvezde, zaklapajući ugao od oko $23^\circ.5$ sa normalom na ravan ekliptike. Ovaj ugao je označen sa ϵ i naziva se *nagib ekliptike*. ❀

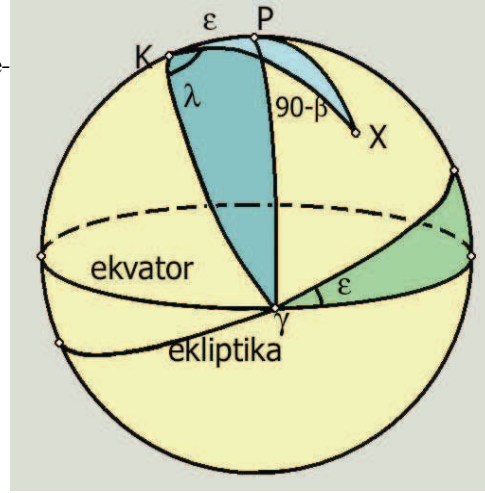
Posledica Zemljinog godišnjeg kretanja je prividno kretanje Sunca u odnosu na nepokretne zvezde. U svakom trenutku Sunce se nalazi na ekliptici, a celu ekliptiku opiše tokom jedne godine. Stoga se njegovo prividno godišnje kretanje vrši brzinom od oko jednog stepena dnevno. Na sl. 2.19, prikazana su dva velika kruga, ekvator i ekliptika, i tačke P i K koje su njihovi polovi, redom. P je severni nebeski pol, a K je *severni ekliptički pol*, pol koji je od P na rastojanju manjem od 90° . ❀ Po definiciji je luk $KP = \epsilon$ nagib ekliptike. Osim toga, lako je proveriti da je ugao preseka između ekvatora i ekliptike takođe ϵ , kao što je pokazano na dijagramu. Smer Sunčevog prividnog kretanja duž ekliptike je takođe označen. Sunce se kre-





će u smeru suprotnom kazaljci na časovniku kada se posmatra sa severnog ekliptičkog pola. Ovo označava smer kretanja u Sunčevom sistemu (ili na nebeskoj sferi) koji je nazvan *direktnim*. Suprotni smer nazvan je *retrogradnim*.

Ekvator i ekliptika seku se u dvema tačkama, od kojih je jedna prikazana na sl. 2.19. Ovo je fundamentalna referentna Υ tačka (prolećna ravnodnevica) ili ekvinokcij, odnosno tačka u kojoj Sunce prelazi ekvator sa južne na severnu hemisferu. Kada se termin *ekvinokcij* koristi, izvan ove definicije, onda je to uvek određena Υ tačka. Ekvinokcij se koristi kao nulta tačka za rektascenziju, a takođe i ekliptičku longitudu koja je niže definisana.



Slika 2.19. Ekliptički sistem

U ekliptičkim koordinatama, tačka K je odabrana za pol koordinatnog sistema, a veliki krug $K\Upsilon$ je izabran za referentni veliki krug. Tada, ako je X koja tačka na nebeskoj sferi, njena *ekliptička latituda* β i njena *ekliptička longituda* λ definisane su sa

$$\beta = 90^\circ - \angle KX, \quad \lambda = \angle \Upsilon KX. \quad (2.19)$$

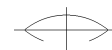
Uglovi β i λ su izraženi u stepenima, s tim što je β u granicama $-90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$, dok λ obuhvata raspon $0 \leq \lambda < 360^\circ$. Ekliptička longituda raste u smeru koji je prethodno opisan kao direktan. Na drugoj strani, planete se takođe kreću direktno, ali, u određenoj konfiguraciji, rezultanta Zemljinog i planetskog putanjskog kretanja, od kojih je svako direktno, može proizvesti prividno retrogradno kretanje.

Veza između ekliptičkih i ekvatorskih koordinata objekta na sferi može se izvesti iz razmatranja sfernog trougla PKX . Neka tačka X ima rektascenziju i deklinaciju (α, δ) . Strane ovog trougla su $KP = \varepsilon$, $PX = 90^\circ - \delta$, $KX = 90^\circ - \beta$. Osim toga, pošto su uglovi $\angle KP$ i $\angle PK$ pravi, to sledi da je $\angle PKX = 90^\circ - \lambda$ i $\angle KPX = 90^\circ + \alpha$. Sa pet poznatih elemenata trougla, primena standardnih trigonometrijskih obrazaca dopušta transformaciju sa ekliptičkih koordinata (λ, β) na ekvatorske koordinate (α, δ) i obrnuto. Međutim, druga, i možda više direktna procedura, nazvana je postupak pravouglih koordinata.

Sistem pravouglih ekvatorskih koordinata, (x, y, z) , pomenut je u §1.6, a same koordinate su date jednačinama (1.26). Osa x je usmerena ka Υ tački, osa z ka polu P , a osa y je usmerena tako da kompletira desno-orijentisani koordinatni sistem. Sličan sistem pravouglih ekliptičkih koordinata, (ξ, η, ζ) , može se uvesti sa ζ -osom usmerenom ka K i ξ -osom ponovo usmerenom ka Υ tački. Osa η je tada u pravcu tačke sa koordinatama $\lambda = 90^\circ$, $\beta = 0$. Tada su koordinate tačke X date sa

$$\xi = \cos \beta \cos \lambda, \quad \eta = \cos \beta \sin \lambda, \quad \zeta = \sin \beta. \quad (2.20)$$





Sada je transformacija sa jednog koordinatnog sistema na drugi ekvivalentna rotaciji osa za ugao ϵ oko zajedničke x - i ζ -ose. Stoga, možemo lako ustanoviti jednačine za transformaciju u obliku

$$\begin{aligned} \zeta &= x, & x &= \zeta, \\ \eta &= y \cos \epsilon + z \sin \epsilon, & y &= \eta \cos \epsilon - \zeta \sin \epsilon, \\ \zeta &= -y \sin \epsilon + z \cos \epsilon, & z &= \eta \sin \epsilon + \zeta \cos \epsilon. \end{aligned} \quad (2.21)$$

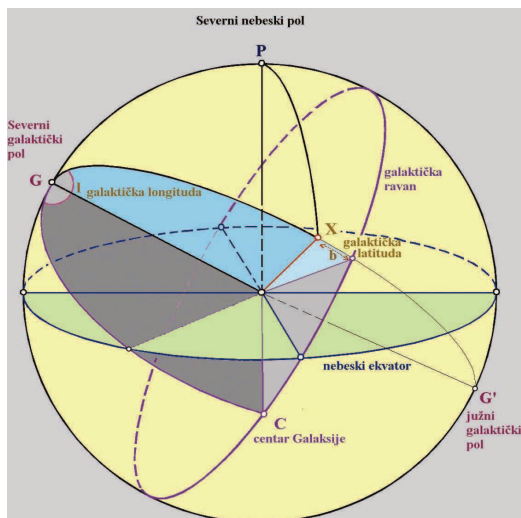
Ovi rezultati mogu se izraziti preko sfernih koordinata, korišćenjem jednačina (1.26) i (2.20). Dobijaju se dva sledeća sistema jednačina:

$$\begin{aligned} \cos \beta \cos \lambda &= \cos \delta \cos \alpha, \\ \cos \beta \sin \lambda &= \sin \delta \sin \epsilon + \cos \delta \cos \epsilon \sin \alpha, \\ \sin \beta &= \sin \delta \cos \epsilon - \cos \delta \sin \epsilon \sin \alpha. \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} \cos \delta \cos \alpha &= \cos \beta \cos \lambda, \\ \cos \delta \sin \alpha &= -\sin \beta \sin \epsilon + \cos \beta \cos \epsilon \sin \lambda, \\ \sin \delta &= \sin \beta \cos \epsilon + \cos \beta \sin \epsilon \sin \lambda. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Ova dva sistema jednačina dovoljna su za transformaciju između ekvatorskih koordinata (α, δ) i ekliptičkih koordinata (λ, β) . Čitalac može pokazati da se ove jednačine mogu dobiti primenom sinusnog, kosinusnog i sinusno-kosinusnog obrasca na sferni trougao PKX . Ipak, u većini slučajeva, pravougle koordinate su sve što je potrebno, a njihova transformacija je prosto jednostavnija i direktnija.

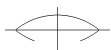
§ 2.14. Galaktičke koordinate. Sistem galaktičkih koordinata ima za osnovnu ravan, što je prirodno, ravan galaksije u odnosu na koju se određuju položaji zvezda i njihova kretanja (slika 2.20.).



Slika 2.20 Galaktičke koordinate

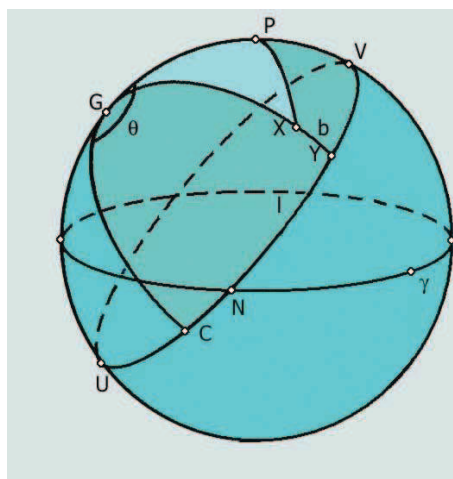
Dve tačke na nebeskoj sferi koje su po 90° udaljene od galaktičke ravni nazivaju se *galaktički polovi* pa može da se uvede koordinatni sistem vezan za ove tačke i galaktičku ravan. Međutim, određenost galaktičke ravni zavisi od statističke obrade posmatranja za brojna nebeska tela. Posle II svetskog rata, posmatranja su proširena i na radio posmatranja galaksija, posebno radio posmatranja na talasnoj dužini od 21 cm. Tako je postignuta znatno veća tačnost za određivanje galaktičke ravni i galaktičkih polova. Bila je neophodna kompletna revizija sistema galaktičkih koordinata.





Nova konvencija uvodi merenje galaktičke longitude od pravca ka galaktičkom centru, što nije korišćeno u ranijem sistemu. Ipak, činjenica je da su oba sistema bila u upotrebi sve dok nije došlo do konfuzije, kada je bilo neophodno preći na tačniji sistem, odnosno na 'novi' sistem koji je već više od dvadeset godina bio u upotrebi. Taj sistem je niže opisan.

Na sl. 2.21, P predstavlja severni nebeski pol a veliki krug $UCNV$ predstavlja galaktičku ravan, koja seče nebeski ekvator u tački N . Ovaj veliki krug nazvan je ❀ *galaktički ekvator*. Tačka G je *severni galaktički pol*, a C predstavlja pravac ka središtu galaksije. Neka je sada X položaj bilo koje zvezde. Povucimo luk velikog kru-



ga GX i produžimo ga do preseka sa galaktičkim ekvatorom u Y . Luk XY je galaktička latituda; ona će biti pozitivna ili negativna prema tome da li je X severno ili južno od ekvatora. Ipak, napomenimo da se severno od galaktičkog ekvatora podrazumeva zvezda koja je na istoj strani od galaktičkog ekvatora kao G , pa nije neophodno da ima pozitivnu deklinaciju. Na drugoj strani, galaktička longitude zvezde X je luk CY meren u naznačenom smeru. Obe, i galaktička longitude i galaktička latituda, su izražene u stepenima.

Galaktička latituda i galaktička longitude zvezde X definisane su, redom, ❀ kao

Slika 2.21. Galaktički sistem

$$b = 90^\circ - GX, \quad l = CGX. \quad (2.24)$$

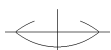
Galaktička latituda može uzimati vrednosti iz intervala $-90^\circ \leq b \leq 90^\circ$, dok galaktička longitude može uzimati vrednosti iz sva četiri kvadranta, tj. $0 \leq l < 360^\circ$.

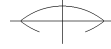
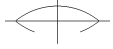
Da bi povezali galaktičke koordinate zvezde sa njenim ekvatorskim koordinatama, neophodno je znati položaje dveju tačaka G i C . Neka su (α_G, δ_G) rektascenzija i deklinacija severnog galaktičkog pola. Ovo određuje položaj tačke G za koju treba da je $GC = 90^\circ$, pa je sferni ugao PGC određen tačkom C . Označimo ovaj ❀ ugao sa θ . On se obično spominje kao *položajni ugao galaktičkog centra*, ali on je takođe galaktička longitude severnog nebeskog pola. Vrednosti usvojene za ova tri parametra, za epohu 1950,0, su

$$\alpha_G = 12^h 49^m; \quad \delta_G = 27^\circ,4; \quad \theta = 123^\circ. \quad (2.25)$$

Neophodno je naznačiti epohu, pošto severni nebeski pol ima precesiono kretanje u odnosu na zvezde, što je opisano u glavi 6. Međutim, galaktičke koordinate su niže računane samo za ovu epohu i neophodno je obezbediti, pre primene ovakvog računa, da se ekvatorske koordinate zvezda odnose na ekvator i ekvinokcij za 1950,0.

Razmotrimo sferni trougao $GPIX$ na sl. 2.21. Ako tačka X ima ekvatorske koordinate (α, δ) i galaktičke koordinate (l, b) , onda su elementi ovog sfernog trougla:





$$\begin{aligned} PX &= 90^\circ - \delta, & GX &= 90^\circ - b, & GP &= 90^\circ - \delta_G, \\ GPX &= \alpha - \alpha_G, & PGX &= \theta - l. \end{aligned}$$

Sada, primenom kosinusnog obrasca nalazimo GX , odnosno latitudu b . Imamo da je

$$\sin b = \sin \delta_G \sin \delta + \cos \delta_G \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_G). \quad (2.26)$$

Ovo će jednoznačno odrediti galaktičku latitudu. Uradićemo isto ovo za galaktičku longitudu, međutim, treba koristiti i sinusni i sinusno-kosinusni obrazac, koji daju

$$\begin{aligned} \cos b \sin(\theta - l) &= \cos \delta \sin(\alpha - \alpha_G), \\ \cos b \cos(\theta - l) &= \cos \delta_G \sin \delta - \sin \delta_G \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_G). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Pošto je b već određeno, ove dve jednačine omogućavaju određivanje $\sin(\theta - l)$ i $\cos(\theta - l)$, a iz njih se nedvosmisleno dobija $(\theta - l)$. Ovim je izvedena i longituda l . Strogo govoreći, detalji gore primenjeni potrebni su samo kada je $\alpha - \alpha_G < 180^\circ$, tada su na dijagramu potrebne neznatne modifikacije, ali jednačine (2.26) i (2.27) su korektne u svim slučajevima.

Obrnuta transformacija, sa galaktičkih na ekvatorske koordinate, može se izvesti na sličan način. Još jednom, iz sfernog trougla GPX , odgovarajući obrasci biće

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \sin \delta_G \sin b + \cos \delta_G \cos b \cos(\theta - l), \\ \cos \delta \sin(\alpha - \alpha_G) &= \cos b \sin(\theta - l), \\ \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_G) &= \cos \delta_G \sin b - \sin \delta_G \cos b \cos(\theta - l). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Naravno, ove jednačine će dati rektascenziju i deklinaciju u odnosu na ekvator i ekvinokcij za 1950,0.

Kao što smo već pomenuli, gornja analiza odnosi se na galaktičke koordinate u „novom“ sistemu koji se uglavnom sada koristi. Konvencijom je predloženo da se ove koordinate jednostavno označe sa (l, b) , ali, naročito u ranijoj literaturi, kada je došlo do konfuzije sa „starim“ sistemom, one su obeležavane sa $(l^{\text{II}}, b^{\text{II}})$, gde gornji indeks rimskim brojem označava da je korišćen novi sistem. Stari sistem je tada označavan sa $(l^{\text{I}}, b^{\text{I}})$. Nemamo nameru da ovde detaljno razmatramo stari sistem. On je definisan u zadatku 2.10 na kraju ovog paragrafa, gde je, takođe, razmatrana i transformacija sa starog na novi sistem. Dovoljno je reći da, ako sl. 2.21 predstavlja novi sistem, ekvatorske koordinate tačke G bile bi u starom sistemu malo promenjene u odnosu na one date u jednačinama (2.25) i longituda bi se merila od tačke N , a ne od tačke C . Završavamo ovaj paragraf sledećim primerom.

Primer. *Krab maglina ima ekvatorske koordinate $(5^{\text{h}}31^{\text{m}}, 5; +21^\circ 59')$ u odnosu na ekvator i ekvinokcij 1950,0. Izračunati njenu galaktičku latitudu i longitudu.*

Ovo je direktna primena jednačina (2.32) i (2.33). Na osnovu podataka i (2.31), nalazimo da jednačina (2.43) daje

$$\sin b = -0,10085.$$

Oдавde je

$$b = -5^\circ 47'.$$

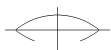
Ova vrednost se sada koristi u jednačini (2.33) za dobijanje rezultata

$$\sin(\theta - l) = -0,87926, \quad \cos(\theta - l) = 0,47634.$$

Vidimo da je $(\theta - l)$ u četvrtom kvadrantu i iznosi $-61^\circ 33'$. Kako je $\theta = 123^\circ$, dobijamo vrednost za l . Ovim su nađene galaktičke koordinate Krab magline

$$l = 184^\circ 33', \quad b = -5^\circ 47'.$$





§ 2.15. Sistemi vremena. Vreme odražava dinamička svojstva materije; astronomski i drugi eksperimenti pretpostavljaju ostvarivanje merenja, održavanja i prenošenja vremena. U tom smislu se mogu razlikovati i sledeći problemi:

- ✿ – Uspostavljanje i usvajanje *vremenske skale* pomoću (i izborom) jedinice za računanje vremena i njenog sistema čitanja, zasnovanih na postojanoj periodičnoj prirodnoj pojavi;
- ✿ – Izrada tehničkih brojača ravnomernog vremena u obliku *časovnika – satova* visoke tačnosti, a takođe različite aparature za njihovo međusobno upoređivanje;
- ✿ – Regularno *upoređenje* časovnika – satova sa periodičnim prirodnim procesom koji se nalazi u osnovi usvojene vremenske skale; sama upoređenja određuju *nul – –punkt* (koordinatni početak!) od kojeg se prati pokazivanje časovnika u cilju praktičnog korišćenja vremenske skale. Visoka tačnost časovnika je uvek moguć izvor informacija o nestabilnosti osnovnog prirodnog procesa.

U rešavanju pobrojanih problema astronomska praksa je dovela do uvođenja sledećih skala i jedinica vremena:

- ✿ * Skala zvezdanog vremena: *zvezdani dan* je vremenski razmak između dva uzastopna istoimena prolaza γ tačke kroz dati nebeski meridijan; skala se materijalizuje *časovnim uglom* γ tačke (*s.* Ukoliko se zvezdani dan definiše za određenu *epohu* (izabrani trenutak na skali) govorimo o srednjem zvezdanom vremenu; inače je prividno, aparentno zvezdano vreme.

Zvezdano vreme je definisano, u §2.4, kao časovni ugao Υ tačke. Ono daje sistem vremena vrlo visoke uniformnosti, sistem koji ima mnogo primena u astronomiji, ali je nepogodan za svakodnevnu upotrebu. Srednje vreme mora biti definisano preko časovnog ugla Sunca. Trenutak Sunčevog prolaska kroz posmatračev meridijan (gornja kulminacija) je definisan kao *pravo podne*, a interval između

- ✿ dve uzastopne gornje kulminacije Sunca definiše *pravi sunčani dan* (ili samo *pravi dan*). Međutim, zgodnije je uzeti da pravi dan počinje u ponoć nego u podne, tako da sledi definicija: mesno pravo vreme je časovni ugao pravog sunca uvećan za 12^h .

$$t_p = t_{\odot} + 12^h, \quad (2.29)$$

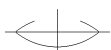
gde se astronomski simbol \odot koristi kao oznaka za Sunce. Za vezu između pravog i zvezdanog vremena, treba primeniti jednačinu (2.14), identifikujući tačku X sa Suncem. Onda je

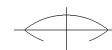
$$t_p = s + 12^h - \alpha_{\odot}. \quad (2.30)$$

U toku jedne godine Sunčeva rektascenzija priraste za 24^h , tako da ova jednačina ukazuje na to da je broj zvezdanih dana u godini za jedan veći od broja srednjih dana. Zvezdano vreme zavisi od Zemljine rotacije, koja je u velikoj meri pravilna. Na drugoj strani, pravo vreme, takođe, sadrži Sunčevu rektascenziju, koja zavisi od Zemljinog kretanja oko Sunca.

Prvo u osnovi pravilno opisano planetско kretanje bilo je dato, u 17-om veku, od Johana Keplera (JOHANNES KEPLER) sa njegova tri poznata zakona. Oni su:

- ✿ I. *Putanja planete oko Sunca je elipsa, u čijoj se jednoj žiži nalazi Sunce.*
- II. *Planeta se kreće konstantnom sektorskom brzinom, tj. radijus vektor Sunce-planeta opisuje u jednakim vremenskim intervalima jednake površine.*

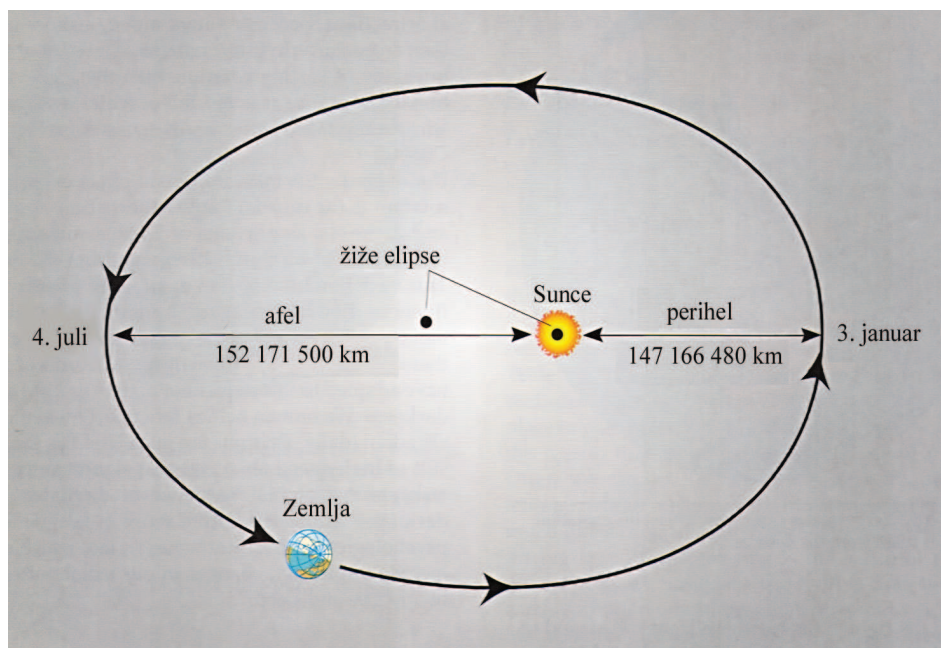




III. *Kub velike poluose planetske putanje proporcionalan je kvadratu perioda njenog obilaženja.*

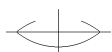
Prva dva zakona imaju ovde neposredni značaj.

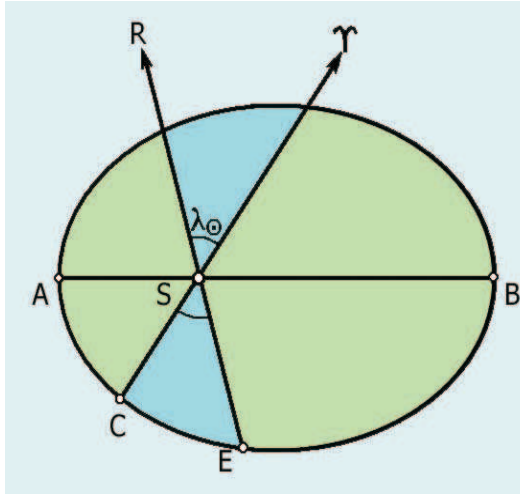
Slika 2.22 predstavlja Zemljinu eliptičnu putanju. S označava položaj Sunca, a AB veliku osu. Eliptičnost Zemljine putanje je preuveličana—putanja je, u stvari, bliska kružnoj, njena ekscentričnost je samo 0,016. Tačka A u kojoj je Zemljino rastojanje od Sunca najmanje nazvana je *perihel*. Dijametralno suprotna tačka na putanji, koja odgovara najvećem rastojanju, nazvana je *afel*. Zemlja prolazi kroz perihel početkom januara. Dužina velike poluose Zemljine putanje nazvana je *astronomska jedinica* (AJ). Ona je pogodna za jedinično rastojanje u dinamičkom Sunčevom sistemu; jednaka je $1,496 \cdot 10^8$ km.



Slika 2.22. Godišnja putanja Zemlje oko Sunca

Na sl. 2.23 sa C je predstavljena Zemlja u položaju prolećne ravnodnevice, kada se Sunce vidi u pravcu Υ tačke. Neka E predstavlja položaj Zemlje u nekom narednom vremenskom trenutku; Sunce će biti u pravcu zvezde R , kao što je navedeno. Sada je ugao ΥSR , ili CSE , longituda Sunca, λ_{\odot} , prikazana odgovarajućom za ovaj vremenski trenutak. Zemljina ugaona brzina oko Sunca nije konstantna. Ovo sledi

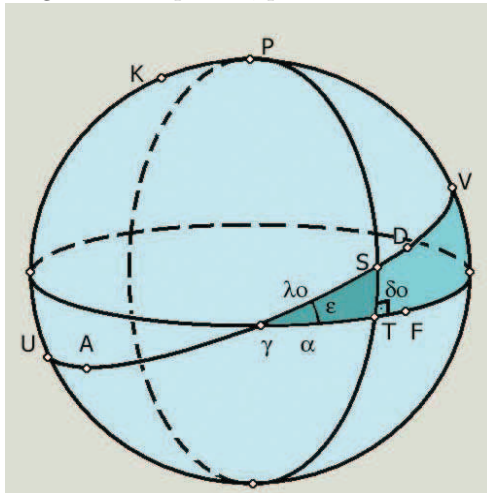




Zemljina putanja videna sa severnog ekliptičkog pola.

Neka sl. 2.24 predstavlja geocentričnu nebesku sferu na kojoj je ekliptika prikazana kao veliki krug $UA\cap SV$. Tačke V i U , u kojima Sunce ima svoju najveću i najmanju deklinaciju od $\pm\varepsilon$, nazvane su *letnji* i *zimski solsticij*. Tačka A predstavlja položaj Sunca u trenutku perihela, a S bilo koji položaj Sunca. Neka su $(\alpha_{\odot}, \delta_{\odot})$ rektascenzija i deklinacija Sunca. Luk velikog kruga kroz PS seče ekvator u T . Tada su u sfernom trouglu $\cap ST$, poznati sledeći elementi: $\cap S = \lambda_{\odot}$, $\cap T = \alpha_{\odot}$, $TS = \delta_{\odot}$, $\cap TS = 90^{\circ}$ i $S\cap T = \varepsilon$. Sferni trigonometrijski obrasci mogu se primeniti na ovaj trougao za dobijanje veze između Sunčeve rektascenzije, deklinacije i longitude. Na primer, primenom četvoreelementnog obrasca, sledi da je

$$\operatorname{tg} \alpha_{\odot} = \cos \varepsilon \operatorname{tg} \lambda_{\odot}. \quad (2.33)$$



Slika 2.24.

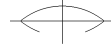
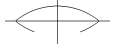
u trenutku prolaska Sunca kroz perihel. Taj položaj Sunca na nebeskoj sferi je u tački A . Dalje, sa n označimo srednju ugaonu brzinu Zemlje na njenoj putanji,

iz drugog Keplerovog zakona, koji je, u stvari, konstantan za stalni ugaoni moment, a ne za brzinu. Sledstveno tome, longituda Sunca ne prirasta ravnomerno u toku godine, ali promena njene brzine je najveća u perihelu a najmanja u afelu. Ova promena u prirastanju Sunčeve longitude reflektuje se u odgovarajuću promenu u prirastanju njegove rektascenzije. To, u stvari, dovodi do nestalnosti u pravom sunčanom vremenu, kao što se može, neposredno, videti iz jednačine (2.32).

Međutim, postoji još jedan uzrok neravnomernog prirastanja Sunčeve rektascenzije koji potiče od nagnutosti ekliptike prema ekvatoru.

Ova relacija pokazuje da Sunčeva rektascenzija ne prirasta ravnomerno sa longitudom. U stvari, priraštaji su najmanji u dva ekvinokcija, a najveći u dva solsticija.

Gornja analiza pokazuje da se Sunčeva rektascenzija menja neravnomerno sa Sunčevom longitudom, koja i sama ne prirasta ravnomerno sa vremenom. Zbog toga se umesto pravog sunca, koje ne odgovara potrebi očuvanja uniformne vremenske skale, uvodi imaginarno telo, koje je nazvano *fiktivno srednje sunce*. Ono može geometrijski da se definiše na sledeći način. Neka τ bude vreme u trenutku prolaska Sunca kroz perihel. Taj položaj Sunca na nebeskoj sferi je u tački A . Dalje, sa n označimo srednju ugaonu brzinu Zemlje na njenoj putanji,



tj. 360° godišnje. Posmatrajmo imaginarno telo koje se kreće po ekliptici ugaonom brzinom n i to tako da se njegovi položaji poklapaju sa pravim suncem u perihelu i u afelu. Ovo telo je nazvano *dinamičko srednje sunce*. Pretpostavimo da je u nekom trenutku t pravo sunce u S , a dinamičko srednje sunce u tački D . Onda je $AD = n(t - \tau)$, u slučaju kada je vreme izraženo u godinama.

Zamišljeno srednje sunce eliminiše neravnomernosti u Sunčevoj longitudi, ali ne eliminiše uticaj nagiba ekliptike. Da bi se i ovo postiglo, uvedeno je drugo imaginarno telo, koje je nazvano *fiktivno srednje sunce* (ili samo *srednje sunce*). Po definiciji ono se kreće konstantnom ugaonom brzinom n po ekvatoru i njegovi položaji se poklapaju sa dinamičkim srednjim suncem u dva ekvinokcija. Ako je, u trenutku t , fiktivno srednje sunce smešteno u tačku F , onda je, po našoj definiciji, $\Upsilon F = \Upsilon D$. Fiktivno srednje sunce je onda telo čija rektascenzija prirasta ravnomerno i približava se onoj pravog sunca. Ono obezbeđuje pogodnu referentnu tačku za definisanje sistema sunčanog vremena iz kojeg su otklonjene sve neravnomernosti. Ovo je *srednje sunčano vreme* (ili samo *srednje vreme*) koje zavisi od časovnog ugla fiktivnog srednjeg sunca t_{\odot} na isti način kao što pravo sunčano vreme zavisi od časovnog ugla pravog sunca, odnosno mesno srednje vreme je časovni ugao srednjeg sunca uvećan za 12^h :

$$t_s = t_{\odot} + 12^h. \quad (2.32)$$

Osim toga, relacija sa mesnim zvezdanim vremenom se dobija kao ranije iz (2.17)

$$t_s = s + 12^h - \alpha_s. \quad (2.33)$$

Razlika između pravog i srednjeg vremena je poznata kao *vremensko izjednačenje*. Ono je jednako luku TF na sl. 2.24, kao što se može videti iz jednačina (2.30) i (2.33), a obično je formalno definisano kao

$$\text{vremensko izjednačenje } \eta = \alpha_s - \alpha_{\odot}. \quad (2.34)$$

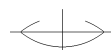
U toku godine ova razlika se na dosta složen način menja i može najviše da iznosi 15 vremenskih minuta. Na osnovu ovoga jasna je potreba za uvođenjem srednjeg vremena.

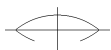
Gore date definicije pravog i srednjeg vremena su definicije vezane za mesto i pogodne za svakog posmatrača. Mesno vreme (pravo ili srednje) zavisi od posmatračeve geografske dužine u potpuno istom smeru kao zvezdano vreme i standardizacija se postiže na sličan način. Srednje vreme Griničkog meridijana nazvano je *svetsko vreme* (*Universal Time—UT*) i lako je pokazati, sa (2.13) i (2.32), da je, za posmatrača na istočnoj geografskoj dužini λ , srednje vreme

$$t_s = \text{UT} + \lambda. \quad (2.35)$$

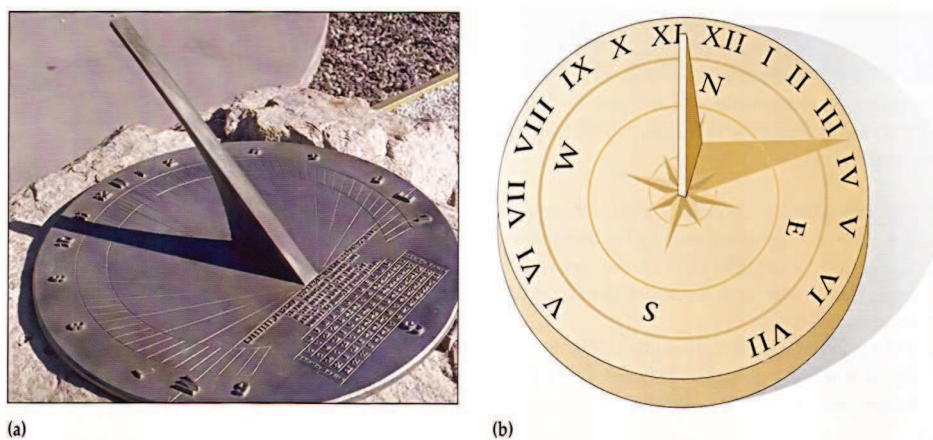
Naravno, kao i ranije, geografska dužina je izražena u vremenskoj meri.

** Skala pravog sunčanog vremena: *pravi sunčani dan* je vremenski razmak između dve uzastopne istoimene (recimo: gornje) kulminacije središta sunčevog prividnog diska; skala se materijalizuje *časovnim uglom pravog sunca* (t_{\odot}). Trenutak gornje kulminacije naziva se *pravo podne*, a trenutak donje kulminacije *pravo ponoć*. Početak pravog dana pada u podne. Umesto časovnog ugla pravog





sunca uvodi se pravo vreme $t_p = t_{\odot} + 12^h$, kao osnova odgovarajuće skale u kojoj dan počinje u prethodnu pravu ponoć. Sunčani sat je u istoriji bio realizovan u raznim vidovima (*gnomon i sl.*) (slika 2.25) .



Slika 2.25.

- *** Skala srednjeg sunčanog vremena: *srednji sunčani dan* je vremenski razmak između dve uzastopne istoimene kulminacije srednjeg sunca. Da početak srednjeg dana ne bi padao u podne, dodaje se 12^h na časovni ugao srednjeg sunca, pa je $t_s = t_{\odot} + 12^h$ osnova skale srednjeg vremena. *Srednjim suncem* nazivamo zamišljenu tačku koja, krećući se prividno i ravnomerno po ekliptici (srednje ekliptičko sunce) prolazi kroz perigej i apogej zajedno sa pravim suncem, a krećući se ravnomerno po ekvatoru, prolazi kroz tačke prolećne i jesenje ravnodnevice zajedno sa srednjim ekliptičkim suncem.

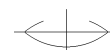
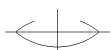
Napomena: pod popravkom neke veličine a podrazumevaćemo veličinu Δa koja se uvek dodaje veličini a da se dobije tačnija vrednost; a i Δa su algebarske veličine.

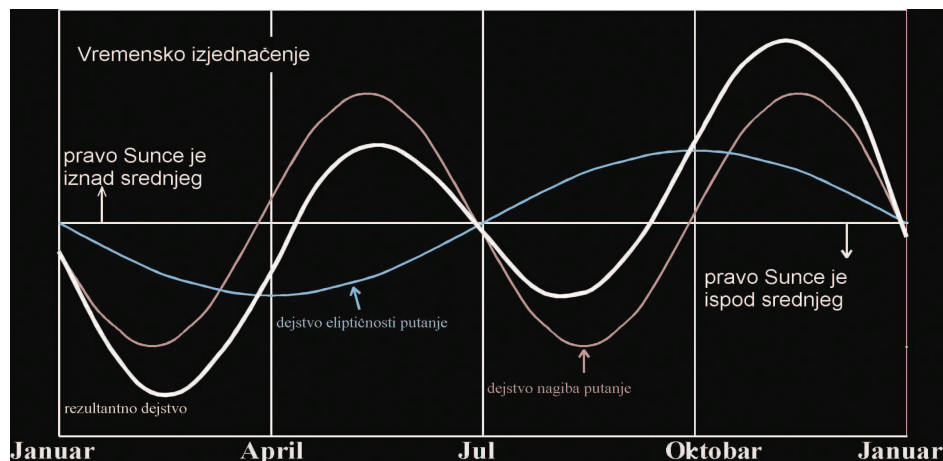
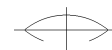
- Popravka u longitudi za kretanje srednjeg ekliptičkog sunca naziva se *izjednačenje centra*; popravka za razliku longitude i rektascenzije Sunca naziva se *svođenje na ekvator*.

- Vremenskim izjednačenjem* naziva se razlika časovnog ugla pravog sunca i časovnog ugla srednjeg sunca:

$$\eta = t_p - t_s. \quad (2.36)$$

Po definiciji, vremensko izjednačenje je jednako zbiru izjednačenja centra i svođenja na ekvator (slika 2.26).





Slika 2.26.

**** Skala građanskog vremena: Ovo je samo istorijski pojam (nekadašnja oznaka t_g) koji je poslužio kao međukorak u uvođenju srednjeg dana koji počinje u prethodnu srednju ponoć. Danas je to skala srednjeg vremena.

Veze između skala. Kako je zvezdano vreme (s) časovni ugao γ tačke, to važi

$$s = \alpha - t \quad (2.37)$$

za svaki nebeski objekat.

Obzirom da je iznos prividnog dnevnog kretanja Sunca manji od dnevnog kretanja zvezda (v. sl.), to je zvezdani dan kraći od srednjeg dana. Veza može približno da se da relacijom:

$$366.25^{\text{zvezdanihdana}} = 365.25^{\text{srednjihdana}}. \quad (2.38)$$

Odatle je

$$s = (1 + \mu)t_s + S_o, \quad (2.39)$$

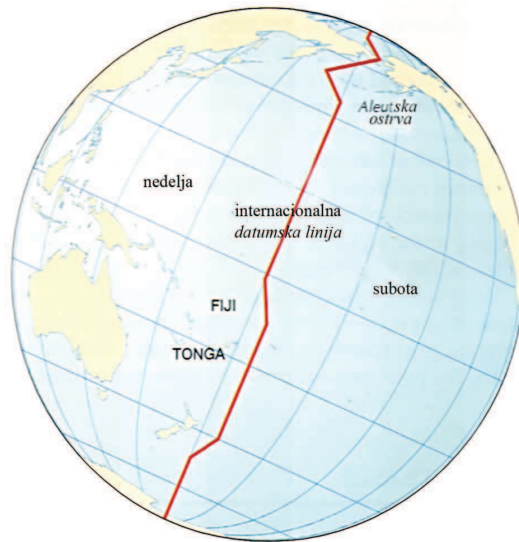
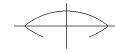
gde je S_o griničko zvezdano vreme u srednju Griničku ponoć, a

$$\mu \approx (1/366.25). \quad (2.40)$$

Odavde je jasna veza srednjeg i zvezdanog vremena.

Iz definicije koordinata tačaka na Zemlji znamo da je longituda ugaono rastojanje meridijana; to znači da su sva do sada definisana vremena *mesna* i da razlika longituda dva mesta daje iznos razlike istoimenih vremena:





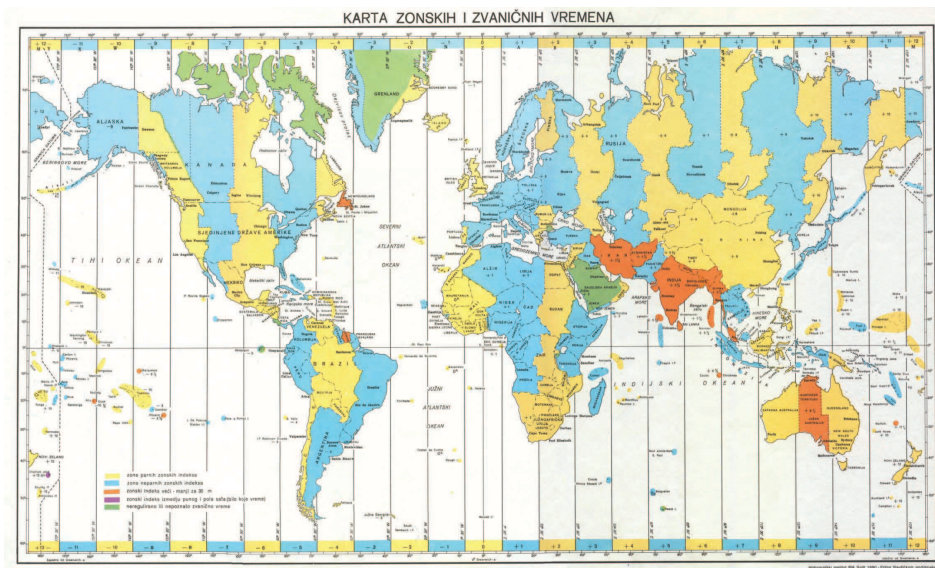
Slika 2.27 Datumska granica

$$s_1 - s_2 = \lambda_1 - \lambda_2,$$

$$t_s^1 - t_s^2 = \lambda_1 - \lambda_2,$$

i sl.

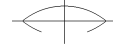
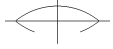
Kako je promena longitude u intervalu $(-12^h, +12^h)$, to se vidi da će mesta na zemljinom meridijanu suprotno od Griniča u istom momentu imati za 12^h veće i za 12^h manje vreme od Griniča; da bi vremenska skala za celu Zemlju bila jednoznačna, taj meridijan se naziva *datumska granica* i: pri prelasku ove granice u kretanju ka istoku oduzima se jedan dan, a pri kretanju ka zapadu dodaje se jedan dan (n. pr. "preskače" se tekući dan).



Slika 2.28.

Zonsko vreme. Upravljanje po srednjem vremenu počelo je krajem prošlog veka da izaziva velike smetnje, posebno u razvijenim i prostranim Sjedinjenim Državama; na njihov predlog međunarodnim sporazumom 1884.g. usvojen je sistem *zonskog vremena*: čitava Zemlja je podeljena na 24 časovne zone, a sva mesta u jednoj zoni upravljaju se po srednjem vremenu srednjeg meridijana u zoni. Zone su indeksirane brojevima 0-23, a nulta zona je u okolini griničkog meridijana na rastojanju





$\pm 30^m$ ($7^\circ.5$). Sve ostale zone se nižu redom u dva smera: ka istoku i ka zapadu do $\pm 12^h$.

✿ *Svetsko vreme* (t_0) je zonsko vreme nulte zone; očigledno, griničko srednje vreme je identično svetskom vremenu. Zonsko vreme zone i ($i = \pm 1, 12$) je

$$t_i = t_0 + i^h. \quad (2.41)$$

Uvođenjem časovnih zona bezbroj srednjih vremena zamenjen je nizom od 24 različita vremena. Nažalost, opravdavajući postupak na različite načine, od vremena I svetskog rata pa sve do danas, mnoge zemlje su uvele i uvode takozvano *ukazno vreme* (t_u), što se najčešće realizuje pomeranjem kazaljki svih satova za neki iznos u^h , posebno u letnjem periodu; iz tog razloga srednjeevropska zona, kojoj pripada i naša zemlja, ima letnje vrme za koje je ✿

$$u = +1^h.$$

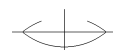
Mesno srednje vreme je retko korišćeno u praksi. Stoga je jasno da su neophodne neke konvencije za masovnu upotrebu vremena. U malim zemljama, srednje vreme standardnog meridijana je prihvaćeno u svakom mestu. Na primer, u Ujedinjenom Kraljevstvu ili Republici Irskoj za standardni meridijan uzet je Grinički, tako da srednje vreme odgovara vremenu UT—barem za zimske mesece; leti su časovnici pomereni za jedan sat unapred, u cilju energetske štednje (odnosno korišćenja dnevne svetlosti), i tada građansko vreme odgovara srednjem vremenu na meridijanu sa istočnom dužinom od 15° . Na drugoj strani, za velike zemlje, slične Sjedinjenim Državama, nepraktično je imati samo jedno standardno vreme; takve zemlje imaju više zonskih vremena, svaka vremenska zona ima srednje vreme standardnog meridijana, obično su standardni meridijani na razmacima od po 15° geografske dužine. U svakom slučaju, zonsko vreme t_i je dato kao

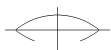
$$t_i = \text{UT} + \lambda_i, \quad (2.42)$$

gde je sada λ_i (istočna) longituda standardnog meridijana i -te vremenske zone.

Razmatranje u ovom paragrafu daje kratak pregled očuvanja srednjeg vremena, ali ne sa svim detaljima složenosti ovog problema. Oni će biti razmatrani u glavi 10, a ovde uvodimo samo kompletne formalne definicije. Posebno je definisano *efemeridsko vreme* (*Ephemeris Time*—ET). Ono se slobodno može opisati kao svetsko vreme popravljeno za neravnomernosti u brzini Zemljine rotacije. I svetsko i zvezdano vreme definisani su preko časovnog ugla određenih referentnih tačaka na nebeskoj sferi, a, ipak, tačnost ovih tačaka može se definisati samo promenom njihovih časovnih uglova, koja je ravnomerna koliko i brzina Zemljine rotacije. Moderni atomski časovnici, čak vremenski precizniji od nekih astronomskih fenomena, pokazuju da se nalaze mnoge neravnomernosti u ugaonoj brzini Zemlje, dodajući i postojanje sigurnog vekovnog usporenja. Osim toga, ove neravnomernosti ne mogu se detaljno predvideti. Zato se astronomske efemeride računaju za vremensku skalu ET u kojoj se takve neravnomernosti ne pojavljuju. Razlika između efemeridskog i svetskog vremena je označena sa ΔT , u smislu ✿

$$\Delta T = \text{ET} - \text{UT}. \quad (2.43)$$





Razlika ΔT ne može biti unapred utabličena. Međutim, veza između svetskog i zvezdanog vremena postoji i utabličena je u *Astronomical Almanacu*, na dnevnim intervalima. Približan odnos između dve vremenske skale može se dati u obliku

$$\begin{aligned} 1 \text{ srednji dan} &= 24^{\text{h}}03^{\text{m}}56^{\text{s}},6 \text{ zvezdanog vremena} \\ 1 \text{ zvezdani dan} &= 23^{\text{h}}56^{\text{m}}04^{\text{s}},1 \text{ srednjeg vremena.} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Detaljnija analiza ove i drugih relacija koje sadrže vreme ostavljena je za glavu 10, u kojoj će biti date tačnije formule.

Efemeridsko vreme. Nova definicija sekunde. Atomsko vreme. U računu efemerida nebeskih tela koristi se pojam dinamičkih skala vremena. One se određuju kao argumenti dinamičkih teorija kretanja Sunca, Meseca i planeta Sunčevog sistema, a takođe kao argumenti efemerida tih objekata, argumenti koji imaju smisao vremena.

- ✿ N. pr., danas razlikujemo *baricentrično dinamičko vreme (TDB)* i *terestrično dinamičko vreme (TDT)*. U terminologiji opšte teorije relativnosti skala zemljinog dinamičkog vremena (TDB) odgovara *sopstvenom vremenu*, a skala baricentričnog dinamičkog vremena (TDB) odgovara *koordinatnom vremenu*; te skale su međusobno povezane posredstvom relacije koja zavisi od dinamičkog modela Sunčevog sistema i korišćene metrike.

- ✿ Međutim, obzirom na napredak laboratorijskog eksperimenta u fizici, danas je osnovna jedinica vremena *atomska sekunda*, koja odgovara trajanju (ili broju!) od 9192631770 perioda rezonansne frekvencije kvantnog prelaza sa nivoa $f = 4, m = 0$ na $f = 3, m = 0$ superfine građe osnovnog stanja $^2S_{1/2}$ atoma cezijuma ^{133}Cs .

- ✿ Na osnovu tako definisane jedinice, formirana je i usvojena *skala atomskog vremena, (AT)*, koja se materijalizuje u vidu većeg broja biroa i laboratorija sa odgovarajućim etalonima i čini skalu *međunarodnog atomskog vremena, (IAT)*.

Napomena: Astronomski eksperimenti u najnovije vreme pokazuju da će se, najverovatnije, trka između astronomije i fizike za izbor što stabilnijeg periodičnog procesa za definisanje jedinice za vreme, nastaviti.

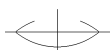
- ✿ **Veće jedinice za vreme. Kalendar.** Ako kalendar odredimo kao postupak i vrstu realizacije vremenske skale u kojoj se iste prirodne pojave dešavaju u stalnom i jednakom rasporedu, onda nam je jasno zašto su *dan, nedelja, mesec i godina* osnovne odrednice kalendara. Za nevolju, zbog vrlo slabe samerljivosti izabranih astronomskih pojava (ponavljanje faze Meseca – 29.531... i položaja Sunca među zvezdama – 365.24217898459045...) izrada kalendara je vrlo težak posao.

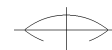
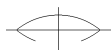
- ✿ Danas se najčešće govori o dva kalendara: *julijanski i gregorijanski ili, stari i novi stil*.

Na predlog aleksandrijskog astronoma Sosigena, Julije Cezar je uveo da posle svake tri godine sa po 365 dana sledi (prestupna) godina sa 366 dana. Dopunski dan se dodavao februaru, koji je nekada bio poslednji mesec u godini. Ovakav kalendar je prednjačio u odnosu na prirodu za 1 dan na svakih 128 godina.

Kako je nakupljanje navedne razlike postalo osetno, papa Grgur XIII je na predlog italijanskog astronoma Liliya izvršio reformu kalendara:

- odlučeno je da se posle četvrtka, 4. Oktobra 1582.g. računa petak, 15. Oktobar.





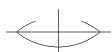
- da bi se sprečilo veliko odstupanje od prirodnih pojava, za prestupne godine se više ne računaju stotine godina čiji broj stotina nije deljiv sa 4 bez ostatka.

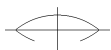
§ 2.16. Postavljanje teleskopa. Problem postavljanja teleskopa na Zemlji u prethodno zadatu orijentaciju neće biti razmatran. Pretpostavimo, na primer, da su koordinate, rektascenzija i deklinacija, uzete iz zvezdanog kataloga. Prvi korak bi morao biti prelazak sa rektascenzije na časovni ugao—iako ovo nije uvek eksplicitno—tako da su koordinate poznate u obliku koji je stalan u odnosu na posmatračevu neposrednu okolinu. To zahteva poznavanje mesnog zvezdanog vremena.



Normalno je da opservatorija ima časovnik koji održava mesno zvezdano vreme tako da se ono može direktno čitati. Šta više, postupak izračunavanja mesnog zvezdanog vremena s sa podacima iz *Astronomical Almanaca* biće razmatran u primeru datom niže. Za ovo je bitan isti postupak koji traži primenu i očuvanje mesnog zvezdanog vremena. Račun zahteva tačno poznavanje geografskih dužina posmatračkih mesta.

Neka su časovni ugao i deklinacija zvezde poznati, dalja transformacija koordinata može i ne mora biti nužno zavisna od montaže teleskopa. Najveći optički teleskop za opštu astronomiju koristi *ekvatorsku montažu*. Na taj način, glavna osa koja je postavljena jeste polarna osa usmerena prema severnom nebeskom polu. Dakle, ta osa je nagnuta prema vertikali za ugao $90^\circ - \varphi$, što se izračunava na opservatoriji. Pretpostavimo sada da je teleskop postavljen prema tačkama koje su u pravcima pod uglom θ u odnosu na polarnu osu. Tako je teleskop postavljen u pravcu čija je deklinacija $90^\circ - \theta$. Ako se sada celokupna oprema istovremeno zarotira oko polarne ose održavajući ugao θ stalnim, onda teleskop obuhvata deklinacije izvan deklinacijskog paralela na nebeskom svodu. Dakle, teleskop ima upravljajč rotacije oko polarne ose sa brzinom od jednog obrta po zvezdanom danu, usled čega može da prati dnevno kretanje svih nebeskih objekata. ❁





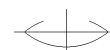
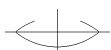
Prednosti ekvatorske montaže su, dakle, očigledne. Navođenje takvog teleskopa na određeni objekat zahteva na početku pokretljivost i po deklinaciji i po časovnom uglu. Tada će prvo od ovih kretanja biti održavano konstantnim, dok će drugo biti regulisano automatskim upravljačkim mehanizmom, koji će držati objekat unutar vidnog polja teleskopa. Pokretljivost po deklinaciji je jednostavna, a ona po časovnom uglu može biti pojednostavljena ako se montira skala sa određenom nul-tom tačkom. Ovo može biti postavljeno za sopstvenu rektascenziju i pokretni teleskop postaje pokretljiv po mesnom zvezdanom vremenu bolje nego po časovnom uglu, što nikada nije potrebno eksplicitno uraditi.

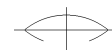
Ekvatorska montaža je normalna za optički teleskop samo ako on ima specijalnu funkciju. Brojni instrumenti imaju konstrukciju sa specijalnom montažom da bi preuzeli apsolutna astrometrijska merenja. Potpunije razmatranje ovakvih instrumenata i njihovih operacija predviđeno je u glavi 5, ali ovde ćemo dati kratak prikaz razmatranja za najfundamentalniji od svih instrumenata, meridijanski krug, * jer on obezbeđuje direktno merenje rektascenzije i deklinacije. * *Meridijanski krug* ili *meridijanski instrument* je obično dovoljno mali refraktor koji se kreće oko horizontalne istok-zapad ose. Ovo je samo slobodna rotacija oko te ose, pa sledi da je nepotpuno određena. Kako je to rotacija oko njegove ose, on obuhvata i zvezde izvan posmatračevog meridijana, pa se mogu posmatrati zvezde u ili oko meridijana. U žižnoj ravni instrumenta nalazi se krst-konaca koji predstavlja posmatračev meridijan, a posmatranja se sastoje od beleženja tačnog trenutka prolaska zvezde kroz krst-konaca. Pošto je u meridijanu časovni ugao zvezde jednak nuli, posmatrano mesno zvezdano vreme meridijanskog prolaza zvezde daje direktno merenje rektascenzije zvezde [vidi jednačinu (2.14)].

Direktno merenje deklinacije je, takođe, moguće jednostavnim čitanjem nagiba u kojem se teleskop nalazi. To daje visinu zvezde iznad horizonta, ali za meridijanski prolaz relacija visine sa deklinacijom je jednostavna. Direktno čitanje deklinacije je moguće, ako se nulta tačka postavi podudarno sa ekvatorom a ne sa horizontom. Na ovaj način meridijanski krug korišćen zajedno sa mesnim zvezdanim časovnikom može dati direktna merenja obe koordinate—i rektascenzije i deklinacije.

Veliki radio teleskopi su često nedovoljno pokretni, a tip-meridijanskog merenja je lako podesiti. Osim toga, mogućnost radio instrumenata može biti proširena njihovim povezivanjem u dugo-bazičnu interferometriju. Najveća položajna tačnost u radio astrometriji je dobijena na ovaj način. Međutim, analiza postaje komplikovana, pa je detaljno razmatranje radio astrometrije ostavljeno za glave 15 i 16. Zadržaćemo se na problemu postavljanja potpuno odvojene radio antene sa promenljivom usmerenošću na izvor poznate rektascenzije i deklinacije.

Ako radio teleskop ima ekvatorsku montažu, problem se ne razlikuje od već razmatranog. Osnovne potrebe su još časovni ugao i deklinacija. Međutim, mehanički nedostaci ekvatorske montaže razmatrani su jer je glavna osa nagnuta u odnosu na vertikalnu, pa mnogo veliki radio teleskopi koriste jednostavniju horizontalnu montažu iz konstruktivnih razloga. U ovakvom slučaju, jasno je da je neophodno izračunavanje i visine i azimuta radio izvora da bi prijemnik teleskopa bio korigovan. Računar kontroliše veliki radio teleskop, ali to, naravno, ne pojednostavljuje zamršene sferne principe. Način pretvaranja časovnog ugla i deklinacije u horizontalne koordinate već je razmatran u §2.3 i primenjen je u sledećem zadatku ovog pa-





ragrafa. U ovom paragrafu, daćemo još i detaljan postupak potreban za određivanje mesnog zvezdanog vremena, koje je, takođe, neophodno za ekvatorsku montažu.

Primer. *Horizontski radio teleskop nalazi se na geografskoj dužini $\lambda = 83^{\circ}31' W$ i geografskoj širini $\varphi = 40^{\circ}15' N$. Potrebno je navesti teleskop na radio izvor 3C 273, čije su ekvatorske koordinate $\alpha = 12^{\text{h}}28^{\text{m}}.3$; $\delta = 2^{\circ}08'$. Datum posmatranja je 1985, januar 7., $14^{\text{h}}42^{\text{m}}$ UT. Izračunati neophodne koordinate za postavljanje teleskopa.*

Pre svega, mora se izračunati mesno zvezdano vreme. U *Astronomical Almanacu* nalazimo da je za 1985, januar 7., 0^{h} UT

$$S_0 = 7^{\text{h}}06^{\text{m}}01^{\text{s}}.$$

Na ovo moramo dodati $14^{\text{h}}42^{\text{m}}$ UT, ali izraženo u zvezdanom vremenu. To je najbolje učiniti ako izrazimo ovaj vremenski interval u časovima i pomnožimo ga faktorom za pretvaranje, koji je $1,002\,737\,909\,4$. Kao rezultat, dobijamo za trenutak posmatranja da je

$$S = 21^{\text{h}},8406.$$

Za dobijanje mesnog zvezdanog vremena s neophodno je oduzeti zapadnu geografsku dužinu; jednačina (2.13) daje

$$s = 16^{\text{h}}16^{\text{m}}22^{\text{s}}.$$

Časovni ugao t za 3C 273 izračunava se sa (2.14) iz poznate vrednosti rektascenzije koja daje

$$t = 3^{\text{h}}48^{\text{m}}04^{\text{s}} = 57^{\circ},0174. \quad (2.35)$$

Potrebni obrasci za izvođenje visine i azimuta su jednačine (2.7) i (2.8). Ovde su one ponovno date u delimično modifikovanom obliku

$$\sin h = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t, \quad (2.36)$$

$$\cos A = \sin \delta \sec a \sec \varphi - \operatorname{tg} h \operatorname{tg} \varphi. \quad (2.37)$$

Čitalac može naći korisnu pomoć tumačenjem sl. 2.3, koja ilustruje sferni trougao iz kojeg su izvedeni originalni obrasci. Jednačina (2.36) može se sada koristiti za izračunavanje visine

$$h = 26^{\circ},0564.$$

Pošto je časovni ugao, iz (2.35), manji od 12^{h} , azimut izvora mora biti zapadni. Ovim je eliminisana svaka dvoznačnost u jednačini (2.37), koja sada daje

$$A = 111^{\circ},0779.$$

Nađene su potrebne koordinate za postavljanje radio teleskopa, i to

$$\begin{aligned} \text{visina} &= 26^{\circ}03', \\ \text{azimut} &= 111^{\circ}04' \text{ zapadno.} \end{aligned}$$

§ 2.17. Zadaci.

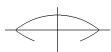
Zadaci

Simboli koji se niže koriste su:

- φ —posmatračeva širina,
- δ —deklinacija zvezde,
- ε —nagib ekliptike = $23^{\circ}26',5$.

2.1. Pokazati da azimut cirkumpolarne zvezde može imati svaku vrednost ako je $\delta < \varphi$, ali mora biti manji od $\arcsin(\cos \delta \sec \varphi)$ kada je $\delta > \varphi$.





2.2. Pokazati da je ugao ψ koji dnevni paralel zvezde zaklapa sa horizontom u trenutku izlaza ili zalaza dat sa

$$\psi = \arccos(\sin \varphi \sec \delta).$$

2.3. Ako je t časovni ugao zvezde pri izlazu, pokazati da je

$$\operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}t = \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos(\varphi + \delta)}. \quad [\text{Smart (1977)}]$$

2.4. Dve zvezde A i B (sa deklinacijama δ_1 i δ_2) izlaze istovremeno i zvezda A kulminira u trenutku zalaza zvezde B . Pokazati da je

$$\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta_1 = 1 - 2 \operatorname{tg}^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \delta_2.$$

2.5. Pokazati da su, za posmatrača na ekvatoru, sve zvezde iznad horizonta tačno 12^{h} i da su njihovi azimuti u trenutku izlaza i zalaza $90^\circ - \delta$.

2.6. Pretpostavljajući da su zvezde, vidljive golim okom, ravnomerno raspoređene po nebeskoj sferi, pokazati da je odnos cirkumpolarnih zvezda prema necirkumpolarnim zvezdama $\frac{1}{2}(\sec \varphi - 1)$ vidljiv iz ma kog mesta.

2.7. Pokazati da je zenitska daljina z severnog ekliptičkog pola data sa

$$z = \arccos(\cos \varepsilon \sin \varphi - \sin \varepsilon \cos \varphi \sin s).$$

gde je s mesno zvezdano vreme.

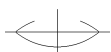
2.8. Pokazati da zbog nagiba ekliptike postoje šesto-mesečne varijacije u prirastanju Sunčeve rektascenzije. Pokazati dalje, da su, pri zanemarivanju ekscentričnosti Zemljine putanje, ovi priraštaji maksimalni u solsticijima, a minimalni u ekvinoxijima.

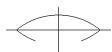
2.9. Koristeći podatke iz jednačine (2.31), izračunati nagib galaktičke ravni prema ekliptici. Pokazati da Sunce prolazi kroz galaktičku ravan u danima solsticija i odrediti galaktičku longitudu ovih tačaka prolaza.

2.10. Galaktički pol je u odnosu na stari sistem galaktičkih koordinata (l^I, b^I) približno udaljen za $1^\circ,5$ od pola sadašnjeg sistema (l, b) duž meridijana $l = 200^\circ$. Longituda galaktičkog centra u starom sistemu je bila $327^\circ,7$. Šta je bila njegova galaktička latituda u ovom sistemu?

Pokazati da su galaktičke koordinate svih zvezda u oba sistema približno povezane datim jednačinama

$$\begin{aligned} b^I &= b - 1^\circ,5 \cdot \cos(l - 20^\circ), \\ l^I &= l - 32^\circ,3 - 1^\circ,5 \cdot \operatorname{tg} b \sin(l - 20^\circ). \end{aligned}$$



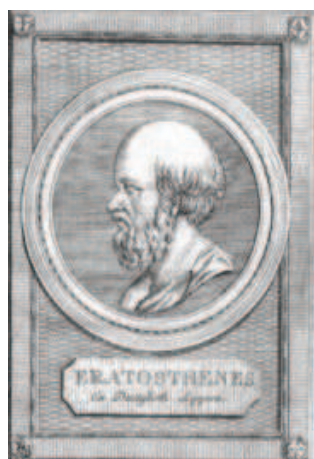


ГЛАВА ТРЕЋА

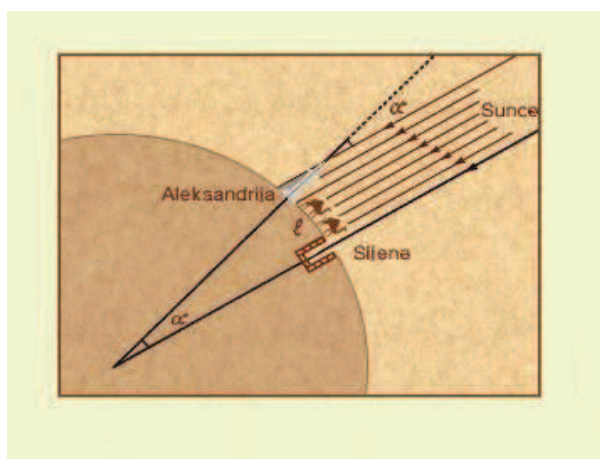
Nebeska tela

Planeta Zemlja

§ 3.1. **Zemljin oblik i veličina.** Od pamtiveka je za ljude bio interesantan problem oblika i veličine Zemlje. Činjenica je da se svest o loptastom obliku Zemlje formirala dosta rano, ali slabosti astronomskog eksperimenta su onemogućavale i egzaktne dokaze.



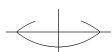
Slika 3.1. Eratosten



Slika 3.2. Eratostenov premer Zemlje

Što se tiče Zemljine veličine, pod pretpostavkom da je loptasta, vrlo efikasan eksperiment je izveo Eratosten još u II veku p. n. e.; izmerivši dužinu meridijskog luka l (slika 3.2.) između dva mesta i znajući razliku geografskih širina ($\Delta\varphi = \alpha$) tih mesta (iz merenja podnevnih visina Sunca u istom trenutku u godini!) dobio je proporciju:

$$\frac{2\pi R}{l} = \frac{360^\circ}{\alpha},$$



iz koje može da se odredi Zemljin poluprečnik R .

Iz ovog eksperimenta proistekla su u periodu srednjeg i početkom novog veka brojna stepenska merenja, koja su vrlo brzo pokazala da je Zemljina krivina na ekvatoru veća nego na polovima, tj. da Zemlja može tačnije da se predstavi sferoidom.

Ako je a ekvatorski, a b polarni poluprečnik sferoida Zemlje, veličina

$$\varepsilon = \frac{a - b}{a} \approx 0.00335$$

naziva se spljoštenost.

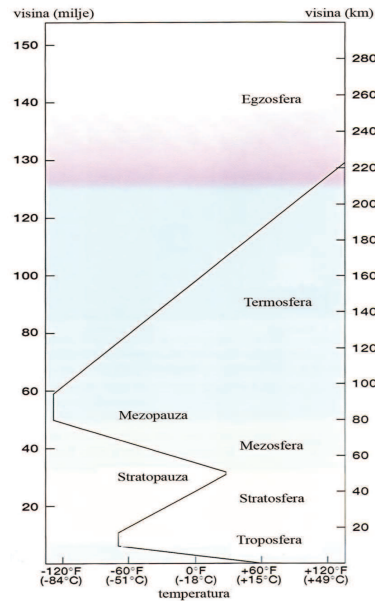
Razvoj astronomskog i geodetskog instrumentarijuma omogućio je da se Zemljin oblik i razmere danas poznaju sa veoma visokom tačnošću; greška određivanja položaja tačke na Zemlji je reda nekoliko santimetara. Istovremeno, to je omogućilo ❁ da se za najbolju aproksimaciju oblika Zemlje usvoji *geoid*, ekvipotencijalna (nivoska) površina sile Zemljine teže, koja je najbliža površini Zemljinih mora i okeana u stanju ravnoteže.

§ **3.2. Zemljin sistem.** Osim same Zemlje (sl. 3.3.), u ovaj sistem se ubraja i Zemljin pratilac, Mesec, koji je, zbog svog specifičnog položaja, relativne veličine i blizine Zemlji, dobio posebno mesto u istoriji nauke uopšte, astronomije posebno. Značaj te sprege je višestruk i o njoj će biti govora u daljem tekstu.

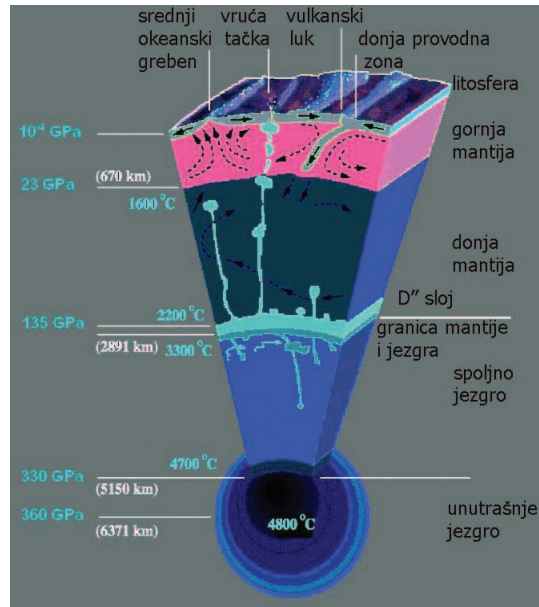


Slika 3.3. Snimak Zemlje sa kosmičke letilice

- ✿ U Zemljin sistem u užem smislu ubrajamo Zemljino telo–*litosferu*, Zemljina
- ✿ mora i okeanae–*akvasferu*, Zemljin gasoviti omotač–*atmosfera* i Zemljino magnetno
- ✿ polje–*magnetosferu*.



Slika 3.4. Profil atmosfere



Slika 3.5. Profil tela Zemlje

§ **3.4. Zemljino telo.** Unutrašnjost Zemljinog tela teško je izučavati jer neposredna merenja su vršena samo do dubine od oko 10 km (slika 3.5.). Proučavanja prostiranja seizmičkih talasa (longitudinalnih i transverzalnih) i stanja radioaktivnih materija pokazuju:

- Zemlja je stara oko 4,5 milijardi godina;
- Zemlja ima čvrstu koru debljine 30–60 km ispod kontinenata i 10–30 km ispod okeana;
- unutrašnjost Zemlje do dubine od oko 3000 km nazivamo *mantijom*, a centralni deo na većoj dubini nazivamo *jezgrom*.

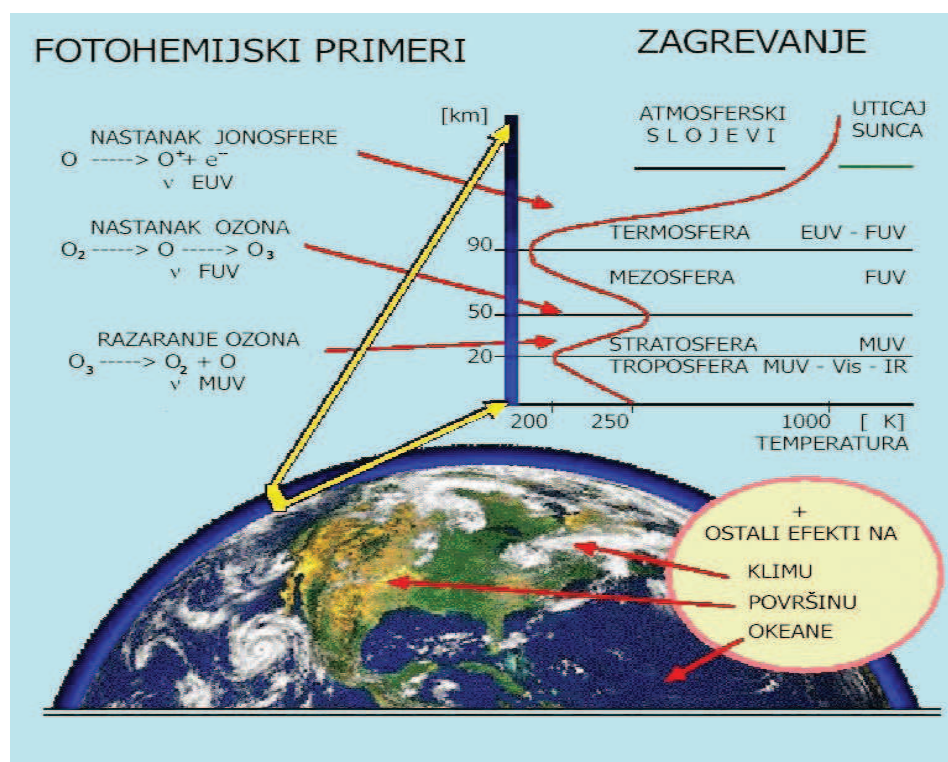
Kako su fizički uslovi u centru jezgra samo pretpostavljeni, to je još uvek teško govoriti o stanju i sastavu materije u centru Zemlje. Izgled Zemlje iz kosmosa dat je na slici 3.3.

§ **3.5. Zemljina atmosfera.** To je gasoviti omotač Zemljinog tela; gornja granica atmosfere se određuje uglavnom izborom **stepena raznih dejstava i fizičkih parametara** (gustine, temperature, pritiska i sl.). Vertikalna struktura atmosfere određuje se zavisnošću pritiska, temperature, gustine i hemijskog sastava od rastojanja od centra Zemlje. Kada se navedeni parametri dobiju

iz teorijske analize ili se predstave u vidu tablice srednjih ili tipičnih vrednosti, kažemo da raspolažemo modelom atmosfere.

Na slici 3.4. je prikazan profil temperature atmosfere Zemlje sa stanovišta današnjih informacija. Podela na "sfere" nazivi tih sfera jasni su sa slike.

Na visini preko 90 km temperatura oštro raste jer u toj oblasti dolazi do apsorpcije ekstremnog ultraljubičastog zračenja Sunca (slika 3.6.). Na visinama od oko 300 km temperatura dostiže granicu od $600^{\circ} - 1200^{\circ} \text{ K}$ i konstantna je sve do visina na kojima prestaje da igra važnu ulogu (od 500–1000 km).




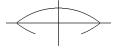
Slika 3.6.

Gustina atmosfere varira približno eksponencijalno sa visinom, h :

$$\rho = \rho_0 e^{h/H},$$

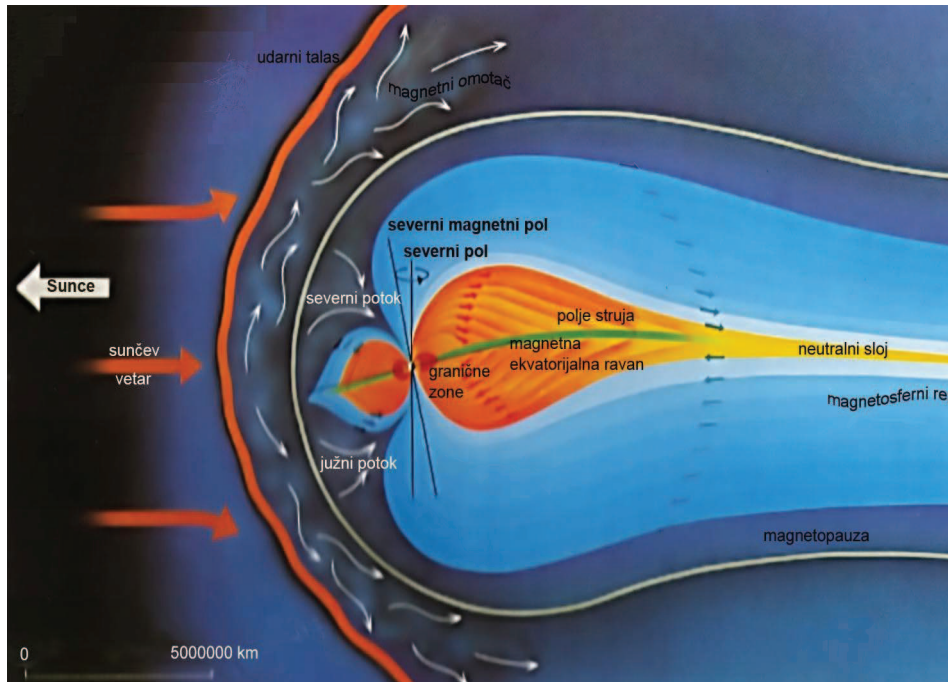
gde se H naziva skalom visina, ρ_0 je gustina na površini pri normalnim uslovima.

§ 3.6. Zemljino magnetno polje. To je oblast značajnog dejstva Zemljinog magnetizma; magnetizam je veoma česta pojava kod nebeskih tela i sistema. Intenzitet magnetnih polja je veoma različit. Dosadašnja izučavanja  pokazuju da je *geomagnetno polje polje dipola* kroz Zemljino središte sa osom koja



ima nagib od 11° u odnosu na osu rotacije Zemlje. Ovo polje je, na velikim visinama reda deset hiljada kilometara, deformisano pod dejstvom Sunca (vidi sliku 3.7.).

Zahvaljujući eksperimentima izvedenim sa prvih veštačkih satelita utvrđeno je da magnetno polje zadržava naelektrisane čestice i formira tzv. *radijacione pojaseve* – pojaseve čestica visokih energija. Na slici 3.8. je data šema preseka tih pojaseva. Unutrašnji pojas dostiže granicu od 500–5000 km, a spoljašnji od 1–5 poluprečnika Zemlje (za Zemlju i ostala nebeska tela sve konkretne podatke vidi u prilogu); energija čestica unutrašnjeg pojasa je 10 puta veća i predstavlja opasnost za kosmonaute jer pri sudaru sa kosmičkim letelicama dolazi do stvaranja rendgenskih zraka.



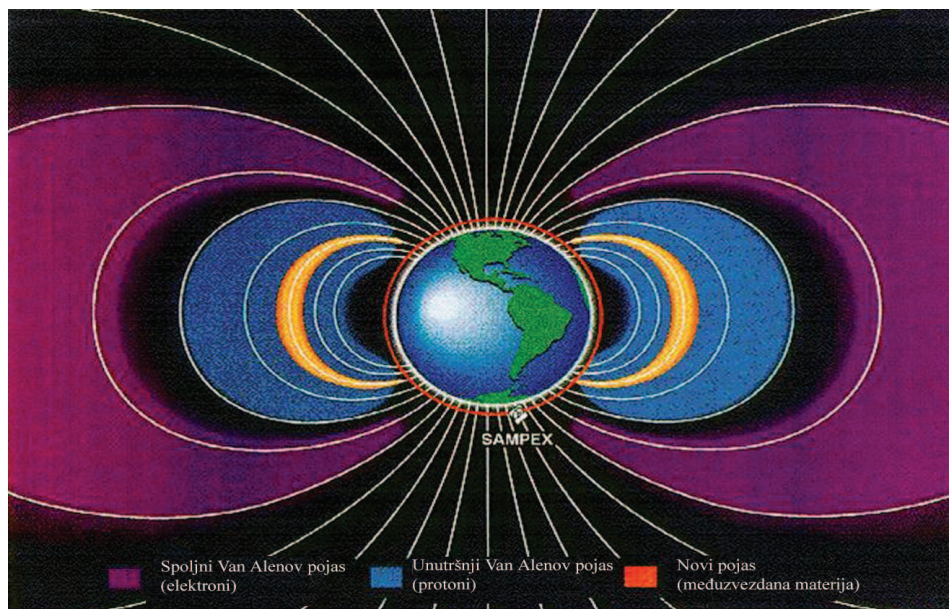
Slika 3.7. Magnetosfera Zemlje

Čestice koje obrazuju radijacioni pojas su deo čestica *sunčevog vetra*, koje je zahvatilo Zemljino magnetno polje. Eksplozije na Suncu rađaju veoma moćne tokove čestica, koje se kreću brzinama 400-1000 km/s. Takvi jaki potoci korpuskula izazivaju *magnetne bure* u Zemljinom magnetnom polju, tj. brze i znatne promene karakteristika magnetnog polja.

U tim prilikama strelica kompasu "igra", narušavaju se radio-veze, javlja se *polarna svetlost* različite boje na visinama od 100–1000 km, korpuskule popunjavaju radijacioni pojas.

Geomagnetno polje se menja u prostoru i vremenu; nepravilne prostorne promene nazivaju se *anomalijama*, a vremenske promene se nazivaju *varijacijama* (govori se o dužim vremenskim intervalima, 5–10 godina) i *pulsacijama* (kraći vremenski intervali). Poreklo Zemljinog magnetizma nije dato sa potpunom strogošću.

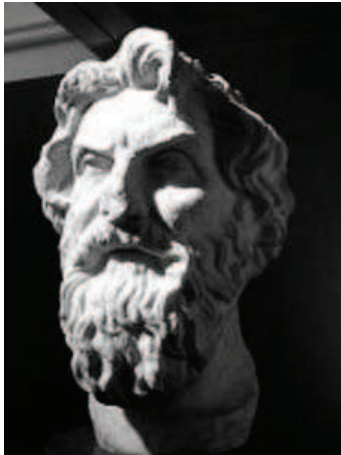




Slika 3.8.

§ **3.7. Zemljina kretanja.** Prividno obrtanje nebeske sfere je samo posledica stvarne rotacije Zemlje. Zemljina rotacija je skoro ravnomerno obrtno kretanje oko sopstvene ose u direktnom smeru, gledano sa severnog pola. U prve egzaktne dokaze rotacije Zemlje možemo da ubrojimo:

- skretanje ka istoku tela koje slobodno pada (Njutn, 1679),
- skretanje ravni klaćenja slobodno okačenog klatna (Fuko, 1851),
- Zemljin oblik (spljoštenost).

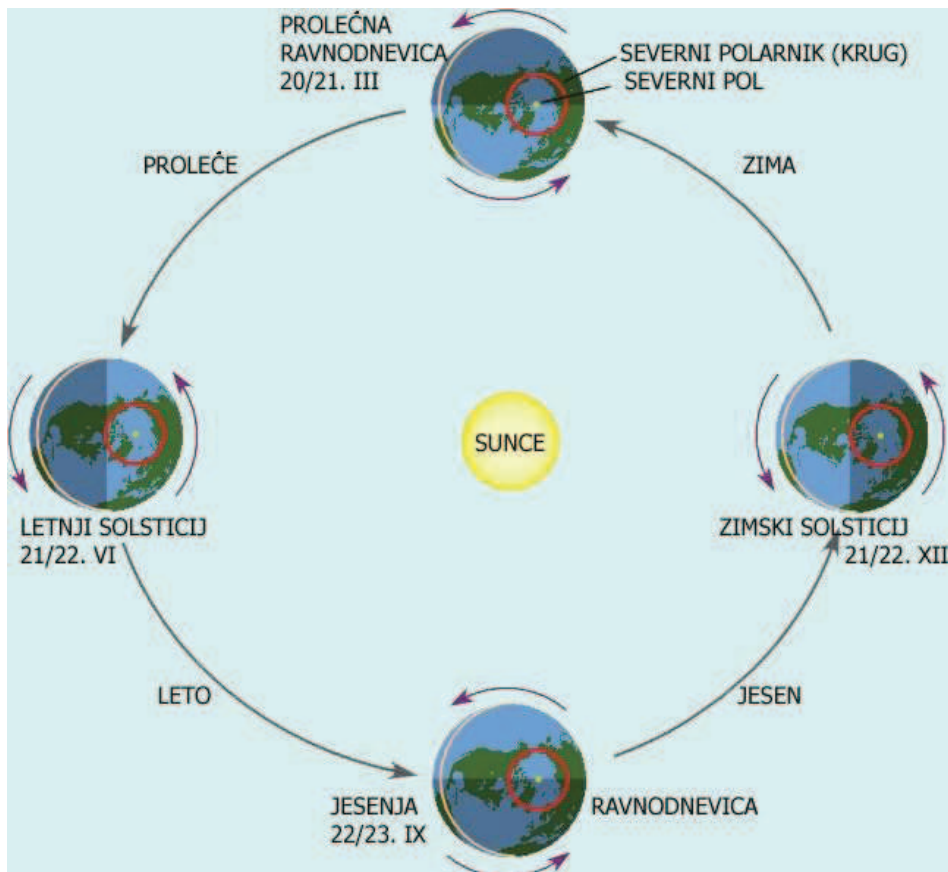


Slika 3.9. Aristarh sa Samosa

Uprkos geocentričarima, još je Aristarh u III v. p.n.e. tvrdio da Zemlja obilazi oko Sunca i da je Sunce mnogo veće od Zemlje.

Danas znamo da Zemlja vrši neravnomerno translatorno kretanje, *revoluciju*, po eliptičnoj putanji oko Sunca, opet u direktnom smeru. U dokaze Zemljine revolucije možemo da ubrojimo:

- *abraciju* svetlosti – promena položaja nebeskih tela na nebeskoj sferi izazvana slaganjem brzine svetlosti i brzine Zemlje na putanji oko Sunca (Bredli, 1725);
- *paralaksu* zvezda – promena položaja zvezda na nebeskoj sferi usled promene položaja posmatrača (Besel, 1838);
- periodično godišnje pomeranje linija u spektrima zvezda.

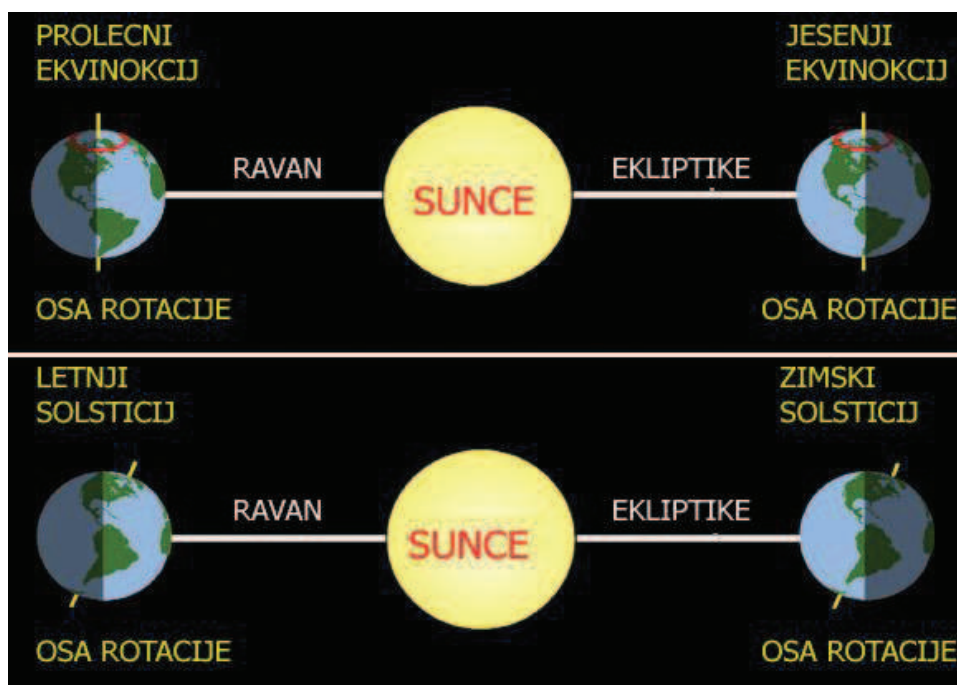


Slika 3.10. Zemljino godišnje kretanje i godišnja doba

§ **3.8. Posledice Zemljinih kretanja.** Osnovni oblici kretanja Zemlje su *rotacija* Zemlje oko ose i kretanje Zemlje oko Sunca po eliptičnoj putaji koju nazivamo *ekliptikom* (slika 3.10.). Kretanje oko Sunca ili *revolucija* spada u **translatorna** kretanja, jer, u kraćim vremenskim intervalima, orijentacija ose rotacije Zemlje se ne menja, tj. osa se premešta po ekliptici kroz sukcesivne položaje tako da ostaje paralelna sama sebi. Prepoznajući iz posmatranja ovakva kretanja Zemlje, možemo lako uočiti i *posledice* tih kretanja:

- nejednake dužine obdanice i noći,
- postojanje toplotnih pojaseva na Zemlji,
- postojanje godišnjih doba,
- nejednaka dužina godišnjih doba (v. sl. 3.10.)

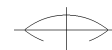
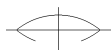
Kako izgledaju karakteristični položaji Zemlje u raznim trenucima u toku godine i za razne posmatrača na Zemlji, može da se vidi sa slike 3.11.



Slika 3.11. Zemljino godišnje kretanje i položaj ose

§ **3.9. Nepravilnosti Zemljine rotacije.** Odavno je jasno da brzina rotacije Zemlje nije postojana. Bez obzira na majušnost promena apsolutnih iznosa ugaone brzine Zemlje, njihovo izučavanje je veoma važno ali je i otežano zbog izuzetne složenosti pojedinih mehanizama koji stvaraju te promene. Danas možemo da većinu neravnomernosti u rotaciji Zemlje svrstamo u tri grupe:

- ✿ *periodične promene, vekovne (sekularne) promene i slučajne fluktuacije.*



Tektonska struktura okeanskog dna

Slika 3.11a. Tektonika

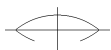
Naučno "otkriće" neravnornosti Zemljine rotacije dovelo je do ponovnog postavljanja i rešavanja problema merenja i održavanja vremena, do promene osnove u definisanju i jedinice i skale vremena, a time i posredno i neposredno do tehničkog i tehnološkog napretka u izradi instrumenata i pribora za realizaciju tih ciljeva. Dalja posledica je usavršavanje efektivnih metoda i postupaka, a delom i teorije, za određivanje kretanja tela Sunčevog sistema i tela drugih kosmičkih sistema, pa i samih sistema. Na drugoj strani, posledica neravnornosti Zemljine rotacije je i promena dužine dana, takvog reda da za običan (današnji) život nema skoro nikakvog značaja, ali je od izuzetno velikog značaja za naučnu praksu i prognozu.

Periodične promene (oscilacije). Nekoliko astronoma sa Potsdamske opservatorije (Pavel, Wink, ...) i Nikola Stojko sa Pariske opservatorije su tridesetih godina 20. veka uočili, posebno zahvaljujući visokotačnim časovnicima, da je Zemljina rotacija nepostojana, pri čemu su te promene imale periodičan karakter. Ponovljena posmatranja pedesetih godina pokazala su da preovlađuju dve periodične komponente u neravnornosti Zemljine rotacije koje izazivaju promenu dužine dana (*length of day, LOD*): polugodišnja i godišnja:

$$\Delta LOD_s = A \sin(t + \varphi_1) + B \sin(2t + \varphi_2), \quad (1)$$

kod kojih su amplitude približno jednake $0^{\circ}.0005$ i $0^{\circ}.0003$ redom. Novija istraživanja su pokazala da promenu dužine dana u osnovi izazivaju kretanja velikih vazdušnih masa, tj. sezonske promene momenta količine kretanja Zemljine atmos-





fere. Prema tome, veličine $A, B, \varphi_1, \varphi_2$ su promenljive. Prateći promene u rotaciji Zemlje uzrokovane plimskim dejstvima, uočeno je da preovlađuju dve periodične komponente: polumesečna i mesečna čije su amplitude redom $0^s.00043$ i $0^s.00023$.

Vekovne (sekularne) promene. Analiza posmatračkog materijala za duge vremenske intervale, unazad i po nekoliko stotina godina, pokazuje da je prosečno povećanje dužine dana za poslednjih 2000 godina oko $0^s.0023$ za stoleće, tj. postoji vekovno usporenje Zemljine rotacije.

Značaj ove činjenice prikazaćemo kroz sledeći postupak. Napravimo jedan "eksperiment": neka su za poslednje dve hiljade godina (unazad 20 vekova) dani bili kraći u proseku za $0^s.010$ sekundi (tj. dan se unapred produžavao za oko $0^s.001$ po stoleću!?) Odatle sledi da se u vremenskom "zbiru" nakupila razlika

$$\Delta t = 0^s.01 \times 365 \times 20 \times 100 = 7300^s. \quad (2)$$

Iz ovog "eksperimenta" vidimo da u identifikaciji trenutaka iz istorije možemo da "promašimo" i do nekoliko časova! Zato su astronomi, uz drevne opise događaja, za njihovu identifikaciju pozvali u pomoć i gravitacionu teoriju kretanja nebeskih tela i, gle čuda, tek sada **ništa nije valjalo**.

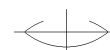
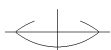
Dakle, šta se to desilo?

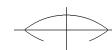
Krajem XVII veka Halej je uporedio savremene položaje Meseca sa položajima koji se dobijaju iz računa sa podacima iz antičkih posmatranja; utvrdio je da postoji ubrzanje u kretanju Meseca. Zbog netačnosti posmatranja, isti efekat nije mogao da se registruje i kod Sunca i planeta. Smatrajući ubrzanje u kretanju Meseca realnim, **Laplas** je razradio teoriju za njegovo objašnjenje: posmatrano ubrzanje u kretanju Meseca **posledica** je **vekovne promene ekscentričnosti** Zemljine putanje koja utiče na poremećeje koje Sunce izaziva u kretanju Meseca i dovodi do vekovnog povećanja orbitalne brzine Meseca. Mada je **Adams** sredinom XIX veka **pokazao** da je Laplasov rad i rezultat **pogrešan**, ta tvrdnja, i pored eksplicitnog dokaza, nije prihvaćena jer je to bio udarac na široko prihvaćenu teoriju, a još više na **Laplasov autoritet**, jer, kako je "konstatovano": nema potpunog i konstruktivnog objašnjenja.

Dakle, pre nego se opredelimo za moguće objašnjenje, moramo biti svesni činjenice da se posmatrani i efemeridski položaji tela Sunčevog sistema mogu razlikovati usled:

1. nesavršenosti gravitacione teorije
2. grešaka zbog neobračunavanja dugoperiodičnih varijacija orbitalnih elemenata tela
3. promena srednjih kretanja nebeskih tela usled plimskih dejstava
4. promena u brzini (usporavanja) rotacije Zemlje.

Ne upuštajući se u detaljnu analizu, navodimo da su preovlađujuća dva poslednja činioca. Prema tome, ako se srednja kretanja tela Sunčevog sistema menjaju sekularno, razlike efemeridskih i posmatranih ekliptičkih longituda moraju da rastu. Jasno je da, ako je Zemlja napravila N obrta, pri čemu je svaki od njih duži od prethodnog, a, recimo, mi smo vremensku meru fiksirali za prvi obrt, onda su nebeska tela prešla na svojim putanjama nešto veće rastojanje za N uzastopnih STVARNIH obrta Zemlje nego što bi, inače, prešla za isti broj FIKSNIH prvih





obrta!? Ovo je dovoljno očigledno objašnjenje uočene razlike u položajima nebeskih tela iz posmatranja i računa.

Izostavljajući drevna posmatranja, počev sa razvojem meridijanske astronomije i primene fotografije u astronomiji, prikupljeni posmatrački materijal za oko 250 godina daje za usporeenje Zemljine rotacije iznos od $0^{\circ}.0014$ za stoleće, što se bitno ne slaže sa očekivanom vrednošću $0^{\circ}.0023$ dobijenom iz celokupnog posmatračkog materijala za 2000 godina. "Neobjašnjeni" deo promene u brzini rotacije Zemlje vezuje se za promenu momenta inercije Zemlje zbog meridijanskih premeštanja masa na površini i unutar Zemlje: skupljanja leda na Antarktiku i pada nivoa svet-skih okeana za oko 2,5 metra za poslednjih 2000 godina.

Noviji podaci ukazuju na podizanje nivoa vode u okeanima, ali to može biti prividni fenomen zbog podizanja dna okeana. Zato problem vekovnog ubrzanja rotacije Zemlje ne treba smatrati konačno rešenim.

Slučajne fluktuacije. Kroz pokušaje da se objasne sekularna ubrzanja u kretanju Sunca, Meseca i planeta, **utvrđeno** je da postoje i nepravilne promene brzine kretanja tih tela. Posle **otkrića i potvrde** ovih nepravilnih promena u brzini kretanja tela Sunčevog sistema, u toku izrade teorije Njukomba i Brauna, De Siter i Spenser Džons su utvrdili da postoji **proporcionalnost** ovih **nepravilnih fluktuacija srednjim orbitalnim brzinama** tih tela. U svakom slučaju, to su skokovite, a ne kontinualne, plimske promene u brzini rotacije Zemlje. Utvrđene razlike efemeridskih i posmatranih longituda dostizale su i **nekoliko desetina sekundi** i menjale su znak na slučajan način. Takve osobine nema plimsko dejstvo i bilo je jasno da se radi o *neregularnim promenama*.

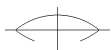
Promene tog tipa u brzini rotacije Zemlje javljaju se u nejednakim vremenskim intervalima od nekoliko godina do nekoliko desetina godina i od 1820. godine došlo je do 4 takve skokovite promene: oko 1864, 1876, 1898 i 1920. Priroda i karakter ovih neravnomernosti nisu dobro izučeni. Ne zna se ni da li maksimum dostižu brzo ili postepeno. Tako intenzivne i brze promene u brzini rotacije Zemlje ne mogu da se objasne nekom od promena na površini Zemlje. Primera radi, takvu promenu bi moglo da izazove otapanje i zaledivanje Antarktika po celoj površini i debljine 10 metara. Koliko je takva pretpostavka realna, ne treba ni govoriti.

Ostale planete

§ **3.10. Uvod.** U naučnoj i stručnoj literaturi najčešća podela planeta Sunčevog sistema je podela na *planete Zemljinog tipa* (Merkur, Venera, Mars i ,verovatno, Pluton) i na *planete Jupiterovog tipa* (Jupiter, Saturn, Uran, Neptun). Prve su po pravilu male mase, velike gustine, spore rotacije, sa malim brojem satelita i retkom atmosferom,; druge su velike mase, male gustine, brzo rotiraju, imaju veliki broj satelita i gustu atmosferu.

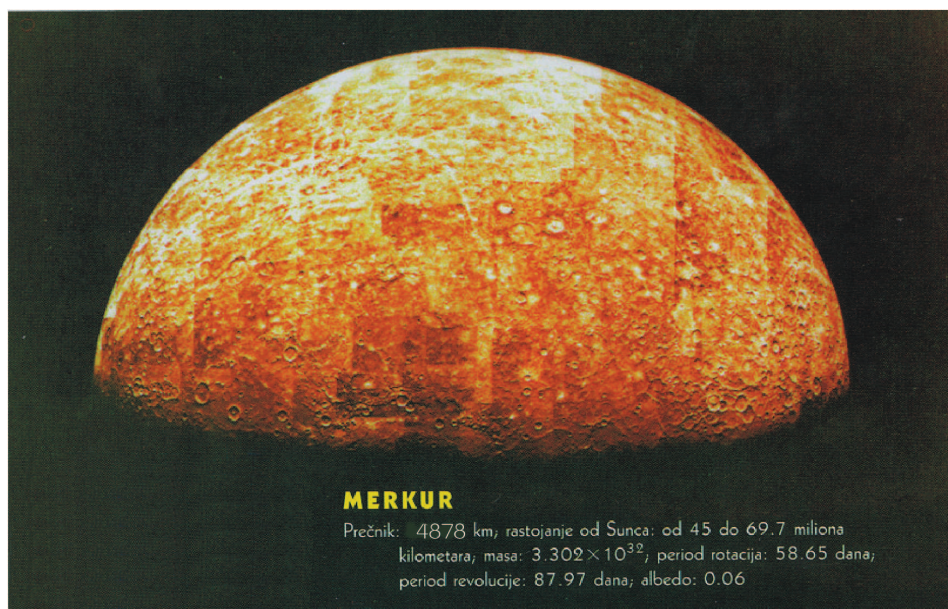
Osim ovih zajedničkih osobina svaka planeta ima specifičnosti koje joj daju individualno obeležje. Mala daljina Merkura i Venere od Sunca, a takođe postojanje faza tih planeta, otežava njihovo izučavanje. Tek su radiolokacione metode





i izučavanja sa automatskih međuplanetskih stanica dali dovoljno kvalitetne informacije o kretanjima i fizičkim karakteristikama tih planeta.

§ 3.11. Merkur. Merkur je nekoliko puta manji od Zemlje ali ima skoro istu gustinu; utvrđeno je da Merkur rotira veoma sporo, period je 58.6 dana. Sunčani dan na Merкуру je 176 dana, jer Merkur izvrši jedan obilazak oko Sunca za oko 88 dana (vidi sliku 3.11.). (Pregled tačnih podataka za sve planete dat je u Prilogu).

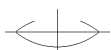


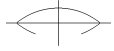
Slika 3.11. Merkur

Na Merкуру postoji atmosfera, ali mnogo ređa od Zemljine. Zbog retke atmosfere i blizine Sunca njegova dnevna strana se zagreva i preko 550° K. U vidnom polju jačeg teleskopa vidi se da je površina Merkura istog tipa kao i površina Meseca. Oni, sa još nekoliko manjih nebeskih tela, kao da čine muzejske eksponate u našoj okolini.

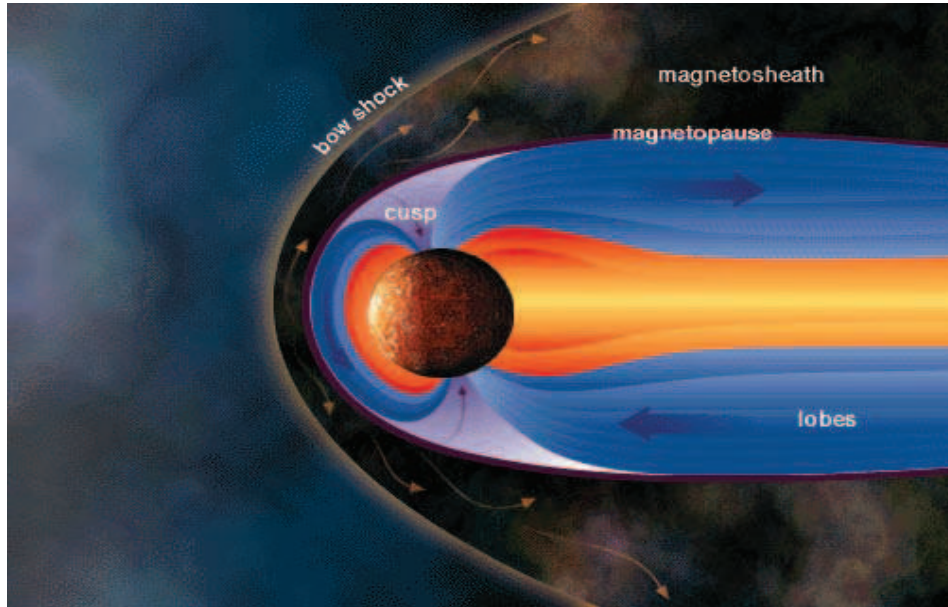
Perihel Merkurrove putanje se pomera u prostoru; objašnjenje ovog kretanja može da se da u na osnovi teorije relativnosti.

- ✿ Pošto je Merkur planeta koja je najbliža Suncu i njegova *elongacija* (maksimalno ugaono udaljavanje od Sunca) ne prelazi 28° , on ne može da se lako i jednostavno izučava primenom klasičnog astronmskog eksperimenta. Zato možemo da kažemo da su skoro svi detaljniji podaci o Merкуру rezultat modernog astronmskog eksperimenta izvedenog sa kosmičkih letilica. Pri tome, i u takvom eksperimentu aparati su morali biti posebno pažljivo pripremljeni zbog izuzetne blizine Sunca i velikih toplotnih uticaja.





Najveći deo rezultata o Merkuru potiče iz 1974. godine kada je svemirski brod *Mariner 10* ostvario nekoliko bliskih prilaza planeti. Postojanje magnetnog polja Merkura (slika 3.12.) utvrđeno je već u prvom prilazu Mariner 10.

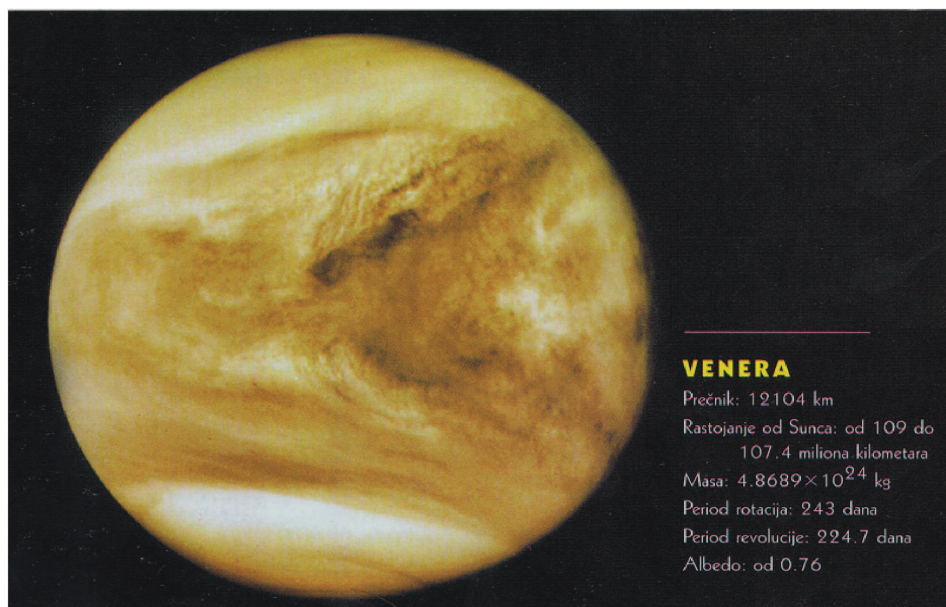


Slika 3.12. Magnetosfera Merkura

§ 3.12. Venera. Posle Sunca i Meseca, Venera je najsjajnije nebesko telo vidljivo golim okom na nebu (slika 3.13.). Zato, a i zbog posebnih položaja u kojima je vidljiva, dobila je više naziva: Zornjača, Večernjača, zvezda Danica. Po fizičkim karakteristikama veoma je slična Zemlji. Blizina Suncu znatno otežava nazemna posmatranja Merkura i Venere, kako sa stanovišta broja dana u godini, tako i sa stanovišta geometrije samih likova, jer nikad ne možemo da vidimo njihove cele diskove.

Osim radiolokacije i radimetoda, glavne metode istraživanja Venere, zbog njene izuzetno neprozirne atmosfere, su metode kosmičkih istraživanja sa međuplanetskih letilica i modula. U tom smislu, na Veneru je upućeno više automatskih stanica i pored nje je prošlo nekoliko međuplanetskih letilica.



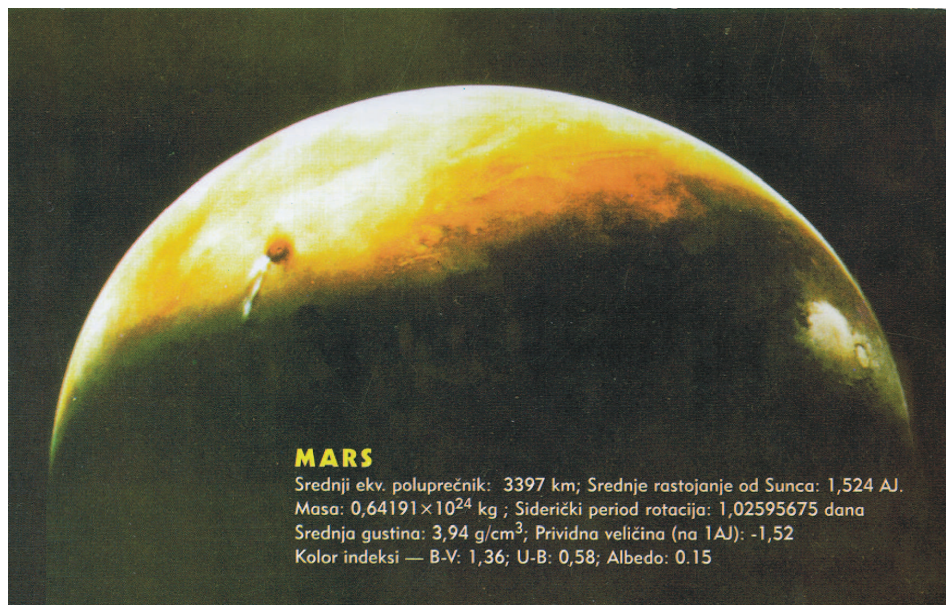


Slika 3.13. Venera

Neprozirnost Venerine atmosfere onemogućavala je donedavno ozbiljnije proučavanje te planete. Atmosfera Venere se sastoji najvećim delom od ugljen dioksida, a u manjim količinama od vodene pare i amonijaka. Temperatura i pritisak u atmosferi rastu sa dubinom; na površini planete temperatura se penje do 750° K, a pritisak do 100 atmosfera. Izuzetno visoka temperatura u nižim slojevima atmosfere Venere kao i na njenoj površini, glavni su uzrok pojave tzv. efekta staklene bašte, tj. Sunčeva svetlost se apsorbuje u donjim slojevima atmosfere, zatim atmosfera dostiže temperaturu dovoljnu za termičko zračenje, koje se, opet, zadržava na oblačnom omotaču. Sa visinom temperatura atmosfere pada, da bi u stratosferi Venere carivao mraz. Površinski vetrovi dostizu brzinu od nekoliko metara u sekundi, da bi na visini od 50km dostigli brzinu od oko 60 m/s.

Radioastronomski eksperiment je pokazao da Venera rotira u suprotnom smeru od ostalih planeta sa periodom 243 dana. Dan na Veneri traje 117 Zemljinih dana. Venera nema magnetno polje.

§ 3.13. Mars. Mars je veći od Merkura i oko 2 puta manji od Venere. Čak i manjim teleskopom mogu da se vide bele polarne kape; tamne pege se vide slabo i ponekad iščezavaju sasvim. Pege su u stvari oblaci čestica koje stvaraju moćne "peščane" bure, koje mogu trajati mesecima i koje u atmosferi Marsa formiraju ostrva ogromnih količina malih čestica. To je istovremeno potvrda postojanja peščanih pustinja na Marsu i opšte narandžaste boje površine.



Slika 3.14. Mars

Površina Marsa je, slično Merkuru, pokrivena kraterima, od kojih su veći vulkanskog porekla, a amjnji su nastali od udara meteorita (v. sl. 3.14.). Radiolokacija površine Marsa pokazuje da su visinske razlike reljefa do oko 15 km, ali je reljef gladak usled dejstva vetra. S obzirom na veću Zemljinu masu, veću količinu radioaktivnih elemenata, veću temperaturu i unutrašnji pritisak, verovatno je Zemlja već davno prošla onu fazu razvoja koju Mars sada prolazi. Anomalije gravitacije, lokalni karakter rasporeda reljefnih oblika i dr. ukazuju da je asimetrija u rasporedu masa, izgleda, opšta karakteristika planeta.

Postojanje atmosfere na Marsu potvrđeno je davno; ona je veoma retka. Pritisak je manji i 100 puta od pritiska na Zemlji. Atmosfera se sastoji uglavnom od ugljen dioksida. Kiseonik i vodena para su prisutni u malim količinama.

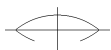
Većina pojava na površini Marsa ima stalan položaj i oblik, dok je promena obojenosti znatna. Istorijski su najinteresantnije tamne oblasti (pege) koje pokazuju sezonske promene i koje mogu poticati od sezonskih promena smera sistema vetrova i promene odnosa količine leda i vodene pare.

Dnevni gradijent temperature na Marsu je reda 80° – 100° K. Na ekvatoru temperatura danju jedva da dostiže $+10^{\circ}$ C, a noću pada do $(-70^{\circ}, -100^{\circ})$ C; posebno je hladno na polovima, -130° C. Dnevne promene temperature se sumiraju sa sezonskim. Ovako surovi uslovi su uzrokovani daljinom Marsa od Sunca; Mars dobija 2.2 puta manje toplote nego Zemlja, a zbog razređene atmosfere efekat "staklene bašte" praktično ne postoji.

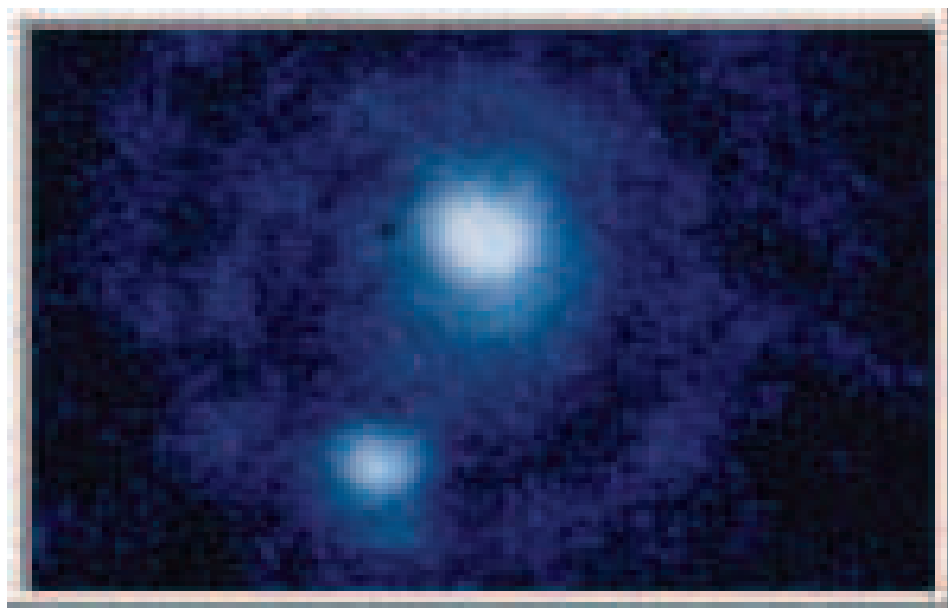
I pored svega Mars je, izgleda, jedina planeta našeg sistema na kojoj se još mogu očekivati primitivne forme života, bilo da ih već ima ili da će se razviti.

Marsovo magnetno polje je slabo; nisu registrovani radijacioni pojasi.

Mars ima dva satelita: Fobos i Dejmos.

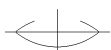
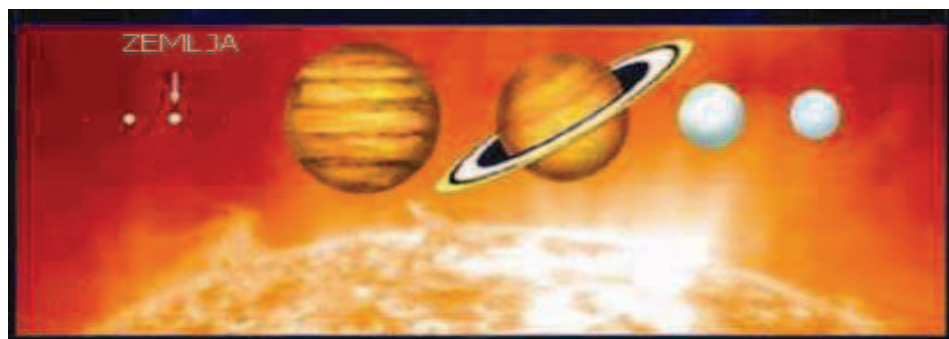


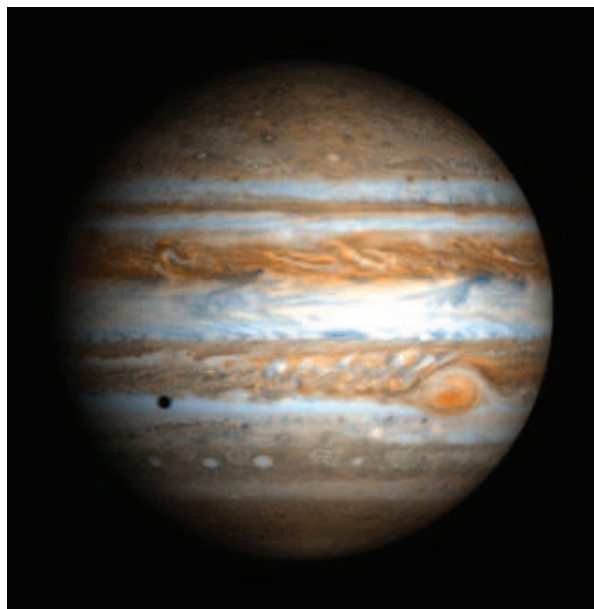
§ 3.14. Pluton. Za sada je to najzagonetnija planeta Sunčevog sistema. Zbog ogromne daljine i malih dimenzija otkrivena je tek 1930.g. i veoma slabo je proučena. Pluton je otkriven zahvaljujući nebesko-mehaničkom eksperimentu koji je pokazao da postoje odstupanja u kretanju Urana i Neptuna. Noviji eksperimenti su pokazali da Pluton nije jedinstveno nebesko telo (slika 3.14a.) i da mu je masa znatno manja od pretpostavljene.



Slika 3.14a. *Pluton i Haron*

§ 3.15. Jupiter i planete džinovi. Jupiter je najveća planeta našeg sistema; njegova masa je jednaka masi svih ostalih planeta zajedno. Saturn je nešto manji, a zatim dolaze Uran i Neptun (slika 3.15a). Od ovih planeta najbolje je izučen Jupiter (slika 3.15b).





Slika 3.15b. *Jupiter*

ama Jupitera i Saturna nađen je još i amonijak (NH_3). Periodi ekvatorske rotacije velikih planeta su: Jupiter $9^h 50^m$, Saturn $10^h 14^m$, Uran $10^h 49^m$ i Neptun oko 16^h . Polarni delovi Jupitera rotiraju sporije.

Teorijski je model masivnih planeta zasnovan na pretpostavci da se one sastoje od vodonika i helijuma u čvrstom stanju usled ogromnog pritiska, dok temperatura u centru može da dostiže nekoliko hiljada stepeni. Gustina gasne atmosfere na "dnu" je oko $0.01\text{g}/\text{cm}^3$. Mala srednja gustina velikih planeta može da se objasni i time što se određuje u odnosu na prividnu zapreminu, koju opet određujemo na osnovu pozicije neprozirne granice atmosfere. Srednja gustina Jupitera je $1.3\text{g}/\text{cm}^3$, Urana je $1.5\text{g}/\text{cm}^3$, Neptuna je $1.7\text{g}/\text{cm}^3$ i Saturna je $0.7\text{g}/\text{cm}^3$.

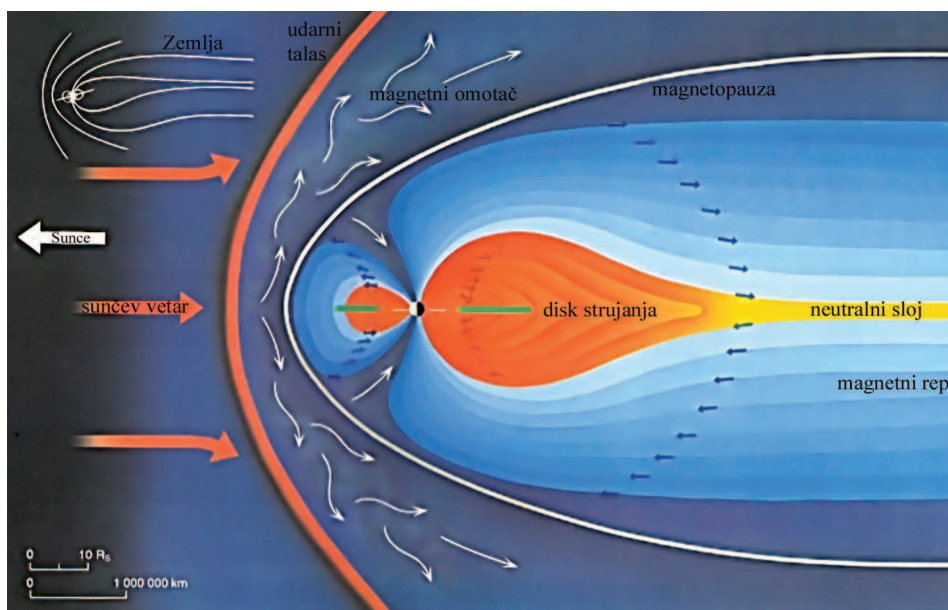
Osa rotacije Jupitera je skoro upravna na ravan putanje oko Sunca, te sezonskih promena ("godišnjih" doba) praktično nema. Kod svih velikih planeta rotacija je brza, a gustina materije mala. Zato su znatno spljoštene i to može da se čak i vizuelno registruje.

Sve velike planete su okružene gustim i prostranim atmosferama punim oblaka. Kako su ove planete daleko od Sunca, njihove temperature su vrlo niske, reda -140°C na Jupiteru, -180°C na Saturnu i sl. Spektralna analiza pokazuje da atmosfere sadrže najviše molekulski vodonik (H_2), imaju metana (CH_4) i, čini se, mnogo helijuma. U atmosferama

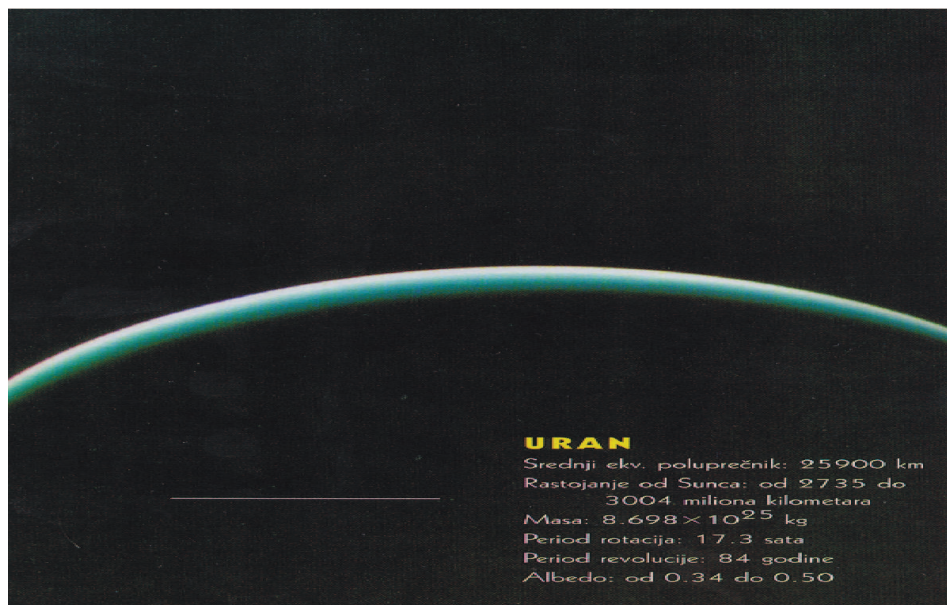
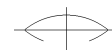


Slika 3.16. Saturn

Do nedavno smatran jedinstvenom pojavom, Saturnov prsten (slika 3.16.) je dobio konkurente u prstenima Jupitera i Urana. Prstenovi se večinom sastoje od mnoštva malih čestica.

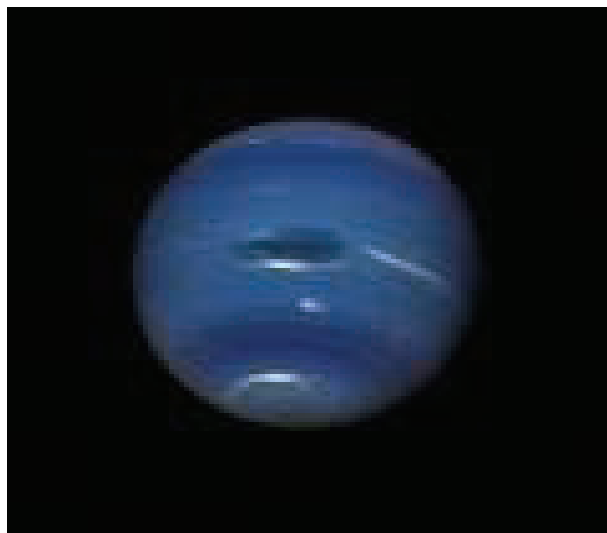


Slika 3.17. Magnetosfera Saturna



Slika 3.18. *Uran*

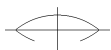
Od karakterističnih oblika na velikim planetama treba još spomenuti veliku crvenu pegu na Jupiteru za koju još uvek ne raspolažemo dovoljno jasnim objašnjenjem.



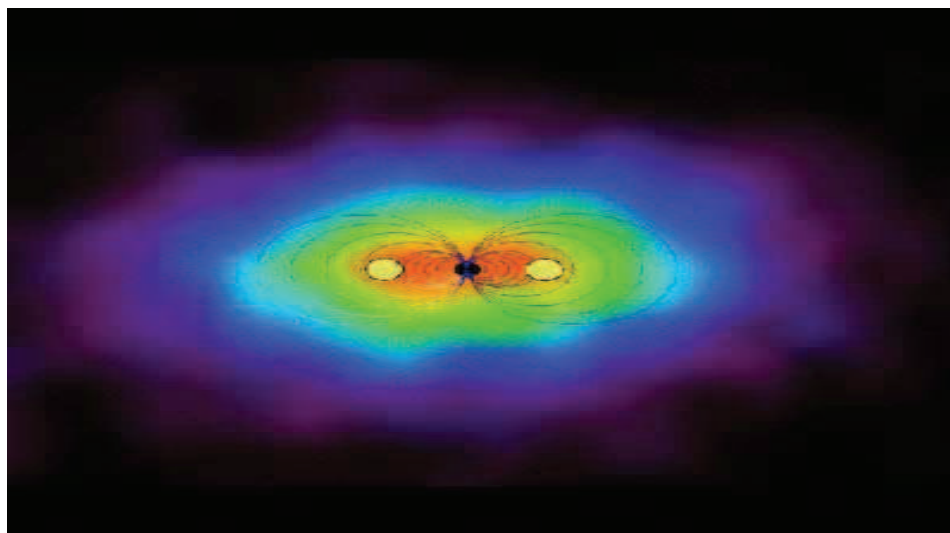
Slika 3.19. *Neptun*

Pažnju zaslužuje i činjenica da osa rotacije Urana zaklapa sa ravni njegove orbite oko Sunca ugao od samo 8° , usled čega na njemu postoji oštra smena godišnjih doba; dalje, Uran, kao i Venera, rotira u stranu suprotnu svim ostalim planetama.



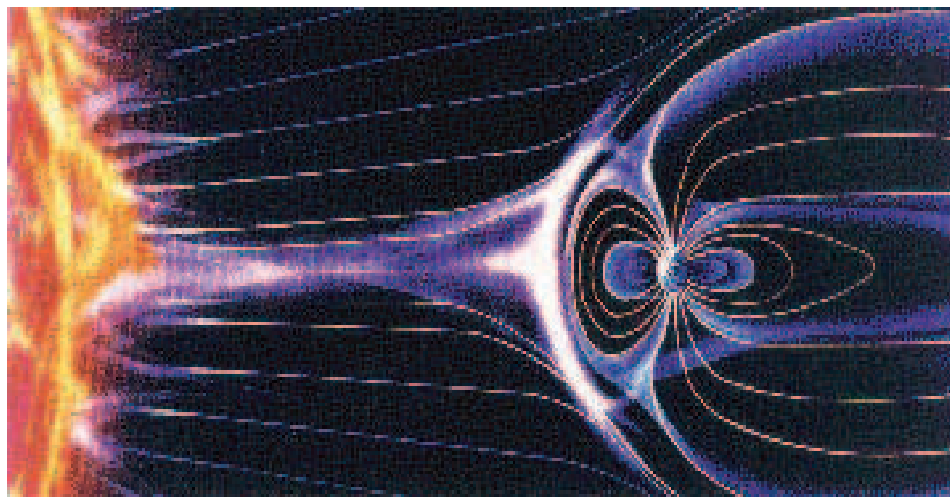


Velike planete imaju i veliki broj prirodnih satelita; neki od njih su sasvim nedavno otkriveni zahvaljujući kosmičkim letilicama.

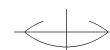
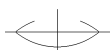


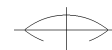
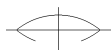
Slika 3.20. *Magnetosfera Jupitera*

Magnetno polje Jupitera je nekoliko puta jače od Zemljinog. Takođe postoje i radijacioni pojasi koji su mnogo prostraniji od Zemljinih. Do na nekoliko hiljada kilometara visine prostire se i jonosfera Jupitera; sa kretanjem naelektrisanih čestica u jonosferi i radijacionim pojasima povezano je i intenzivno radio zračenje Jupitera. Isto tako astronomima predstoji da objasne i postojanje sopstvenog zračenja Jupitera i u ostalim delovima spektra.



Slika 3.21. *Struktura magnetosfere Jupitera*





Mesec i planetski sateliti

§ **3.16. Mesec.** Mesec je Zemljin prirodni satelit. Njegova masa i dimenzije su znatni u odnosu na Zemlju te sa njom čini tzv. "dvojni sistem–dvojni planetu". Merkur i Venera nemaju satelite; kod ostalih planeta sateliti su znatno manji od planete.

Govoreći o savremenim predstavama o Mesecu, uvek se vraćamo na staze istorijskog pristupa i hronološke sistematizacije znanja o njemu. Koliko to može biti interesantno i koliko opasnosti takav pristup krije pokušaćemo da ilustrujemo jednim navodom i kratkim komentarima i diskusijama. To nije klasični udžbenički pristup, ali je ponekad metodološki opravdan.

Dakle, ser Isak Njutn, čije je glavno životno delo "Principies ...", po svemu sudeći, čamilo neku godinu u ladicama jer se znanje o Mesecu nije "uklapalo" u teoriju, nastavljajući svoja istraživanja, pretpostavio je da **postoji fizička libracija** Meseca. U III knjizi "Principa..." objasnivši pojavu *optičke* libracije zaključio je da Mesec ima oblik *sferoida* čiji je najveći prečnik na pravcu ka Zemlji pa dalje tvrdi:

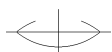
"Polazeći od toga da je Mesec okrenut Zemlji uvek jednom te istom stranom, telo Meseca ne može da ostane u bilo kom drugom položaju i vratiće se u prvobitni položaj zbog libracionog kretanja; međutim, te libracije će biti izuzetno spore jer su izazvane veoma slabim silama. Na taj način, ona strana Meseca koja treba da je okrenuta Zemlji, može, usled uzroka navedenih u Iskazu XVII, biti okrenuta ka drugoj žiži Mesečeve orbite tako da se neće vratiti nazad i obrnuti u pravcu ka Zemlji".



MESEC

Mesečev modul sa Apola 12 spušta se ka Mesecu 14. novembra 1969. godine. Veliki krater na slici je Heršel.

Slika 3.22. Mesec



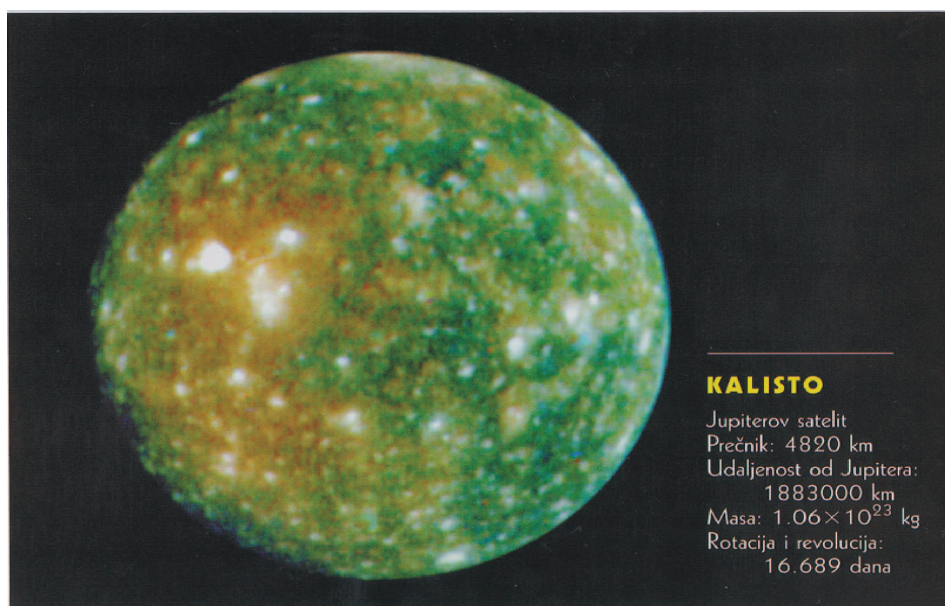
Treba zapaziti da kasniji istraživači pretpostavljaju da je, "slično Hevelijusu", Njutn smatrao da je osa rotacije Meseca upravna na ekliptiku, jer u svojim objašnjenjima fizičke libracije Njutn nije spominjao nagib ose. Međutim, u "Principima..." (Iskaz XVII, Toerema XV) Njutn tvrdi da "libracije u latitudi nastaju zbog iznosa latitute Meseca i položaja ose Meseca u odnosu na ravan ekliptike". Sve što su razni autori do danas mogli da prigovore ovom Njutnovom stavu je da libracija u latitudi zavisi *samo od nagiba ose rotacije prema orbiti Meseca*, a ne prema ekliptici. A mi možemo da kažemo da je to **isto** što i **zavisnost od latitute i nagiba prema ekliptici!**. Pa ko je sada u pravu?

Sateliti ostalih planeta. Vratimo se satelitima ostalih planeta u Sunčevom sistemu (njihov kompletan popis možete naći u Prilogu II).

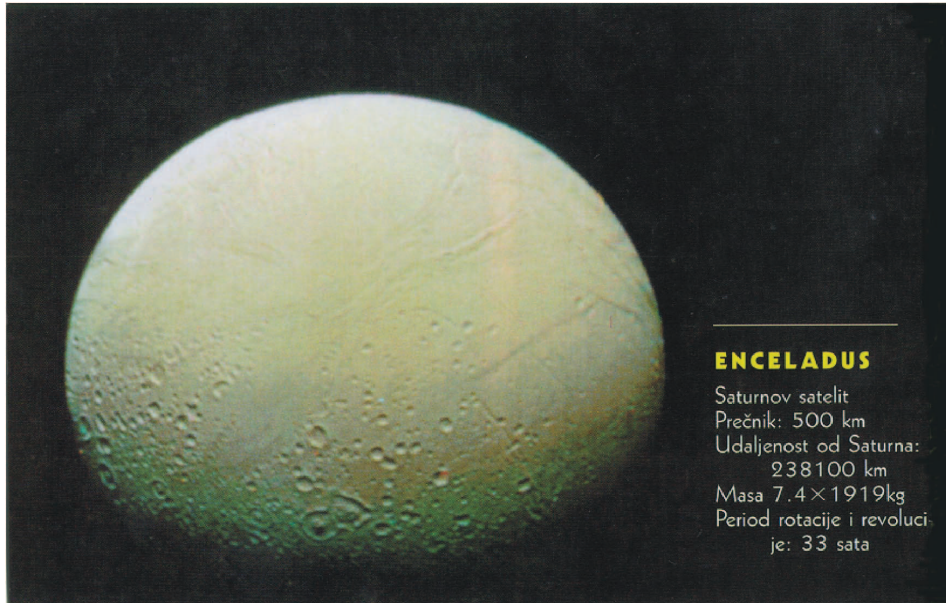
Saturnov satelit Titan je jedini satelit koji ima atmosferu; atmosfera se sastoji od metana. Titan i Ganimed (Jupiterov satelit) su veći od Meseca oko 1.5 puta.

Za sve satelite za koje je dokazana rotacija utvrđeno je da su okrenuti svojoj planeti uvek istom stranom, tj. njihovi zvezdani periodi rotacije jednaki su periodima obilaska oko planete.

Kretanje satelita je interesantna pojava; n. pr. Fobos obilazi oko Marsa 3 puta brže od rotacije same planete. Udaljeniji Jupiterovi i Saturnovi sateliti su mali i neki od njih se kreću suprotno rotaciji planete. Svi Uranovi sateliti se kreću suprotno rotaciji planete, a orbite su im praktično upravne na orbitu planete. Kretanje našeg Meseca razmotrićemo detaljnije.



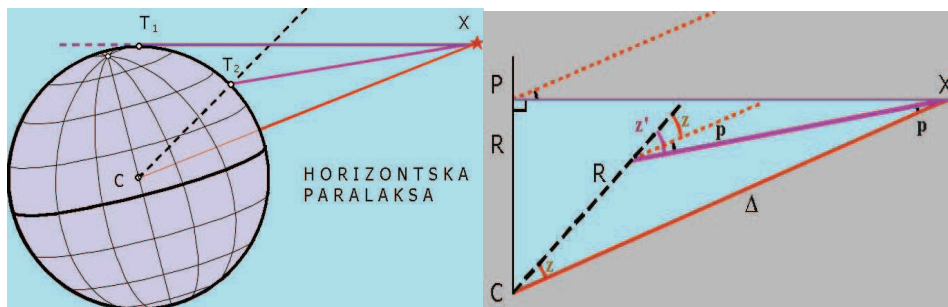
Slika 3.23. Kalisto



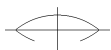
Slika 3.24. Enceladus

§ 3.17. Daljina i prava veličina Meseca. S obzirom na ulogu Meseca u razvoju astronomskih znanja, njemu ćemo, bez obzira na, naizgled, neznatljivu astrofizičku "biografiju", ovde posvetiti posebnu pažnju. Zato uvedimo nekoliko pojmova koji će nam biti potrebni u daljem izlaganju.

- *Paralaksom* uopšte nazivamo promenu ugla pod kojim se vidi data osnovica * usled kretanja posmatrača.
- *Dnevnom paralaksom* nebeskog tela nazivamo ugao pod kojim se sa nebeskog * tela vidi pravi poluprečnik Zemlje.
- *Prividni poluprečnik* nebeskog tela je ugao pod kojim se iz topocentra vidi pravi * poluprečnik tog tela.



Slika 3.25 Dnevna paralaksa



Koristeći paralaktički metod, prvo efektivno određivanje daljine Meseca izvršili su francuski naučnici Laland i Lakaž u XVII veku.

Uočimo (v. sl. 3.25.) dva posmatrača u topocentrima T_1 i T_2 na istom meridijanu loptaste Zemlje; ako znamo koordinate topocentara (R, λ, φ) i ako oba posmatrača u istom trenutku (prolaz kroz meridijan!) izmere zenitske daljine nebeskog tela z'_1 i z'_2 i ako su paralakse topocentara redom p_1 i p_2 , imamo

$$p_1 + p_2 = z'_1 + z'_2 - (\varphi_1 + \varphi_2),$$

$$\sin p_1 = \frac{R}{\Delta} \sin z_1,$$

$$\sin p_2 = \frac{R}{\Delta} \sin z_2.$$

Odavde mogu da se dobiju p_1, p_2, Δ , tj. imamo daljinu ma kog nebeskog tela, pa i Meseca.

Mereći prividni poluprečnik (ρ) Meseca, pravi poluprečnik dobijamo iz relacije

$$r = \Delta \sin \rho.$$

§ 3.18. Mesečeva kretanja. Ako iz dana u dan posmatramo Mesec i registrujemo njegov izgled i položaj videćemo da se po isteku skoro konstantnog vremena ponavlja izgled Meseca i da po isteku nešto kraćeg konstantnog vremena Mesec dolazi u isti položaj u odnosu na zvezde.

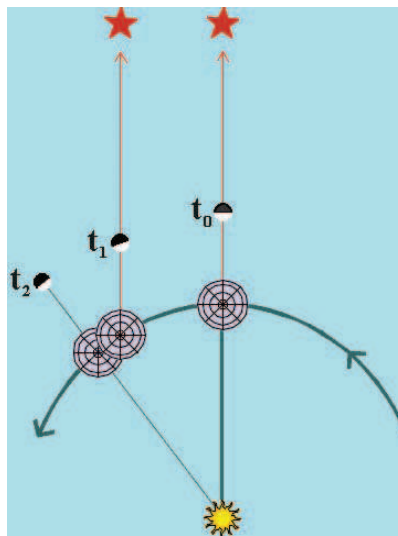
Vremenski razmak u kome se Mesec vrati u isti položaj prema zvezdama naziva se *siderički mesec*, (S), a razmak u kome se vrati u isti položaj prema Suncu, naziva se *sinodički mesec*, (C):

$$S = 27.^d32,$$

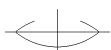
$$C = 29.^d53.$$

Uzrok ovolike razlike jasan je sa slike 3.26., tj. objašnjenje je analogno objašnjenju razlike u trajanju zvezdanog i srednjeg dana.

Ako bismo iz dana u dan merili rastojanje do Meseca, n. pr. metodom koju smo opisali ili nekom savremenom metodom – radiolokacija, lasersko pozicioniranje, utvrdili bismo da je Mesečeva putanja veoma bliska elipsi čija je ravan nagnuta u odnosu na ekliptiku pod uglom $i = 5^\circ 9'$, a čija je ekscentričnost $e = 0.04$. Tačke preseka projekcije putanje na nebesku sferu sa ekliptikom nazivaju se čvorovima.



Napomena: U dinamici dva tela pri čemu se jedno naziva centralnim, tačka na putanji drugog tela najbliža centralnom telu naziva se *pericentar*, a najudaljenija tačka naziva se *apocentar*.





- ✿ Na svojoj eliptičnoj putanji oko Zemlje (*Geos*) Mesec prolazi kroz najbližu tačku – perigej i kroz najudaljeniju tačku – apogej; linija kroz perigej i apogej se naziva
- ✿ *apsidna linija*. Mesečevo kretanje oko Zemlje u direktnom smeru naziva se Mesečeva revolucija.

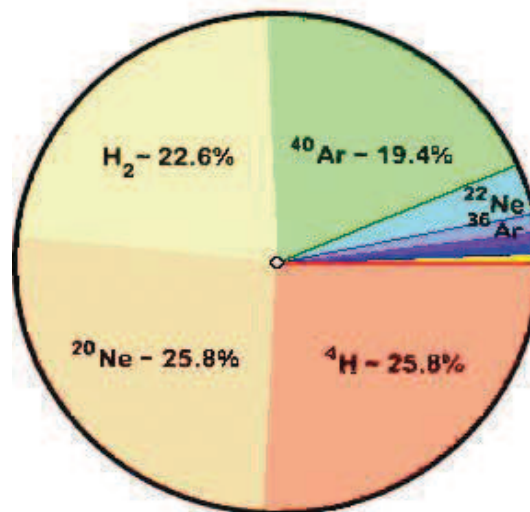
Promene u izgledu Meseca tokom sinodičkog perioda nazivaju se *fazama ili menama*. Razlikujemo osvetljeni i neosvetljeni deo Mesečevog diska i njihovu graničnu liniju – *terminator*.

Fazu Meseca definišemo iz izgleda osvetljenog dela: *mlad mesec* ili *mladina* – potpuno neosvetljena vidljiva strana Meseca; *prva četvrt* – osvetljena je zapadna strana diska; *pun mesec* ili *uštap* – osvetljen ceo disk; *poslednja četvrt* – osvetljena istočna strana diska (v. sl. 3.27).

Faze Meseca imaju i nešto drukčije odredbe. Kažemo da je Mesec u *konjunkciji* sa Suncem kada je njegova geocentrična longituda jednaka longitudi Sunca (mlad mesec!); Mesec je u *opoziciji* kada se longituda razlikuju za 180° , a u *kvadraturama* kada je ta razlika $\pm 90^\circ$.

§ 3.19. Fizički uslovi na Mesecu i njegov reljef. Kako Mesec nema atmosferu (dokazati ili nabrojati dokaze) on predstavlja svet tišine, svet oštih senki bez sumraka, svet crnog neba. Zbog neprekidnog bombardovanja meteoritima, površina Meseca je pokrivena rastresitim slojem koji je nazvan *regolit*. Zahvaljujući njemu i nepostojanju unutrašnjeg zagrevanja, već na malim dubinama Mesec ima konstantnu temperaturu kore. Veliki gradijenti temperature površine Meseca između dana i noći nisu samo posledica odsustva atmosfere već i trajanja mesečevog dana i noći. Osunčane tačke dostižu $+120^\circ C$, a na noćnoj polulopti neke tačke imaju i $-170^\circ C$.

Zahvaljujući letovima kosmonauta (niz misija "Apolo") i radu automatskih stanica ("Luna" i "Lunohod"), danas na Zemlji raspoložemo uzorcima tla sa Meseca. Ispitivanja tih uzoraka nisu donela veća iznenađenja. Navodimo da su tragovi atmosfere Meseca nađeni u obliku nadpovršinskog sloja argona koji potiče iz "rezervoara" u površinskom sloju kore Meseca, a veći deo prisustva drugih inertnih gasova objašnjava se stepenom Mesečevog gravitacionog zahvatanja gasova iz sunčevog vetra. Ukupna masa gasova u bilo kom trenutku ne bi trebalo da prelazi 25000 kilograma.



Slika 3.28.

Konstituenti ostataka atmosfere Meseca



Raspodela po konstituentima takve atmosfere može da se vidi sa slike 3.28.

Tamnije površi mesečevih "mora" pokriva isitnjeni materijal bazaltnih stena, a u planinskim delovima nalaze se magmatske stene. Retki elementi—titan, hrom, uraniju i torijum—sreću se u većim količinama nego na Zemlji. Novi mineral, koji ❀ je otkriven na Mesecu, nazvan je *Armalkolit* (**Armstrong, Aldrin, Colins**, "Apolo XI").

Na površini Meseca nije registrovana organska materija kao ni najprimitivniji oblici života. Starost stena je 4–5 milijardi godina, što navodi na zaključak da Zemlja i Mesec nisu bili jedno telo.

❀ Forme koje se najčešće razlikuju u reljefu Meseca su: "*mora*", *cirkovi ili krateri*, *planinski venci*, *rile* i *svetli zraci* (v. sl. 3.29). "Morima" su nazvane tamne pege na površini Meseca: to su suva prostrana polja, relativno ravna, ispunjena lavom i pokrivena regolitom; tamne su jer slabo reflektuju svetlost.

Većina Mesečevih planina se pojavljuje u obliku prstenastog ovala visine do nekoliko kilometar, koji obuhvata veće okrugle visoravni—to su cirkovi, prečnika do 200 km. Prstenaste planine manjih razmera nazivaju se kraterima.

Planinski venci se obično prostiru duž "mora" i nisu mnogobrojni; dugački su stotine kilometara i strmiji su na strani do "mora". Nose nazive planina na Zemlji.

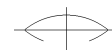
Na Mesečevoj površini se razlikuje više stalnih pukotina, dubine oko 100 m, a dugačke i nekoliko desetina kilometara; to su rile, tamne valovite linije, koje su verovatno nastale pucanjem Mesečeve kore ili su to korita tokova lave.

Svetli zraci predstavljaju skupove vrlo malih kratera od svetlih stena, koji su se grupisali zrakasto u odnosu na neke od većih kratera.

Karte Meseca i raspored raznih formi njegovog reljefa počeo je da sastavlja još Galilej. Najbolji posmatrački uslovi za vizuelno praćenje i kartografisanje Meseca su na granici terminatora. Golim okom mogu da se zapaze objekti na površini Meseca veličine od 1 km pa naviše (izračunati ugaonu meru, znajući da je Mesec na daljini od 60 poluprečnika Zemlje!). Zahvaljujući kosmičkim letovima, i "nevidljiva" strana Meseca je potpuno kartografisana. Imena najvećih naučnika sa naših prostora, Milankovića, Tesle, Boškovića i Mohorovičića, data su nekim oblicima reljefa Meseca.

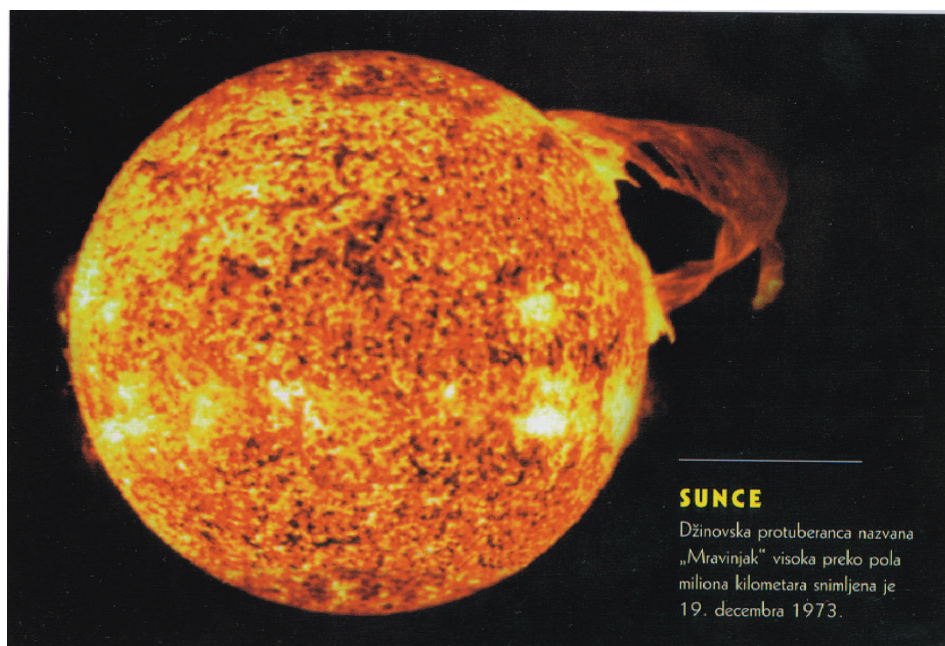


Slika 3.29. Mesec



Sunce – najbliža zvezda

§ **3.20. Sunce.** **Opšte karakteristike.** Sunce je centralno i najmasivnije telo u Sunčevom sistemu. Ono je moćan izvor energije i zrači u svim delovima spektra. Sunce je tipična zvezda i zato je referenca za izučavanje prirode zvezda uopšte. Kao i sve zvezde i Sunce je "usijana gasovita" (plazma?) lopta. Sastoji se od vodonika i oko 10% helijuma; svih ostalih elemenata ima oko 1 promil. Međutim, masa ostalih elemenata dostiže skoro 2% od ukupne mase Sunca.



Slika 3.30. Sunce

Solarnom konstantom se naziva ukupna energija koja u toku jedne minute pada ❁ na 1cm^2 površi upravne na sunčeve zrake izvan Zemljine atmosfere na srednjem rastojanju Zemlja–Sunce. Tačna merenja daju za solarnu konstantu iznos

$$1.4 \times 10^3 \text{W/m}^2.$$

Množeći ovaj broj površinom sfere radijusa jednakog daljini Zemlje od Sunca, dobijamo totalno zračenje Sunca (njegovo svetljenje!),


$$L_S = 4 \times 10^{26} \text{W}.$$

Toliko bi zračilo telo veličine Sunca zagrejano do temperature od oko 6000°K (efektivna temperatura Sunca).



STVARANJE I TRANSFER ENERGIJE

Neutroni + protoni → JEZGRO HELIJUMA + SVETLOSNA ENERGIJA



JEZGRO SUNCA JE VEOMA EFIKASAN NUKLEARNI (FUZIONI) REAKTOR KOJI SAGOREVA HIDROGENSKO GORIVO NA TEMPERATURI $\sim 1,5 \times 10^7$ KELVINA I STVARA JEZGRA HELIJUMA:

$$4 \text{H}^1 \rightarrow \text{He}^4 + 26,73 \text{ MeV}$$

OVIH 26,73 MeV JEDNAKO JE RAZLIČI MASA 4 JEZGRA VODONIKA I JEDNOG JEZGRA HELIJUMA. OVU ENERGIJU SAGOREVA SUNCE, ODRŽAVA ŽIVOT I POKREĆE VEČINU FIZIČKIH PROCESA U SUNČEVOM SISTEMU.

Slika 3.31. Zračenje

Kao i sve zvezde Sunce je usijana gasovita lopta. Sastoji se u masi od vodonika i helijuma (99%) i od oko (1 – 2%) teških elemenata. Srednja gustina materije je $1.4\text{g}/\text{cm}^3$. Zbog visokih temperatura materija je jako jonizovana i nalazi se u stanju ❁ *plazme*. Na Suncu nisu pronađeni elementi nepoznati na Zemlji, mada su neki od njih prvo "nađeni" na Suncu (koji?).

Pod dejstvom gravitacionog privlačenja, u unutrašnjosti Sunca se stvara ogroman pritisak. Načinimo približan račun unutrašnjeg pritiska pod pretpostavkom da je materija unutar Sunca ravnomerno raspodeljena i da je gustina jednaka srednjoj vrednosti. Neka se jedinična površina $S = 1$ nalazi na dubini $R_{\odot}/2$, gde je R_{\odot} poluprečnik Sunca. Sila teže se određuje samo masom unutar sfere radijusa

$$R_{\odot} - \frac{1}{2}R_{\odot} = \frac{1}{2}R_{\odot},$$

tj. masom reda $(1/2^3)M_{\odot}$. Prema Njutnovom zakonu gravitacije, gravitaciono ubrzanje na rastojanju $(1/2)R_{\odot}$ od centra homogenog Sunca je

$$g = \gamma \frac{(1/2)M_{\odot}}{(R_{\odot}/2)^2}.$$

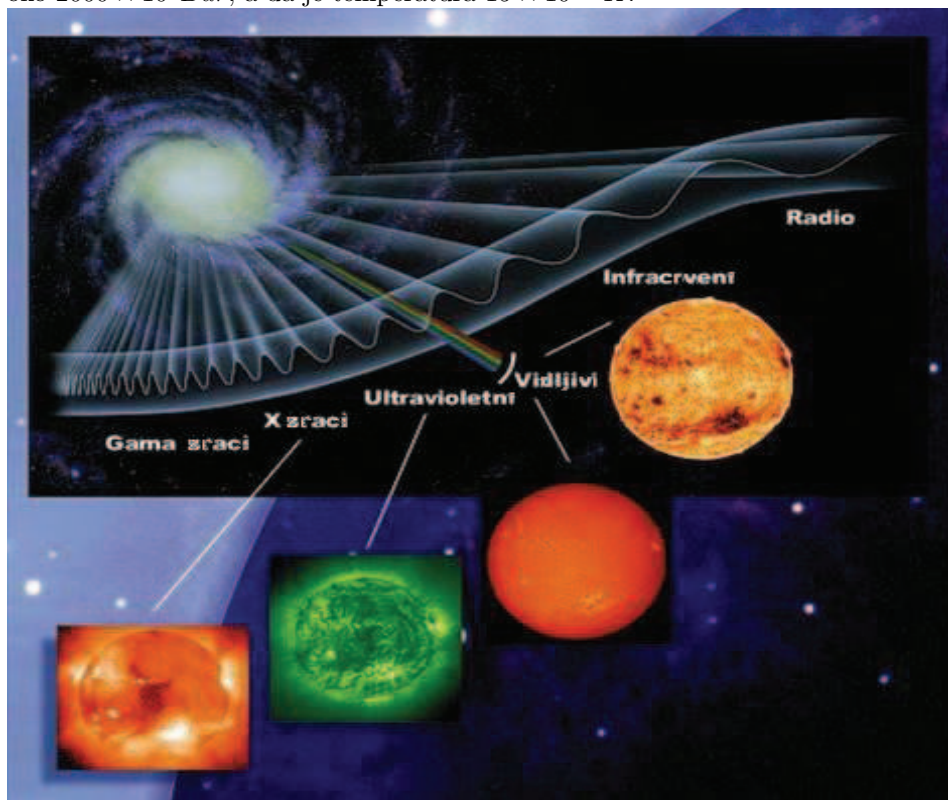
Sila pritiska jednaka je sumi sila teže svih gornjih slojeva. Sam pritisak na jediničnu površinu biće jednak sili teže radijalnog stuba materije visine $(1/2)R_{\odot}$; u njemu je masa

$$m = \rho \frac{R_{\odot}}{2};$$

zato je pritisak

$$p = \frac{mg}{S} = \gamma \frac{M_{\odot}/8}{(R_{\odot}/2)^2 \rho \frac{R_{\odot}}{2} \frac{1}{S}} \approx 6.6 \times 10^8 \text{ Bar}$$

Temperaturu u unutrašnjosti možemo da odredimo primenom gasnih zakona; tačni računi pokazuju da je gustina u centru Sunca reda 150 g/cm^3 , da je pritisak oko $2000 \times 10^9 \text{ Bar}$, a da je temperatura $15 \times 10^6 \text{ }^\circ\text{K}$.

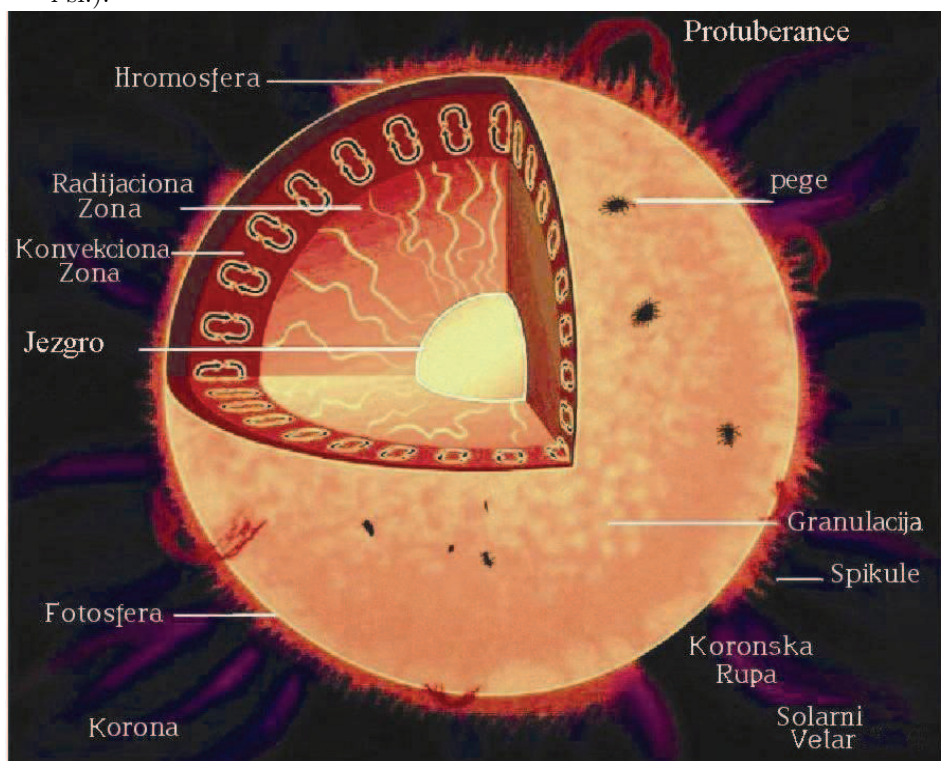


Slika 3.32. Zračenje na raznim talasnim dužinama

Fluks energije koja nastaje u nedrima Sunca predaje se spoljnim slojevima i raspodeljuje na sve veću i veću površinu. Usled toga temperatura gasova opada sa udaljavanjem od centra. U zavisnosti od vrednosti temperature i karaktera procesa koje ona određuje, Sunce možemo da podelimo uslovno na 4 oblasti (vidi sliku 3.33.):

- jezgro ili *centralna oblast* do rastojanja $(1/3)R_{\odot}$; prevladavaju nuklearne reakcije. ❁
- *zona zračenja* od $(1/3)R_{\odot} - (2/3)R_{\odot}$ u kojoj se energija predaje kroz proces apsorpcije i zračenja. ❁
- *zona konvekcije* koja se prostire praktično do same ivice vidljivog diska Sunca; uz turbulenciju materije karakteriše je i brzo padanje temperature. ❁

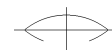
- *atmosfera* počinje odmah iznad zone konvekcije i prostire se daleko iznad vidljivog diska Sunca. Donji slojevi atmosfere zahvataju tanki sloj gasova koji se registruje kao površina Sunca u vidljivom delu spektra; gornji slojevi atmosfere mogu da se vide samo u posebnim uslovima (*pomračenja*, posebni instrumenti i sl.).



- § **3.21. Atmosfera Sunca.** Najniži ili prvi po dubini sloj atmosfere Sunca, visine 200–300 km, naziva se *fotosferom*. Emisioni spektar fotosfere potiče iz čitavog sloja, a na neprekidnom spektru vidi se veliki broj tamnih apsorpcionih linija–*Fraunhoferove linije*–nastalih usled apsorpcije u gornjim slojevima atmosfere. Temperatura fotosfere opada od $8000^{\circ}K$ – $4000^{\circ}K$ sa udaljenjem od centra.
- ✱ Fotosfera ima finu strukturu u vidu sjajnih zrnaca–*granula* srednje veličine oko 1000 km, koja traju oko 5 minuta i koji su razdvojeni uskim tamnim zonama. Granulacija fotosfere je posledica turbulencije gasova koja se dešava u konvektivnoj zoni, pod fotosferom.

U najvišim delovima fotosfere temperatura je oko $4000^{\circ}K$, a gustina je reda $10^{-7} - 10^{-6}g/cm^3$; vodonik je praktično neutralan, a jonizuje se samo oko 0.01% atoma, uglavnom metala. U višim delovima atmosfere temperatura i stepen jonizacije počinju da rastu; temperatura se penje do na $100000^{\circ}K$.

- ✱ Oblast atmosfere u kojoj raste temperatura sa visinom i dolazi do uzastopne jonizacije vodonika, helijuma i drugih elemenata, naziva se *hromosferom*. Hromos-



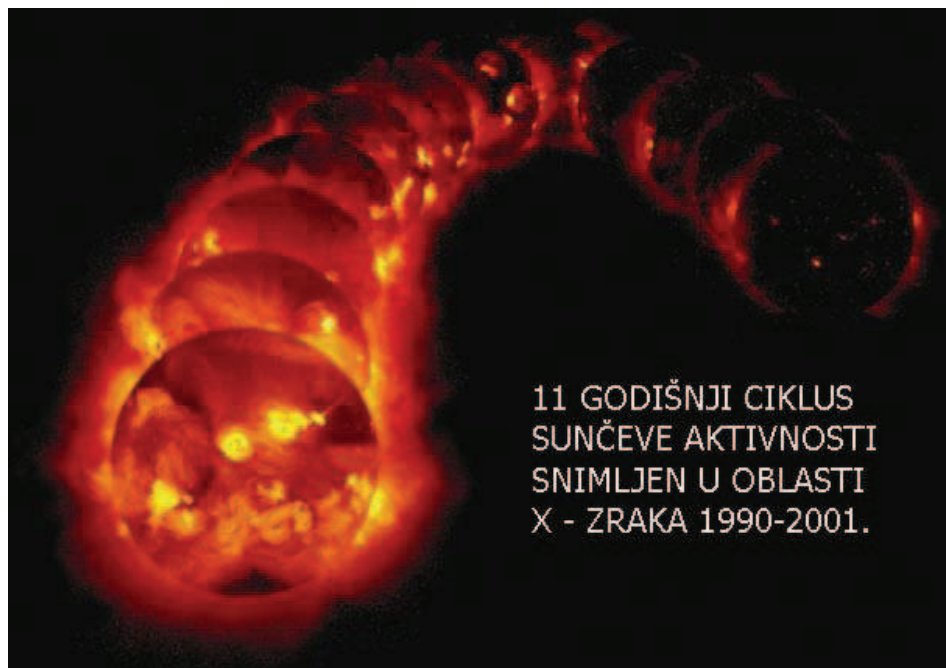
fera ne emituje belu svetlost već samo neke linije u ultraljubičastoj, ljubičastoj, crvenoj i radio ooblasti spektra.

Iznad hromosfere temperatura dostiže $1-2 \times 10^6$ °K i praktično se ne menja do daljina od nekoliko radijusa Sunca; to je razređeni i usijani omotač koji se naziva *Sunčeva korona* (v. sl. 3.33.). Tokovi plazme koji napuštaju koronu nazivaju se *sunceve vetar*. ❀

Uzroci zagrevanja gornjih slojeva atmosfere su u talasnom kretanju materije u konvektivnoj zoni; Sunce deo svoje mehaničke energije prenosi u hromosferu i koronu. Korona emituje neprekidan i linijski spektar. Neprekidni spektar se javlja usled rasipanja fotsferske svetlosti na elektronima, a linijski je posledica višestruke jonizacije gasova u koroni.

Osim granulaste strukture, na vidljivoj površini Sunca uočavamo *pore* – povremeno uvećane tamne zone među granulama. Pore ponekad prerastaju u velike *tamne pege* okružene polusenkom, koja se sastoji od radijalno izduženih fotosferskih granula. Pege su nepostojane forme. Na krejevima Sunčevog diska oko pega se vide svetle forme – *fakule*, koje se mogu registrovati kog svih pega, ali ne i u vidljivom delu spektra već na *spektroheliogramima* – fotografijama površine u konkretnim linijama (vodonik, jonizovani kalcijum i sl.). ❀

§ 3.22. Sunčeva aktivnost. Trenuci i pojava neobičnih formi na Suncu koji su obeleženi povišenom aktivnošću Sunca, povećanim zračenjem energije i uticajem na okolinu, nazivaju se opštim imenom *Sunčeva aktivnost*. ❀

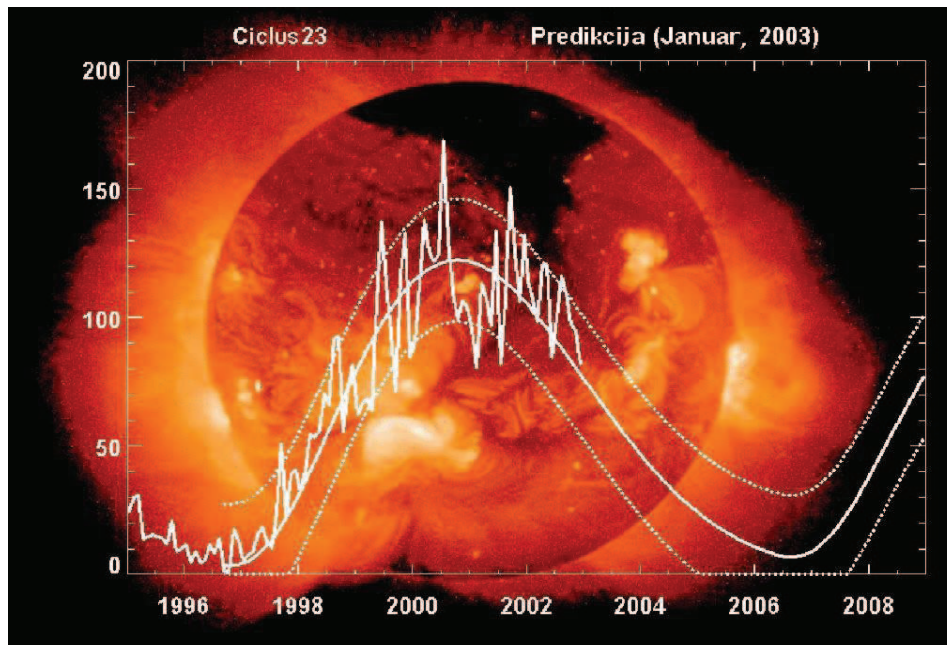


Slika 3.34. Ciklus Sučeve aktivnosti





§ 3.23. Sunčeve pege. Sunčeve pege je prvi posmatrao teleskopom Galilej (1610.g.) i primetio je da se one kreću po disku Sunca; to je naveo kao dokaz rotacije Sunca. Tokom XIX veka počelo je sistematsko praćenje i registrovanje broja i pložaja pega na Suncu. Rezultat tog sistematskog praćenja je otkrivanje cikličnosti u nekim oblicima Sunčeve aktivnosti.



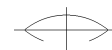
Slika 3.35. 23 Sučev ciklus

Pege su veoma nepostojane forme. Javljaју se obično u paru kao pega *vodilja* i pega *pratilja*; pege su mesta jakih magnetnih polja suprotnog magnetizma. Prečnik pege je u proseku nekoliko desetina hiljada kilometara. Sistematsko praćenje broja, veličine i rasporeda Sunčevih pega započeo je nemački astronom Švabe 1826. godine. Pokazalo se da se intenzitet aktivnosti i broj pega i grupa pega na Suncu periodično menjaju u intervalu od oko 11 godina. Prema tome, *ciklusom Sunčeve aktivnosti* naziva se vremenski razmak između dva minimuma aktivnosti.



Slika 3.36. Sučeve pege





Po pravilu u grupi pega nalaze se dve posebno velike pege—jedna na istočnoj, druga na zapadnoj strani grupe, koje imaju suprotnu magnetnu polarnost. U toku datog ciklusa na datoj polusferi (severnoj i južnoj) polaritet svih pega vodilja je jednak, ali je na raznim polusferama različit. Po isteku ciklusa ovi polariteti u parovima se menjaju u suprotne.

Magnetna polja igraju veoma važnu ulogu u atmosferi Sunca, delujući znatno na kretanje plazme, na njenu gustinu i temperaturu. Posebno, povećanje sjaja fakula i smanjenje sjaja u oblasti pega izazvano je pojačanjem konvekcije u slabom magnetnom polju i njenim prigušenjem u jakom magnetnom polju.

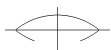
§ 3.24. Hromosferske erupcije. U vreme znatnijih promena u grupama pega, u bližoj okolini u hromosferi ponekad se javljaju *erupcije*: iznenada, za nekih 10–15^m sjaj hromosfere se jako uveća, dolazi do izbacivanja velikih količina gasa i ubrzanja tokova plazme. Pojačava se zračenje u rendgenskom i ultraljubičastom delu spektra, javljaju se udari radio talasa. ❁



Slika 3.37. Izbacivanje mase iz korone Sunca

Geofizičke posledice erupcija na Suncu su mnogobrojne; nabrojmo samo pojavu polarne svetlosti, magnetne bure, jonosferske bure.





§ **3.25. Protuberance.** U koroni mogu da se vide po razmerama još ve- ličanstveniji oblici aktivnosti—*protuberance*. To su po formi i karakteru kre- tanja veoma raznoobrazni oblaci gasova gušćih od materije u koroni (vidi sliku 3.25.). Mogu da traju i nekoliko nedelja a dostižu visinu od nekoliko stotina hiljada kilometara. ❀

Ostala tela Sunčevog sistema

§ **3.27. Asteroidi. Komete. Meteori i meteoriti.** Ova nebeska tela predstavljaju veoma interesantnu komponentu Sunčevog sistema, pokazujući kako kroz svoje raznovrsno poreklo, tako i kroz razliku kinematičkih i di- namičkih karakteristika, ukupnu razvojnost i promenljivost Sunčevog sistema u posebnostima i u celini. Istovremeno, ova, po pravilu, mala nebeska tela su kroz is- toriju nauke bila jedina stvarna materijalna veza, dostupna običnim čulima, između nazemnih posmatrača i kosmosa.

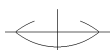
❀ § **3.28. Asteroidi.** Asteroidi ili *planetoidi*, odnosno *male planete* su vrlo specifična nebeska tela i, u granicama Sunčevog sistema, predstavljaju retro- aktivnu komponentu koja daje vezu sa poreklom i lokalnog (unutrašnjeg) de- la Sunčevog sistema i veze tog porekla sa ostalim delom kosmosa.

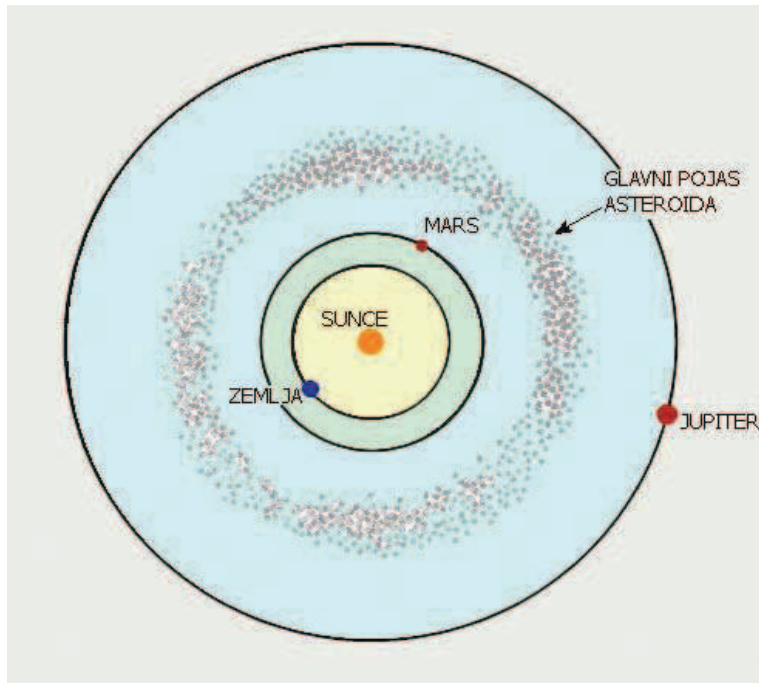
U traganju za pravilom kojim bi sve daljine planeta od Sunca bile date, 1772.g. je objavljeno Ticijus–Bodeovo pravilo. U tom trenutku među poznatim planetama nedostajala je još planeta između Marsa i Jupitera. Potom organizovano traganje za nepoznatom planetom dovelo je do uspeha: 1. januara 1801.g. Pjaci je otkrio u ❀ očekivanoj zoni malu planetu koja je nazvana *Ceres*. Uskoro je usledilo otkriće još nekoliko malih planeta (asteroida, planetoida).

Primena fotografije i savremenih metoda skaniranja fotoploča i automatska identifikacija sa kompjuterskom obradom i kontrolom, doveli su do toga da se broj katalogizovanih asteroida naglo poveća sa 2000 na 3500 i više. Sve su to asteroidi sa pouzdano određenim orbitama.

Moguće je da su asteroidi ostaci neformirane planete u zoni između Marsa i Jupitera; moguće je takođe da je takva planeta postojala i raspala se u komade usled gravitacione nestabilnosti i uticaja Marsa i Jupitera.

Najveći asteroid je *Ceres* prečnika oko 780 km. Najveći broj asteroida koji i- maju neki nebesko–mehanički značaj je ”prečnika” nekoliko kilometara; tačnije, as- teroidi su kamene gromade nepravilnog oblika. Orbite nekih od njih imaju veoma veliki ekscentricitet i prolaze vrlo blizu Zemlje (kao n. pr., Ikar). Dnas je u tablice uneto preko 80.000 asteroida sa svim elementima za praćenje i posmatranje.





Slika 3.38.
Asteroidni pojas

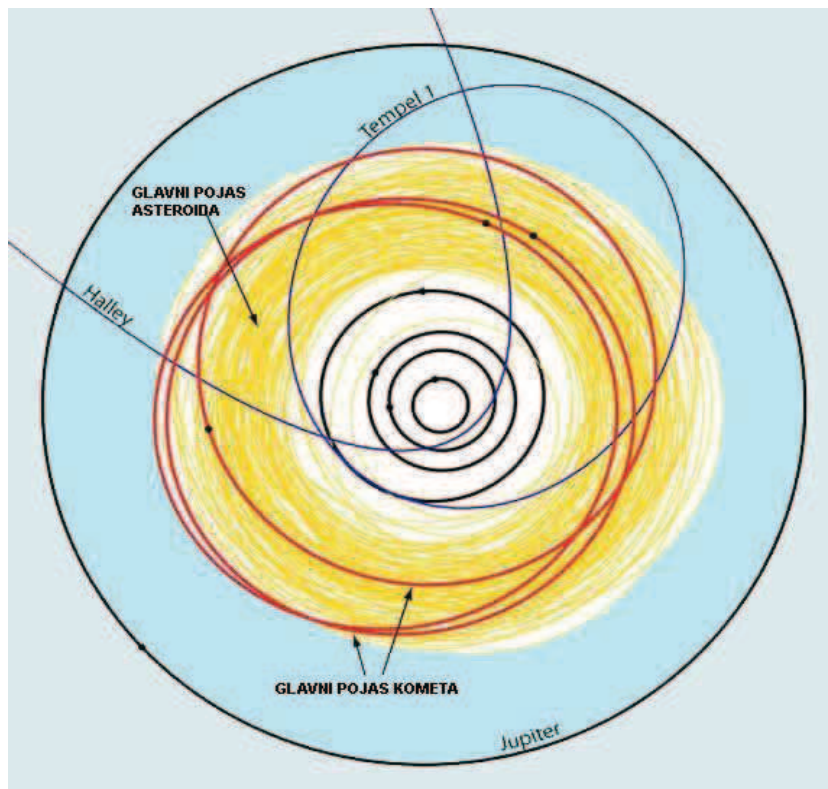


Halejeva kometa na Bayeux Tapestry

Slika 3.38a. Istorija...



§ 3.29. Komete. Dok su daleko od Sunca komete liče na veoma slabe razlivene svetle pege sa jezgrom u sredini. Većina ostaje takva i blizu Sunca. Samo neke komete postaju izuzetno sjajne i ukrašene "repovima" (zvezde repatice) u blizini Sunca. Izgled komete za posmatrača sa Zemlje zavisi od linijske udaljenosti od Zemlje, ugaone udaljenosti od Sunca i prisustva Mesečeve svetlosti.



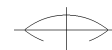
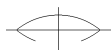
Slika 3.39. Glavni pojasevi ostalih tela Sunčevog sistema

Edmund Halej je prvi izračunao i predskazao ponovnu pojavu nekih kometa; predvideo je pojavu 1758. godine komete koja je ranije bila viđena 1682. Od tada ta kometa nosi njegovo ime. Ona se još pojavila 1835., 1910. i 1986.godine. (v. sl. 3.39).

Halejeva kometa pripada klasi periodičnih kometa; afeli periodičnih kometa su u blizini orbite Jupitera. U kataloge je uneto više od 1000 posmatranih kometa. Od kometa sa kratkom peridom (3.3 godine) najpoznatija je Enkeova kometa.

Komete imaju veoma malu masu i malu gustinu. Malo jezgro komete, prečnika do nekoliko kilometara, predstavlja jedinstveni čvrsti deo komete i u njemu je koncentrisana praktično cela masa komete. Masa komete je krajnje mala da bi mogla da izaziva gravitacione poremećaje kod planeta. S druge strane, planete imaju znatno dejstvo na kretanje komete.



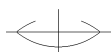


Jezgro komete čini konglomerat zaleđenih amonijaka, vode i metana sa česticama prašine. Spektar jezgra komete je kopija spektra Sunca, tj. jezgro svetli odbijenom sunčevom svetlošću. Glava, koma i rep takođe svetle hladnom svetlošću, apsorbujući i ponovo zračeći Sunčevu energiju (rod fluorescencija). Prilazeći Suncu * gasovi isparavaju i čine magličastu koprenu, *komu* oko jezgra; ta koprena se pod pritiskom Sunčevog zračenja i magnetnog polja korpuskula Sunčevog vetra deformiše i obrazuje rep komete. Erupcije na Suncu mogu da izazovu i iznenadne promene sjaja kometa.

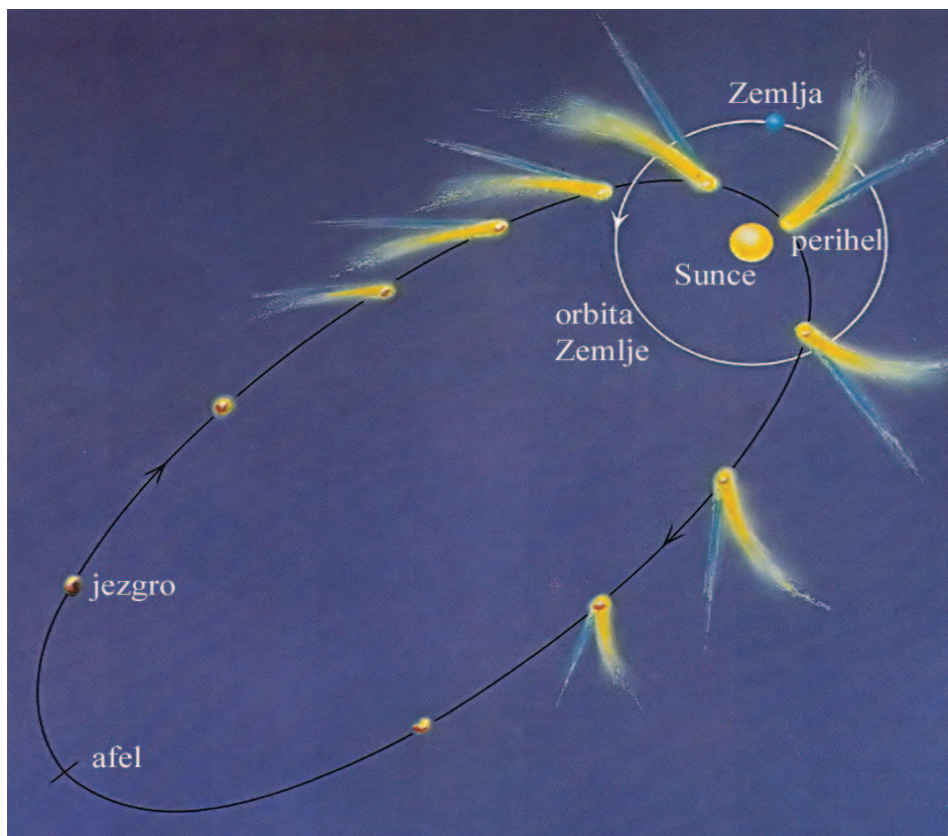
Što je kometa bliže Suncu, to je ona sjajnija i njen rep postaje duži, u prvom redu zbog pritiska sunčevog zračenja i zagrevanja, a zatim zbog intenzivnog izdavanja gasova. Rep komete ponekad dostiže dužinu jednaku daljini Zemlje od Sunca, a glava dostiže dimenzije Sunca.

Prema Ortovoj hipotezi, komete obrazuju ogromni oblak koji se prostire daleko iza orbite Plutona. Najbliža nebeska tela svojim poremećajnim dejstvom ponekad "privuku" kometu u "unutrašnjost" Sunčevog sistema i time se objašnjava veliki nagib skoro paraboličnih orbita kometa u odnosu na ekliptiku i, vrlo verovatno, suprotan smer kretanja oko Sunca. Jupiterovo gravitaciono dejstvo pretvara neke od kometa u kratkoperiodične.

Primećeno je da se jezgra periodičnih kometa troše pri svakom prolazu oko Sunca. Često je registrovan i raspad ili deoba jezgra komete bilo usled plimskog dejstva Sunca, bilo usled sudara sa meteorskim fluksom (pljuskom).



Slika 3.40. Kometa

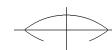


Slika 3.41. Evolucija komete na putanji

§ **3.30. Meteori i meteoriti.** Davno je primećeno da se jezgra komete troše i da komete svetle sve slabije. Ne jednom je registrovano cepanje jezgra na dva i više delova. Male čvrste čestice raspadnutog jezgra komete nazivaju se meteorima. Kada u svom kretanju Zemlja naiđe na njih, oni velikom brzinom ulaze u atmosferu, usijavaju se i sagorevaju. Najčešće meteorska tela počinju da svetle na visinama od oko 100–120 km i sagorevaju potpuno već na 80 km. U njihovim spektrima se vide sjajne linije gvožđa, kalcijuma, silicijuma i drugog.

Meteori su tela malih dimenzija (0.1–100mm) i gustine reda 0.1 g/cm^3 . Istovremenim posmatranjem iz dve tačke na rastojanju od oko 30 km (v. sl. ...) može da se izračuna visina na kojoj se pojavio meteor: meteori koji sustižu Zemlju uleću u atmosferu brzinom od oko 10 km/s , a oni koji dolaze u susret, brzinom 60–70 km/s.

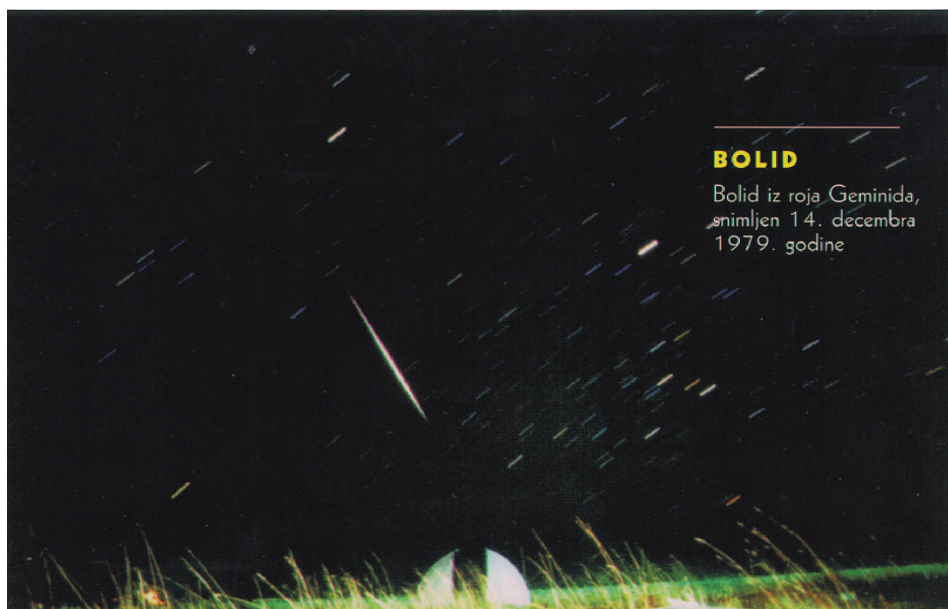
Grupe meteora ostataka komete nazivaju se meteorskim rojem; zbog efekta perspektive, pri nailasku na meteorski roj učiniće nam se da svi dolaze iz jedne



✿ tačke–*radijanta*. Poznati meteorski rojevi su Perseidi (javljaju se od 10–12 avgusta svake godine) i Leonidi (16–17 novembra).

Zbog česte neravnomernosti rasporeda meteorskih rojeva na putanji, ulazak Zemlje u zone veće gustine praćen je tzv. meteorskim pljuskom.

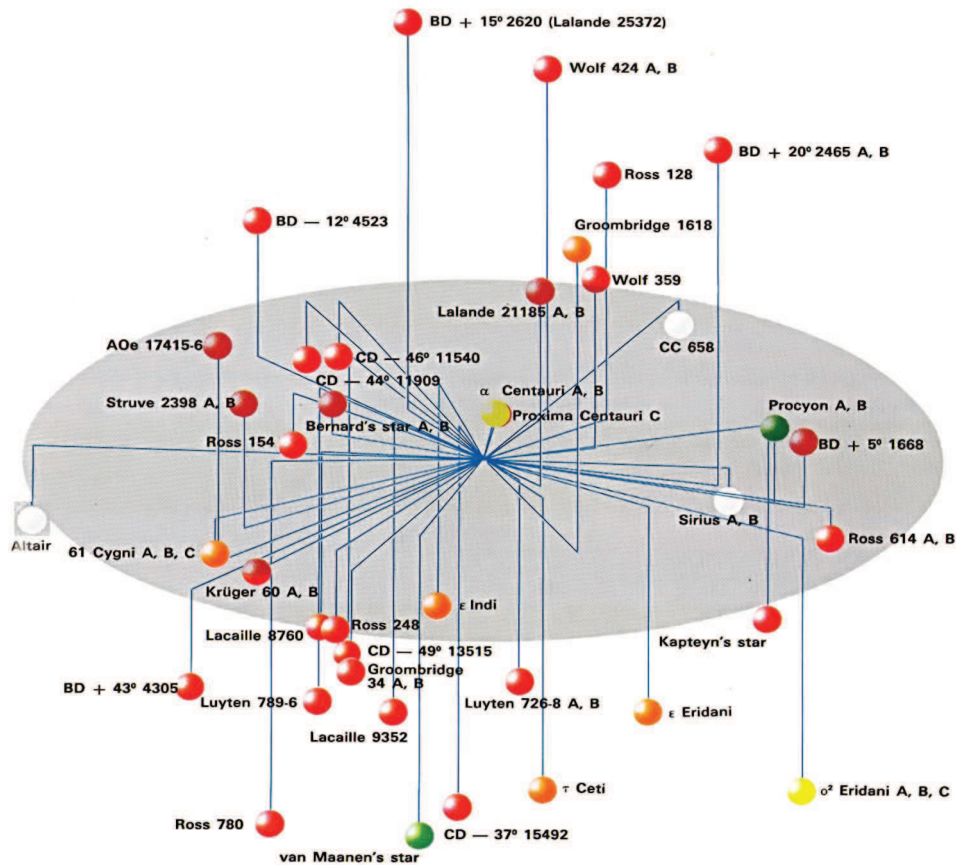
Bolidi su veća meteorska tela (verovatno nisu poreklom od kometa) težine do 10 kg, koji se usijavaju pri prolazu kroz Zemljinu atmosferu, stvaraju veliku buku, sijaju skoro kao Mesec i raspadaju se na parčad koja padaju na Zemlju u vidu *meteorita*. Izuzetno veliki meteoriti su obično gvozdeni. ✿



§ **3.31. Zvezde.** U transformaciji ukupne kosmičke materije zvezde su, kao pojedinačna nebeska tela, "zahvatile" maksimum autonomnosti u dinamičkom smislu, pri čemu je i njihovo poreklo i njihova budućnost skoro u potpunosti određena količinom zahvaćene materije iz lokalnog okruženja. Po pravilu ta materija se nalazi u stanju koje je laboratorijski prepoznato kao stanje *plazme*, tj. sastavljena je od neutralnih čestica (atomi i molekuli) i od naelektrisanih čestica (elektroni i joni). O modelima ponašanja takvog vida materije u uslovima velikih ukupnih masa i proporcionalnih zapremina, govorićemo u daljem tekstu. ✿

§ **3.32. Spektri. Temperatura. Svetljenje zvezda. Rastojanja.** ■ Zvezde predstavljaju raznovrstan skup nebeskih tela; slične su Suncu jer predstavljaju samosvetleće, usijane lopte koje crpe energiju ogromnih količina iz svoje unutrašnjosti. U raznim vidovima astronomskog eksperimenta do sada je registrovano nekoliko milijardi zvezdanih objekata.

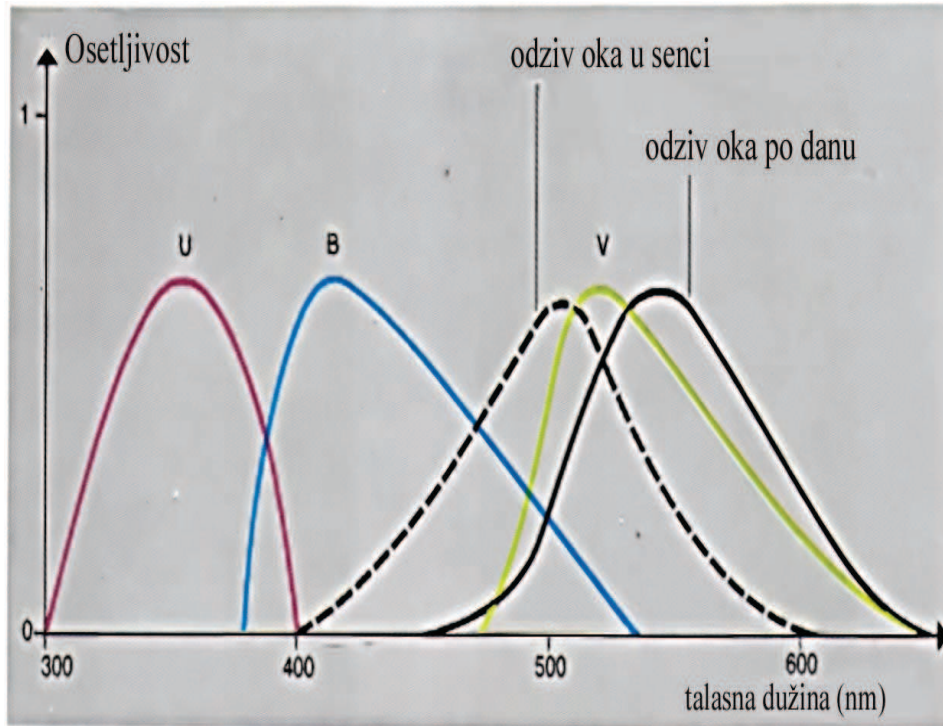




Slika 3.43. 40 Suncu najbližih zvezda

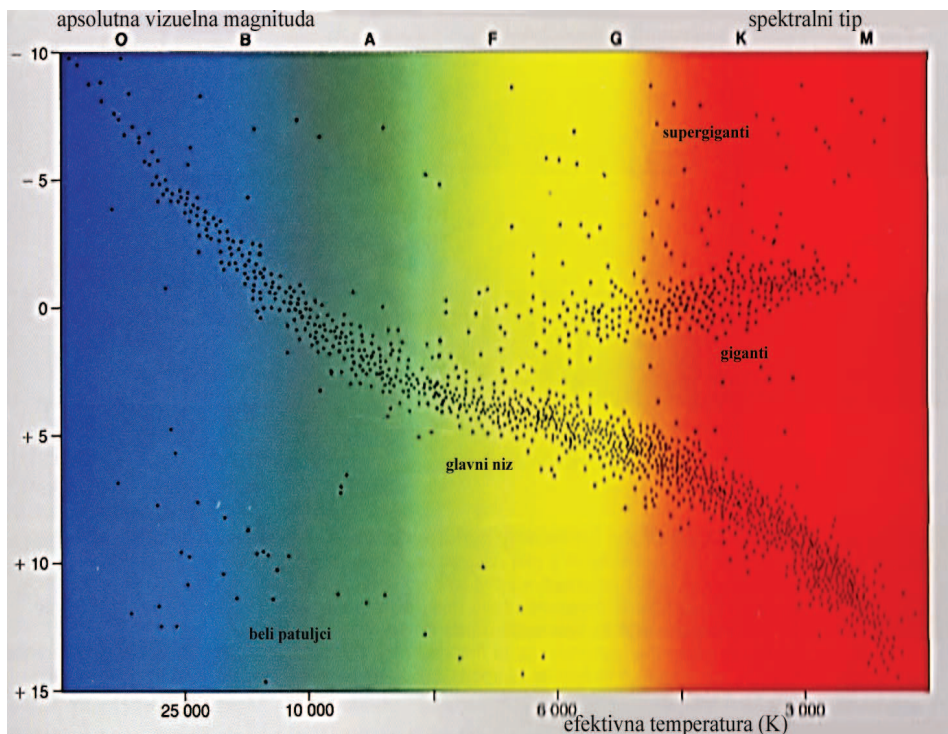
§ **3.33. Spektri zvezda.** Skoro svi spektri zvezda su apsorpcioni zbog apsorpcije u spoljašnjim omotačima. Iz upoređenja intenziteta linija atoma i jona istog elementa određuje se njihova relativna količina, koja je funkcija temperature. To omogućava da se temperatura zvezde odredi iz raspodele energije u neprekidnom spektru.





Džonson-Morganov UVB sistem		Stremgrenov uvby sistem	
U (ultravioletna)	330–400 nm	u (ultravioletna)	330–367 nm
B (plava)	390–490 nm	v (violetna)	400–420 nm
V (vidljiva)	505–595 nm	b (plava)	462–478 nm
		y (žuta)	538–562 nm

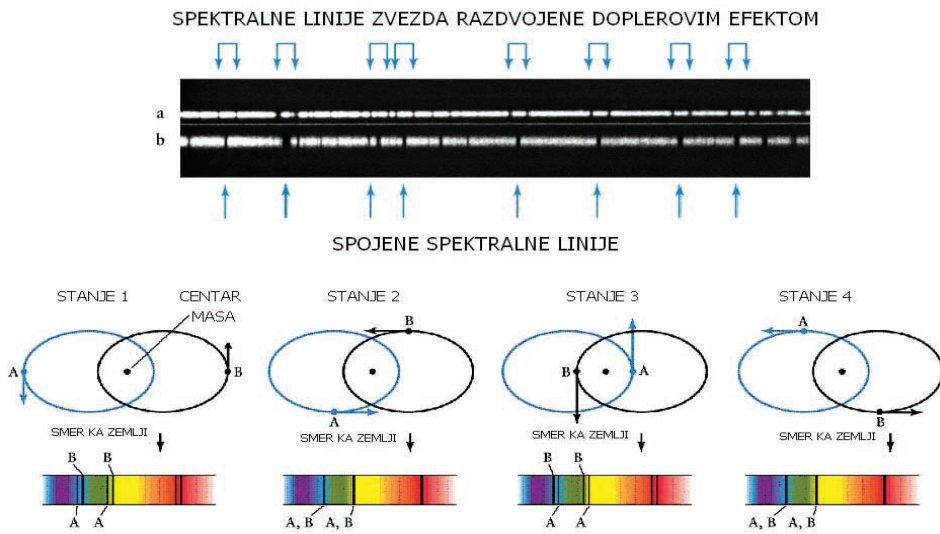
Slika 3.44. Raspodela po spektru



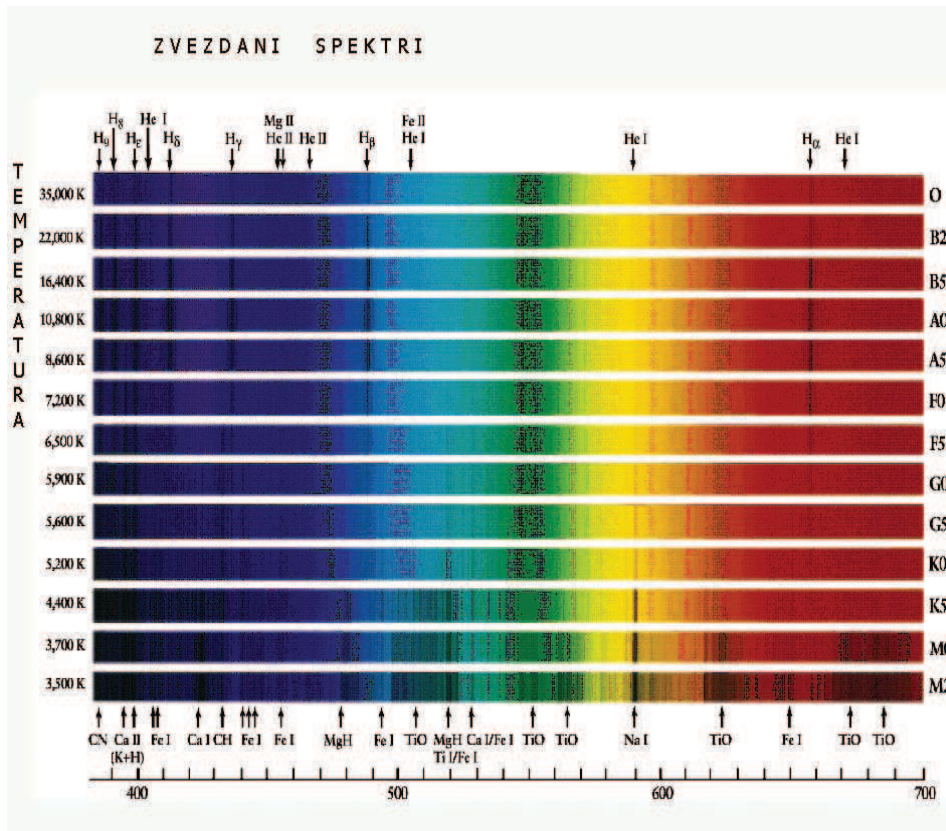
Slika 3.45. HR dijagram

Koristeći Doplerov efekat, radijalne brzine zvezda (brzine u pravcu vizure) mogu da se odrede iz spektralne analize: pri približavanju izvora posmatraču talasna dužina se skraćuje, a uvećava pri udaljenju,

SPEKTROSKOPSKI DVOJNE

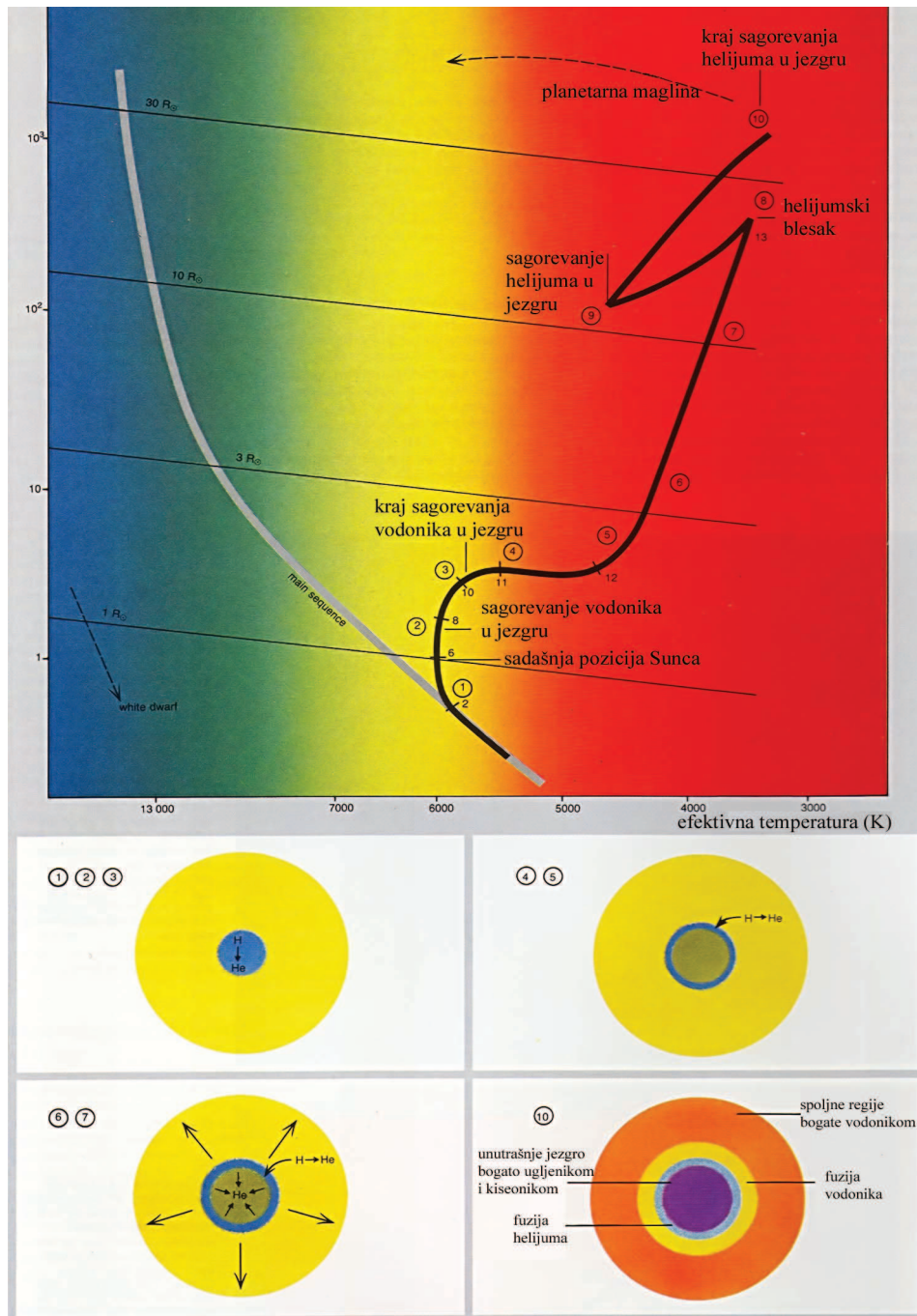


$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right).$$



Slika 3.44a. Zvezdani spektri

§ 3.34. Temperatura zvezda. Temperatura crvenih zvezda je niska; u spektrima hladnih crvenih zvezda klase M (v. sl. ...) sa temperaturom od oko 3000°K vide se apsorpcione linije najjednostavnijih dvoatomnih molekula, najčešće titan-oksida, ugljenika ili cirkonijuma. Žute zvezde ili zvezde klase G imaju površinsku temperaturu oko 6000°K i u spektrima prevlađuju linije metala (gvožđe, kalcijum, natrijum). Sunce pripada klasi G2. Bele zvezde klase A imaju temperaturu reda 10000°K i u spektrima su najjače linije vodonika i mnogo slabih linija jonizovanih metala.



Slika 3.46. Evolucionni tok

Spektralna klasifikacija

SKALA TEMPERATURA – od visokih do niskih

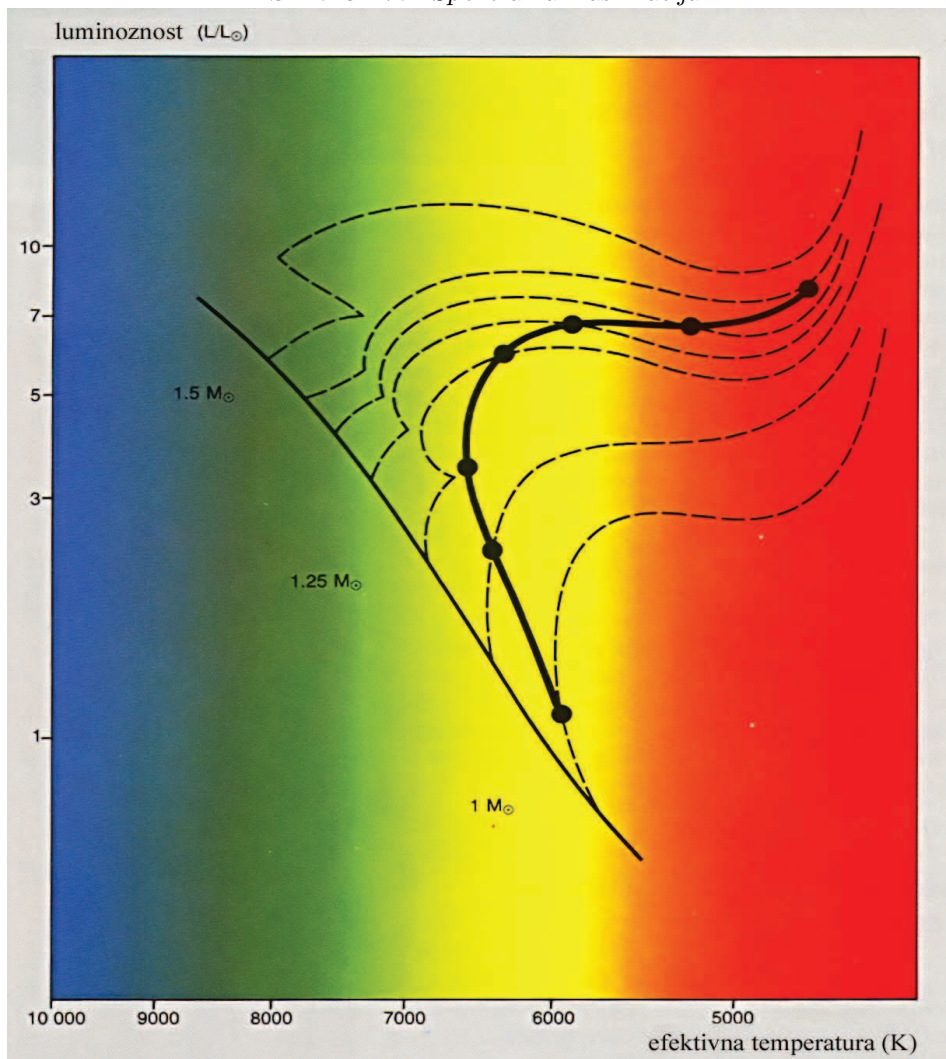
~~OBAFGKM~~

~~OBAFGKMRNS~~

Treba dodati nekoliko novootkrivenih tipova

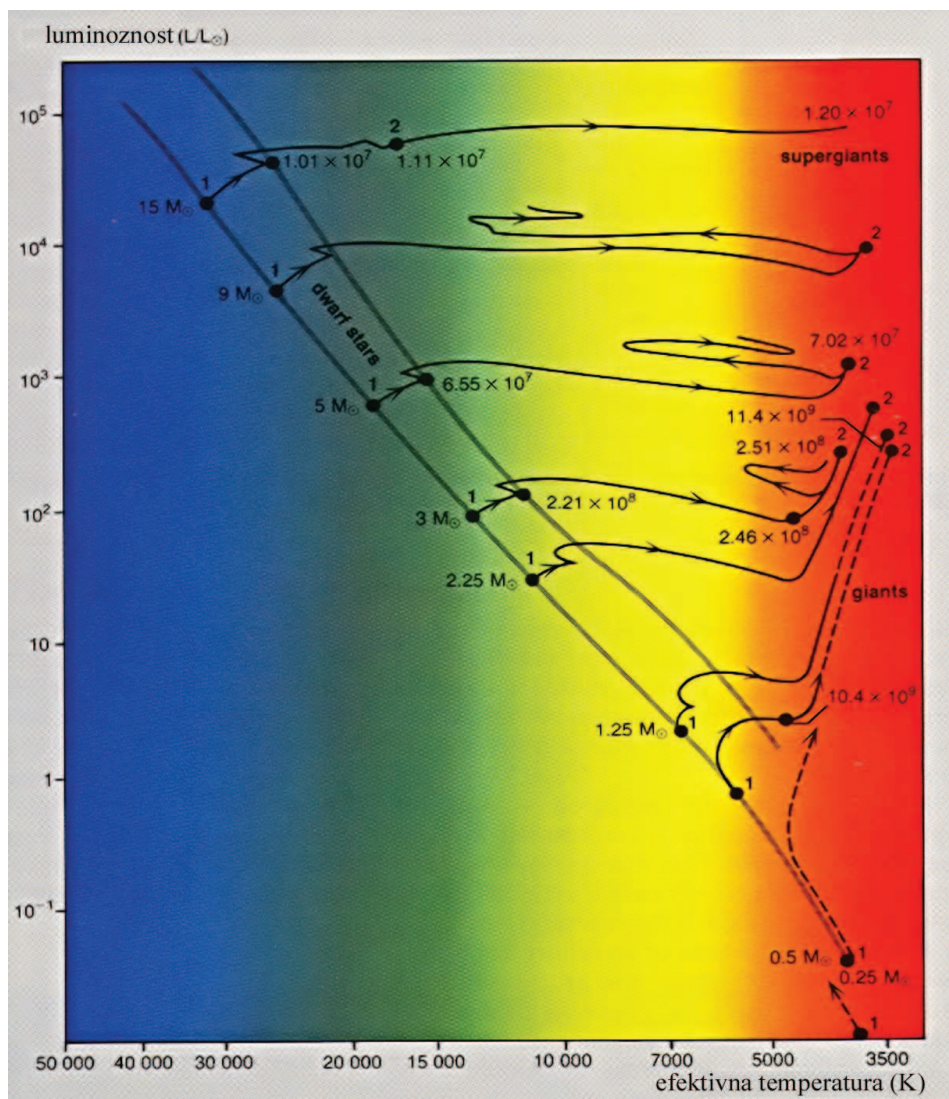
OBAFGKMLT

Slika 3.47a. Spektralna klasifikacija

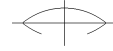
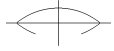


Slika 3.47. Silaz na glavni niz

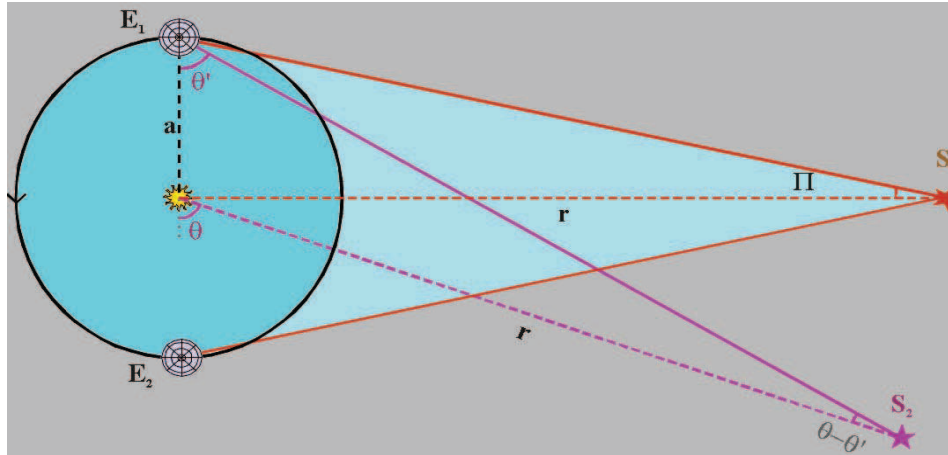
Kod plavih zvezda klase B temperatura je oko 30000° K i preovlađuju linije neutralnog i jonizovanog helijuma. Neke zvezde klase O imaju temperaturu i do 100000° K. Veliki crveni X preko starije sheme klasifikacije zvezda ne znači da se ta klasifikacija više ne primenjuje, nego da je došlo do značajnih promena i do proširenja ukupnog broja spektralnih klasa, tako da staro grananje kod hladnijih zvezda nije više tako jednostavno.



Slika 3.48. HR dijagram



§ **3.35. Godišnja paralaksa i daljine.** Astronomi su se brzo uverili da za merenje rastojanja do zvezda moraju da koriste osnovicu veću od Zemljinog poluprečnika; u tom cilju izabrano je rastojanje od Zemlje do Sunca.



Slika 3.49. Godišnja paralaksa

Godišnjom paralaksom zvezde naziva se ugao pod kojim se sa zvezde vidi poluprečnik Zemljine putanje oko Sunca, upravan na vizuru. ❁

Tek u prvoj polovini prošlog veka instrumenti su dozvolili da se izmere prva rastojanja, rastojanja do najbližih zvezda.

Neka je Δ rastojanje do zvezde, a velika poluosa Zemljine orbite i π godišnja paralaksa; onda je

$$\Delta = \frac{a}{\sin \pi};$$

Ako je a usvojeno za jedinicu (*astronomska jedinica!*) i kako je π mali ugao, onda je ❁

$$\Delta = \frac{206265}{\pi''}$$

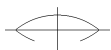
u astronomskim jedinicama, AJ.

Parsek je rastojanje sa kojeg se astronomska jedinica vidi pod uglom od $1''$. ❁

§ **3.36. Svetljenje i zvezdane veličine.** Najsjajnije zvezde su još astronomi starog veka nazvali zvezdama *prve veličine*, a najslabije vidljive golim okom, zvezdama *šeste veličine*. Pojam "zvezdana veličina" nema smisao stvarnih razmera zvezda. Polazeći od Veber–Fehnerovog psiho–fizičkog zakona po kojem su intenzitet osećaja čovekovog čula (O) i nadražaj kojim je taj osećaj izazvan (N) povezani odnosom ❁
❁
❁

$$O = \text{const.}^N,$$





Pogson dobija vezu osvetljenosti (sjaja?) (E) sa nebeskog tela i njegove prividne veličine (m):

$$E = \text{const.}^m.$$

Pokazalo se da zvezde šeste prividne veličine imaju sjaj manji oko 100 puta od zvezda prve prividne veličine, tj.

$$\frac{E_1}{E_2} = 100 = \text{const.}^{m_1 - m_6},$$

odakle sledi da je

$$(m_1 - m_6)\log(\text{const.}) = 2,$$

$$\log(\text{const.}) = 0.4,$$

odnosno

$$\text{const.} = 2.512.$$

Tako smo došli do jedne od osnovnih jednačina u astronomiji:

$$\log(E_2) - \log(E_1) = 0.4(m_1 - m_2),$$

gde su E_1 i E_2 osvetljenosti, a m_1 i m_2 prividne veličine zvezda (nebeskih tela, u krajnjoj liniji). Napomenimo da se prividna veličina označava slovom m , a da se i jedinica veličine takođe označava sa m . Veličina se naziva *prividna* jer ne znamo rastojanje do tela.

Da bi zvezdane veličine kao mera sjaja – osvetljenosti imale i smisao stvarnih razmera zvezda, uvedena je *apsolutna zvezdana veličina*. Apsolutna zvezdana veličina, (M), je prividna veličina koju bi imala zvezda na rastojanju od $\Delta_0 = 10$ parseka (ps); to je rastojanje sa kojeg se poluprečnik Zemljine putanje vidi pod uglom od $0''.1$. Kako sjaj opada sa kvadratom rastojanja to važi:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{\Delta_0^2}{\Delta^2},$$

što sa prethodnom jednačinom daje

$$\frac{E}{E_0} = 2.512^{M-m}$$

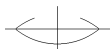
ili

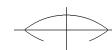
$$M = m + 5 - 5\log(\Delta),$$

ili

$$M = m + 5 + 5\log(\pi).$$

* *Svetljenjem* zvezde zvaćemo njen stvarni intenzitet svetljenja u jedinicama intenziteta Sunca.





Dok je interval promene prividnih zvezdanih veličina od -27^m do $+23^m$, Apolutne zvezdane veličine M dostižu najviše -9^m .

- ✿ *Bolometrijskom* veličinom zvezde naziva se veličina dobijena iz registrovanja zračenja u svim oblastima spektra.

§ **3.37. Kretanje zvezda.** Zbog ogromnih rastojanja čak i vrlo brzo kretanje zvezda dovodi do veoma spore promene njihovog položaja na nebeskoj sferi. Osim *prividnog* zvezde imaju i *pravo* kretanje; ono se određuje iz tzv. ✿ *sopstvenih kretanja, radijalnih brzina i daljine.* ✿ Radijalna brzina (v. sl. 3.48a.) je komponenta prostorne brzine zvezde duž vizure ka njoj ili duž radijus-vektora položaja zvezde. Sopstveno kretanje je promena položaja na nebeskoj sferi, tj. to je komponenta prostornog kretanja upravna na radijus-vektor položaja, izražena u ugaoj meri projekcije te komponente na nebesku sferu.

KRETANJE ZVEZDA

v_r radijalna brzina km/s
(Doplerov efekat)

v_t tangencijalna brzina km/s

v prostorna brzina km/s
 $v = \sqrt{v_t^2 + v_r^2}$



sopstveno kretanje arcsec/god
zavisi od v_t i d
 $v_t (km \cdot s) = 4.7 pm ('' \cdot yr) d (pc)$

Slika 3.48a. Prostorno kretanje zvezda

Tačka na nebeskoj sferi ka kojoj se prividno kreće Sunce naziva se *apeksom*. ✿

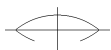
§ **3.38. Razmere i gustine zvezda.** Iz fizike znamo da intenzitet zračenja crnog tela možemo da opišemo relacijom

$$I = \sigma T^4,$$

gdje je σ koeficijent proporcije, T apsolutna temperatura tela.

Ako usvojimo da je za Sunce svetljenje $L_0 = 1$ i $r_0 = 1$, onda imamo





$$\frac{L}{L_0} = \frac{4\pi r^2 I}{4\pi r_0^2 I_0} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \left(\frac{T}{T_0}\right)^4,$$

tj.

$$r = \sqrt{L} : \left(\frac{T}{T_0}\right)^2$$

je rastojanje u radijusima Sunca.

Poslednja relacija nudi mogućnost da se na osnovu fotometrijskih parametara izračunaju razmere zvezda; dobijeni rezultati mogu da se provere eksperimentalno,

✱ uz pomoć *zvezdanih interferometara*.

✱ Zvezde velikog sjaja se nazivaju *superdžinovi*; crveni džinovi su džinovi i po sjaju i po dimenzijama. Uz jednako svetljenje, razmere zvezde su manje ako je zvezda sjajnija i više spektralne klase. Džinovi dostižu dimenzije do 100 puta veće od Sunca, ali masa ima je veća samo desetinu puta. Crveni patuljci su najmanji među običnim zvezdama. Njihove mase su reda $0.1m_{\odot}$, a srednja gustina je $10 - 100g/cm^3$. Još manji su beli patuljci; mogu da dostignu fantastične gustine reda $10^7g/cm^3$. I kod ovih (kao i kod nekih drugih) objekata prirodni astronomski eksperiment se pokazao potpuno nezavisnim i jedinstvenim. Taorijom relativnosti pretpostavljeno usporavanje svetlosnih oscilacija u jakom gravitacionom polju registrovano je kod belih patuljaka u vidu tzv. crvenog pomaka linija u spektru.

§ 3.39. Najvažnije zakonomernosti. Bez obzira na svu raznovrsnost zvezdanih objekata, upoređivanje zvezda poznatih masa i svetljenja uverićemo se da sa povećanjem mase brzo i pravilno raste svetljenje zvezde, tj. eksperiment daje vezu

$$L \approx m^{3.9};$$

✱ ovo je tzv. relacija *masa-sjaj* koja omogućava da se odredi masa pojedinačne zvezde iz poznavanja sjaja. Beli patuljci ne zadovoljavaju ovu relaciju.

Slično, za najveći broj zvezda važi relacija

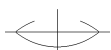
$$L = R^{5.2},$$

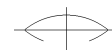
gde je R poluprečnik zvezde.

Proučavajući zvezde an sličan način i pokušavajući da izvrši njihovu klasifikaciju, danski astronom Hercšprung je početkom ovog veka utvrdio da postoji veza između temperature i apsolutne zvezdane veličine. Nešto kasnije Rasle konstruiše prvi dijagram spektar – apsolutna zvezdana veličina. Ovakav dijagram ($H - R$) se pokazao veoma korisnim do današnjih dana.

Možemo da uočimo (v. sl. 3.48) da se na H-R dijagramu zvezde grupišu duž nekoliko linija. Najveći broj se "smešta" duž linije nagnute od gornjeg levog do donjeg desnog ugla, duž *glavnog niza*; u tom smeru isto tako opadaju svetljenje, radijusi i temperature zvezda. Naše Sunce je na glavnom nizu u zoni žutih patuljaka.

Dobrim delom H-R dijagram odražava i evoluciju zvezda, a time veoma često i njihov prostorni raspored.





§ 3.40. Pravilno promenljive zvezde. Izuzimajući slučajeve pomračenja u dvojnim i višestrukim zvezdanim sistemima, postoji veliki broj pojedinačnih zvezda koje realno menjaju sjaj tokom vremena. Neke promene su strogo periodične, neke nepravilne ili sa narušenom periodičnošću.

Najvažniji pokazatelj promenljivosti je *kriva sjaja*; *amplituda* je razlika maksimuma i minimuma sjaja, a vreme između dva istoimena ekstremuma je *ciklus* promene (period, za periodične). Jedna od najznačajnijih klasa periodično promenljivih zvezda su *cefeide*, nazvane prema karakterističnom predstavniku – δ Cefeja. ❀

Cefeide karakteriše promena od $1.^m5$ za period od desetak minuta do nekoliko desetina dana, pri čemu je period veoma stabilan. To su bele ili žute zvezde čiji sjaj neprekidno raste do maksimuma, a zatim nešto sporije opada (v. sl. ...). Uzroci su u pulsiranju zvezda: širenje fotosfere, koja daje svetlost i hromosfere, koja daje pomeranje linija u spektru, ne dešava se istovremeno.

Cefeide delimo na dve grupe: kratkoperiodične (tipa RR Lire) sa periodima do 1 dan, i klasične, sa periodima većim od 2 dana. Prve su toplije i imaju istu veličinu $M = 0.^m5$.

Klasične cefeide su superdžinovni i iz poznavanja njihove krive sjaja može lako da se odredi rastojanje do njih iz ranije date relacije

$$\log(\Delta) = 0.2(m - M) + 1.$$

Ovo je veoma važna osobina cefeida.

§ 3.41. Nove i supernove zvezde. To su nepravilno promenljive zvezde ili periodično promenljive zvezde, ali sa periodom reda 1000 godina! Amplituda promene sjaja je $(7^m, 14^m)$; u maksimumu dostižu $M \subset (-9^m, -7^m)$. Otkrića novih zvezda su slučajna. To su naizgled obične zvezde koje u nekom trenutku počinju naglo da povećavaju sjaj i dostižu maksimum za nekoliko dana; opadanje sjaja potom traje godinama.

Najverovatnije se radi o katastrofalnoj eksploziji koja za kratko vreme izrači energiju jednaku energiji zračenja Sunca za milion godina; takva unutrašnja nestabilnost se nakuplja najverovatnije vekovima.

Kod *supernovih* zvezda katastrofičnost je još izraženija; ove zvezde u maksimumu dostižu ❀

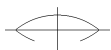
$$M \subset (-21^m, -13^m).$$

Na mestima gde su bile eksplozije Supernovih danas imamo snažne radio-izvore i magline čija materija se širi velikom brzinom.

Radiozračenje je praktično netoplotno-sinhrotrono: magnetno polje u maglini usporava elektrone koji su se oslobodili usled eksplozije i koji se kreću praktično brzinom svetlosti.

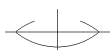
Proučavanje ovih zvezda je veoma značajno sa stanovišta upoznavanja evolucije zvezda uopšte.

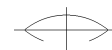




§ **3.42. Nepravilno promenljive zvezde.** Postoji još jedna klasa nepravilno promenljivih zvezda; to su eruptivni patuljci. U intervalu od 1–2 minute sjaj se promeni za $1^m - 2^m$, a posle toga zvezda se ponovo vraća na svoje mesto na dijagramu.

* § **3.43. Neutronske zvezde.** *Neutronske zvezde* se često javljaju kao ostaci eksplozije supernovih. Neutronska zvezda koja ima jako magnetno polje i brzo rotira može da emituje impulse optičkog zračenja i radiotalasa sa visokom preciznošću – to su tzv. *pulsari*. Impulsi mogu da se smenjuju vrlo brzo, od nekoliko sekundi do delova sekunde. Tako brzu rotaciju mogu da imaju samo tela malih dimanzija i velikih masa.





ГЛАВА ЧЕТВРТА



Nebeski sistemi i sredina

Sunčev sistem

§ 4.1. Sunčev sistem i zakoni kretanja planeta i veštačkih nebeskih tela. Sunčev sistem u užem smislu čine Sunce, planete i sateliti, planetoidi, komete i meteorska tela. U širem smislu u sunčev sistem ubrajamo i međuplanetsku materiju koja se sastoji od razređenih gasova i prašine, elektromagnetskog i gravitacionog polja. Savremena predstava osnovne strukture Sunčevog sistema data je na slici 4.1.



Slika 4.1. Struktura Sunčevog sistema



KUJPEROV POJAS I ORTOV OBLAK

1. KUJPEROV POJAS JE SIROKA ZONA U KOJOJ ORBITIRAJU MALA TELA - KRATKOPERIODICNE KOMETE NA RASTOJANJU OD 30-50 AJ OD SUNCA (IZA ORBITE NEPTUNA). MODUCE JE DA JE PLUTON NAJVECI OBJEKT KUJPEROVOG POJASA.
2. ORTOV OBLAK JE UGLAVNOM POJAS DUGOPERIODICNIH KOMETA (T > 200 GODINA) I PREDSTAVLJA SFERNU ZONU NA OKO 50000 KM OD SUNCA



Slika 4.2. Kujperov pojas i OrtoV oblak

§ **4.2. Keplerovi zakoni.** Zahvaljujući izuzetno tačnim posmatranjima i određivanju položaja Sunca, Meseca i planeta, posebno Marsa, koje je obavio Tih Brahe krajem XVI veka, Johan Kepler je uspeo da u toku 18 godina istraživanja dođe do zakonitosti kretanja planeta u Sunčevom sistemu.

- * *I Keplerov zakon.* Planete opisuju oko Sunca eliptične putanje; u zajedničkoj žiži tih elipsi nalazi se Sunce. Matematički

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\nu)},$$

gde je r —radijus vektor planete, p —parametar elipse, e —je eksecentričnost i ν je prava anomalija (ν . sl. ...). Tačka na putanji najbliža Suncu naziva se perihelom, a najdalja afelom.

- * *II Keplerov Zakon.* Radijus—vektor planete za jednaka vremena opisuje jednake površine, tj.

$$\frac{1}{2} r^2 \frac{d\nu}{dt} = const.,$$

- * pri čemu se navedena konstanta naziva *sektorskom brzinom*.

- * *III Keplerov zakon.* Kvadrati perioda obilaženja planeta oko Sunca srazmerni su kubovim velikih poluosa njihovih putanja, tj.



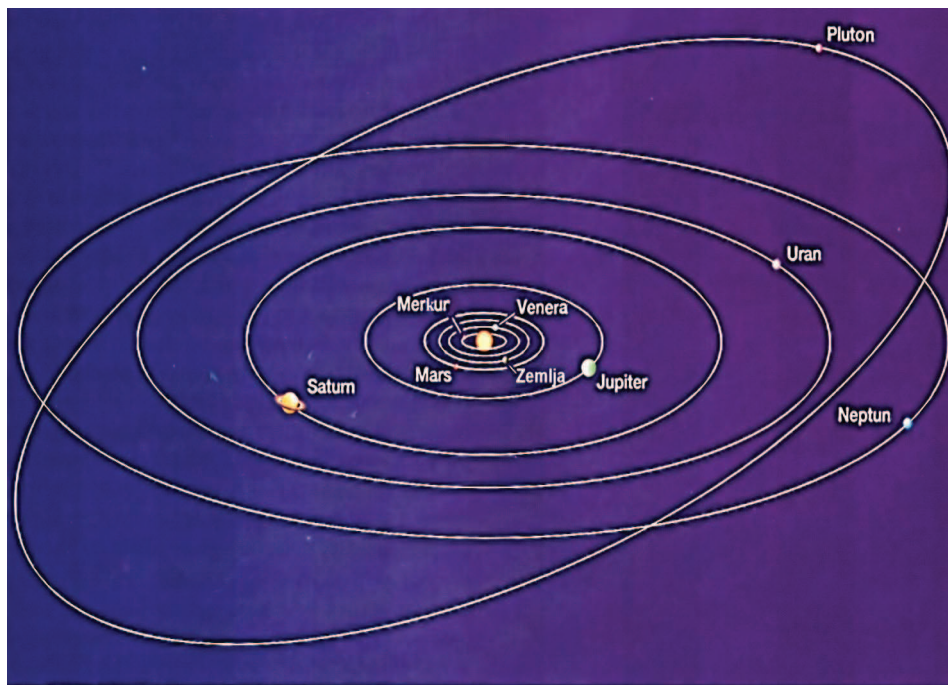
Slika 4.3. Glavno Keplerovo delo: Harmonices Mundi

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3},$$

odnosno,

$$\frac{a_i^3}{T_i^2} = k(\text{konstanta za dati sistem}).$$

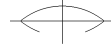
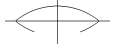
§ **4.3. Konfiguracije planeta.** Konfiguracijama planeta nazivaju se karakteristični rasporedi planeta, Zemlje i Sunca. U odnosu na tzv. unutrašnje planete razlikujemo planetu u *donjoj i gornjoj konjunktiji* sa Suncem i najveće udaljenje, *elongaciju* planete (v. sl. ...); elongacija Merkura je oko 2^h , a Venere je oko 3^h . Zato unutrašnje planete možemo da vidimo ili samo ujutru ili samo uveče u blizini Sunca. U konjunktiji se planete ne vide. U raznim položajima unutrašnje planete pokazuju različit odnos osvetljenog i neosvetljenog dela – faze planeta.



Slika 4.4. Planete Sunčevog sistema

U odnosu na spoljašnje planete razlikujemo planetu u konjunktiji, opoziciji i kvadraturama. Planeta je u konjunktiji kada je njena geocentrična longituda jednaka longitudi Sunca. U opoziciji je kada je

$$\lambda_{\odot} - \lambda_P = 180^{\circ},$$



i u kvaadraturama kada je

$$\lambda_{\odot} - \lambda_P = \pm 90^\circ.$$

§ 4.4. Sinodički i siderički periodi. *Sinodičkim periodom* planete naziva se vremenski razmak u kome se ponavlja data konfiguracija, tj. po isteku tog vremena razlika u prirastu longitude Zemlje i planete je $\pm 2\pi$. Matematički, ako je ω_{\oplus} ugaona brzina Zemlje na putanji oko Sunca, ω_P ugaona brzina planete i S sinodički period planete, imamo

$$\omega_{\oplus}S - \omega_P S = \pm 2\pi,$$

gde je

$$\omega_{\oplus} = \frac{2\pi}{T_{\oplus}}, \omega_P = \frac{2\pi}{T_P},$$

gde su T_{\oplus} i T_P zvezdani, odnosno *siderički* periodi reevolucije Zemlje i planete redom. ✿

§ 4.5. Dinamika planetskih kretanja. Polazeći od Hajgensovog izraza za centripetalno ubrzanje tačke koja se kreće po krugu poluprečnika r ,

$$\omega = \frac{v^2}{r},$$

gde je v linijska brzina tačke, Ren, Huk i Halej su iz III Keplerovog zakona došli do izraza za centripetalno ubrzanje planeta

$$\omega = 4\pi^2 k \frac{1}{r^2},$$

gde je $k = r^3/T^2$.

Ispitujući prirodu sile koja izaziva ovakvo ubrzanje kod kretanja planeta, Njutn je došao do formulacije znamenitog *zakona gravitacije*: ✿

dva tela se uzajamno privlače silom proporcionalnom proizvodu njihovih masa i obrnuto proporcionalnom kvadratu njihovog rastojanja

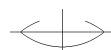
$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

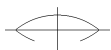
gde je γ univerzalna konstanta, r je rastojanje među masama. Primenjeno na planetsko kretanje ovaj izraz daje

$$P = \gamma \frac{M_{\odot} m_P}{r^2},$$

gde je M_{\odot} masa Sunca a m_P masa planete.

Otkriće zakona gravitacionih dejstava ukazalo je na ograničenost Keplerovih zakona; samo dva izolovana tela bi se kretala strogo po Keplerovim zakonima. U





svim ostalim slučajevima postoje uticaji drugih tela. Račun tih uticaja naziva se teorijom poremećaja.

Zahvaljujući razvoju teorije računa poremećajnih dejstava otkrivene su planete Neptun i Pluton. Položaj Neptuna su 40-tih godina devetnaestog veka računski predvideli Leverije i Adams i on je otkriven na predviđenom mestu 1846.g. Slično je bilo i sa Plutom, ali sto godina kasnije.

✿ § **4.6. Plimska dejstva.** U teoriji poremećajnih dejstava posebno mesto zauzimaju *plimska dejstva*, poremećaji usled konačnih dimenzija nebeskih tela i nesferičnosti oblika. *Plimskim ubrzanjem* tačke naziva se razlika ubrzanja u datoj tački i u centru tela izazvana gravitacionim privlačenjem drugog tela.

Mesec i Sunce imaju snažno plimsko dejstvo na Zemlju, pri čemu su primetne direktne deformacije vodenih masa, a deformacije čvrstog omotača su znatno manje. Plimsko trenje usporava Zemljinu rotaciju. Plimsko dejstvo Zemlje na Mesec dovelo je do toga da je Mesec okrenut Zemlji uvek istom stranom.

✿ § **4.7. Let u kosmos.** Svoj davnašnji san da se "vine u nebo", da savlada gravitaciju, čovek je konačno ostvario u prvim kosmičkim letovima automatske stanice (1957. godine), posade (Jurij Gagarin, 1961. godine), iskrcavanje na Mesec (1969. godine, Armstrong i Oldrin). Do danas je u vrlo raznovrsne orbite poslato preko 20000 veštačkih objekata (satelita i međuplanetskih stanica), a pripremaju se grandiozni poduhvati istraživanja kosmosa sa paluba vasionских letilica. Kako ovde govorimo o letu u kosmos u najelementarnijem vidu, najmanje što se mora dati jesu izrazi za brzine koje su potrebne da bi se savladala gravitacija nebeskih tela uopšte, Zemlje posebno.

Zadatak: Posmatrajmo loptasto nebesko telo mase M i poluprečnika R . Izračunati brzinu kruženja malog tela $m \ll M$ oko tela M .

Rešenje: Uslovi zadatka nam govore da centrifugalna i gravitaciona sila na dato telo mase m treba da su u ravnoteži:

$$\frac{mv_k^2}{(R+h)} = \gamma \frac{Mm}{(R+h)^2},$$

gde je h visina tela m nad površinom tela M ; odavde je

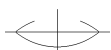
$$v_k = \sqrt{\gamma M / (R+h)}.$$

✿ Za $h = 0$ dobijamo brzinu koja se naziva *prva kosmička brzina* ili brzina kruženja. Na površini Zemlje prva kosmička brzina je oko 8 km/s .

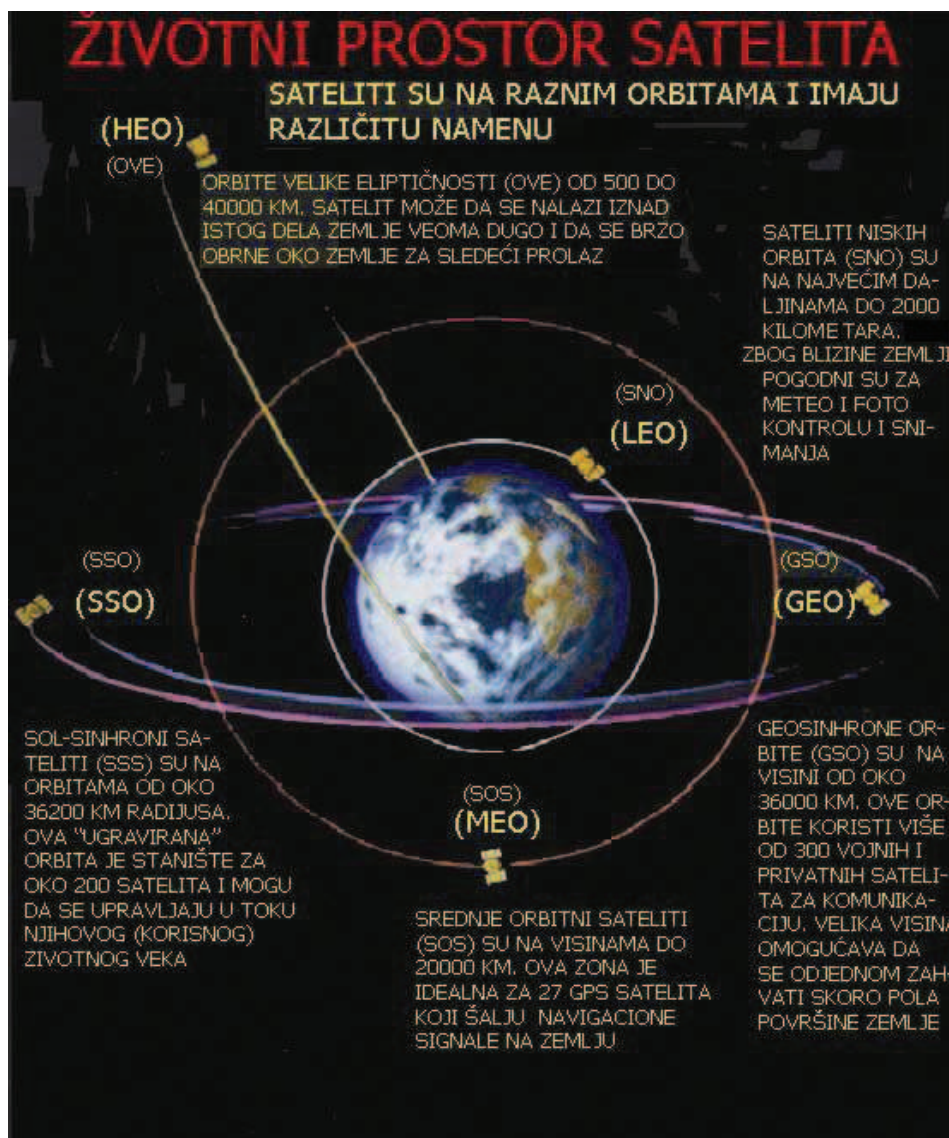
Da bi dato telo napustilo centralno telo M , njegova kinetička energija treba da je bar jednaka potencijalnoj energiji u datoj tački:

$$\frac{mv_p^2}{2} = \gamma \frac{Mm}{(R+h)},$$

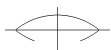
✿ odakle sledi izraz za tzv. *drugu kosmičku brzinu ili paraboličnu brzinu* za telo M .



- ❁ **§ 4.8. Veštačka nebeska tela.** *Veštačkim nebeskim telom* (objektom) nazivamo objekte stvorene ljudskim radom i uvedene u uslove *pasivnog* kretanja po (uslovno) **zatvorenim** krivim drugog reda (putanje–trajektorije) oko Zemlje. To podrazumeva da je **isključena** mogućnost delovanja na parametre kretanja **iz sistema tog tela** osim delovanja usled ljudske intervencije. *Putanje–trajektorije* takvih objekata definisane su gravitacionim i negravitacionim dejstvima i silama, tj. konzervativnim i disipativnim silama **najbližeg** nebeskog okruženja.



Slika 4.5. Klasifikacija satelitskih orbita



Čak i u apsolutnom smislu ovo su **novi objekti** (uporedi: nove i supernove!). U odnosu na parametar ponovljivosti, ovi objekti su najbliži **laboratorijskim** objektima drugih nauka i nude mogućnost **ponavljanja** uslova većeg dela eksperimenta. Odlike posmatračkog procesa usmerenog na veštačka nebeska tela proističu iz sledećih činjenica:

- to su objekti sa "kratkim" istorijom
- velika ugaona brzina, tj. promena prividnog položaja, a time
- velika nepristupačnost većini klasičnih optičkih instrumenata i sistema
- znatne i brze promene fotometrijskih karakteristika
- znatan uticaj negravitacionih sila na kretanje i uporedivost tog uticaja sa uticajem gravitacionih sila.

Time je i bio ispostavljen zahtev za razvoj posebnih, efektivnijih nebesko–mehaničkih metoda za **račun položaja** i utvrđena potreba primene **brzih i specijalizovanih** kompjutera.

Zbog naglog povećanja i broja i vrste veštačkih nebeskih objekata, čiji broj danas dostiže nekoliko desetina hiljada, uvedeno je nekoliko sistema klasifikacije, ali je najrašireniji **međunarodni** kod izvorno projektovan za Zemljine veštačke satelite, a kasnije proširen i na ostale veštačke objekte (vidi prilog).

U pogledu putanjskih elemenata i efemerida ZVS najčešća su dva standarda: **dvolinijski** NASA kod i stari **sovjetski** sistem elemenata *ORBITA*.

Sreće se i tzv. astrometrijska klasifikacija za koju se definiše priznak

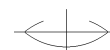
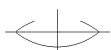
$$\omega''[s^{-1}] = \frac{206265'' \times v}{H} \cos z \approx \frac{0.0743}{D} \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)^{1/2} \cos \sigma,$$

gde je ω ugaona brzina u lučnim sekundama, v je linearna brzina na putanji, D je topocentrična daljina satelita, r je geocentrična daljina, a je velika poluosa putanje (u R_{\oplus}), σ je pravac vektora brzine u odnosu na posmatrača.

Tabela 4.1. *Astrometrijska klasifikacija satelita*

	Interval	Interval	Interval	Interval	Interval	Interval
ω	2°.0–5°.0	1°.5–2°.0	1°.0–1°.5	0°.5–1°.0	0°.2–0°.5	0°.0–0°.2
<i>satelit</i>	ekspres	veoma brz	brz	srednje brz	spor	veoma spor

Od ostalih klasifikacija satelita spomenućemo **fotometrijsku po sjaju i fotometrijsku po sjaju i promeni sjaja**.



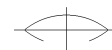


Tabela 4.2. Fotometrijska klasifikacija satelita po sjaju

m_{ZVS}	[-3, 1]	[2, 4]	[5, 7]	[8, 10]	[10, 13]
tip	veoma sjajan	sjajan	srednjeg sjaja	slab	veoma slab
Napomena	oštro se izdvaja među zvezdama	lako se uočava okom u noći bez Mesečine	sigurno se nalazi dvgledom sa 20x uvećanjem	vidi se dvgledom pri dobrim uslovima	granica vidljivosti dvgledom, noć vedra i bez Mesečine

Osim sjaja, kod druge fotometrijske klasifikacije uzima se u obzir i promena sjaja, tj.

$$\Delta m \sim \text{coef.} \{ \ln f(\psi) + \ln f(D_E/D_K) + \ln f(P, h) \},$$

gde je

Ψ – pozicioni ugao satelita u odnosu na Mesec,

D_E, D_M – geocentrično rastojanje

P – prozračnost atmosfere, $P \sim \varphi, H$,

h – visina nad horizontom,

tako da sada razlikujemo:

1. nepromenljive
2. skoro nepromenljive
3. promenljive i pulsirajuće
4. promenljive i pulsirajuće sa iščezavanjem
5. promenljive i trepereće sa iščezavanjem
6. promenljive sa povremenim bleskom
7. neodređene

Uočavanje, posmatranje i praćenje Zemljinih veštačkih satelita obavlja se i kroz amatersku i kroz profesionalnu praksu. Amaterska praksa se najčešće svodi na **identifikaciju** i

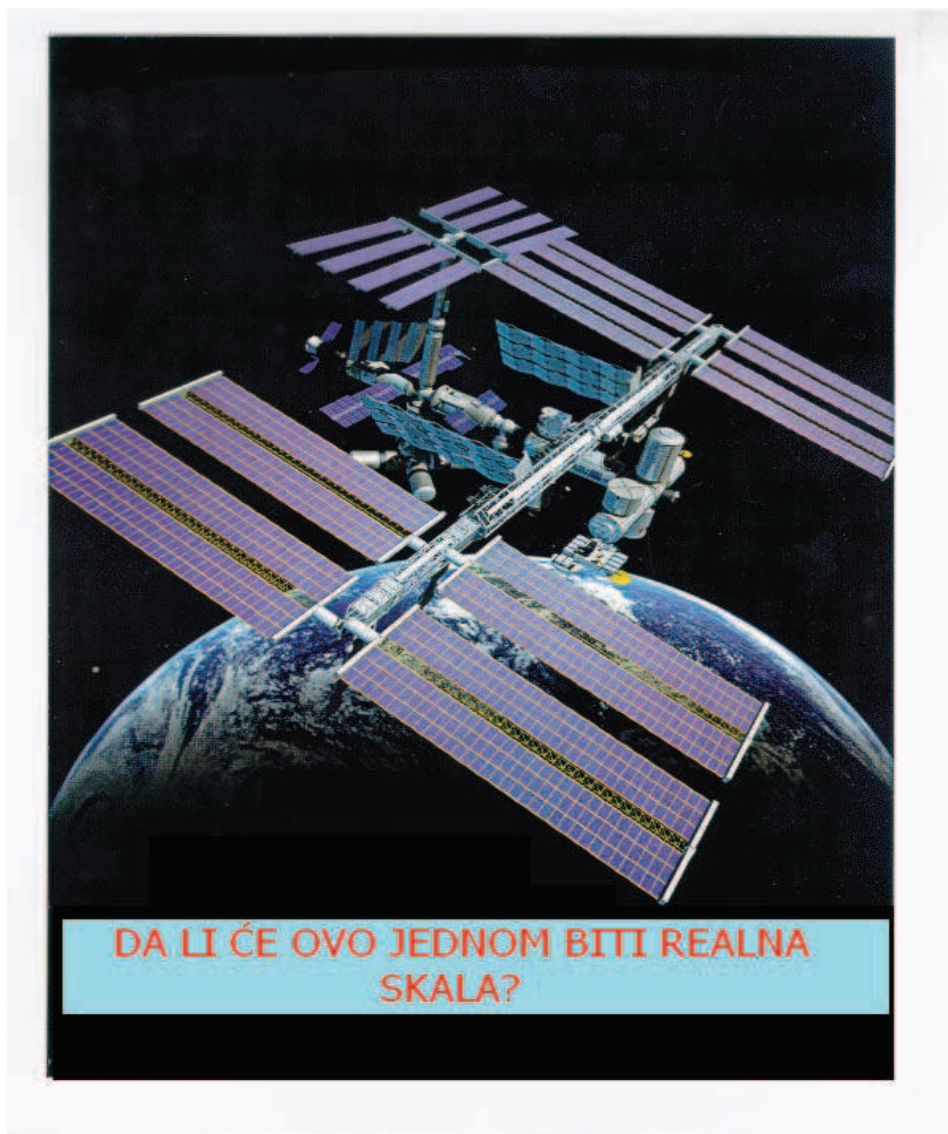
- a) vizuelno posmatranje, posmatranje golim okom,
- b) vizuelno posmatranje binokularom, tj. dvgledom,
- c) snimanje fotografskom kamerom
- d) posmatranje teleskopom i snimanje teleskopom sa kamerom.

Kada se govori o profesionalnom posmatranju, onda se pretpostavlja da je dostupna dobra vremenska baza za pripremu i obavljanje posmatranja. I u profesionalnoj praksi razlikujemo nekoliko vidova posmatranja i praćenja satelita: **vizuelno, specijanim kamerama, doplerskim sistemima, laserskim daljinomerima, radarima**.

Ovo izlaganje nas je dovelo na prag posebnog vida praktične astronomije koju nazivamo *satelitska astronomija*. Posledica selektivnosti Zemljine atmosfere je stvaranje uslova da se proširi prijemni interval talasnih dužina elektromagnetnog zračenja nebeskih tela. Jedna od ideja je iznošenje posmatračkih resursa izvan oblas-

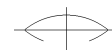


ti značajnog uticaja Zemljine atmosfere, a sredstva za to su kosmičke letilice i orbitalne stanice.



Slika 4.6 Zemlja kao višestruki nebeski objekt

- Međutim, da bi se veštački objekat našao u ulozi **nebeskog** objekta, potrebno
- ✿ je izgraditi i odgovarajuće *transportne sisteme* počev od raketa nosača do *space shuttle*-a, sa ljudskom posadom ili bez nje. Za stvaranje ovih sistema neophodni su
 - ✿ tzv. *bazični sistemi*, u koje, pre svega, spada Zemlja kao nebesko telo, ljudi, postrojenja i instrumenti na Zemlji.



Pretpostavljajući da su problemi na nivou bazičnih sistema rešeni sa odgovarajućim nivoom tačnosti, da transportni sistemi, u ovom trenutku, zadovoljavaju funkcionalne zahteve, o kosmičkim letilicama možemo da govorimo kao o objektima posmatračkog eksperimenta na nivou baznog sistema ili kao o *subjektima* posmatračkog eksperimenta u uslovima u kojima jedna od kompozitnih funkcija ranije navedene jednačine A u glavi I, daje priliku izmene uslova do granice "subjektizacije" instrumentarijuma.

§ 4.9. Pomračenja i okultacije. Jedna od pojava koja je u istoriji ljudskog roda, i u nauci i u običnom životu, igrala veoma značajnu ulogu i izazivala i podsticala kako podozrenje i strah tako i radoznalost i znatizelju jeste pojava pomračenja Sunca i Meseca.

Pri kretanju tela Sunčevog sistema stvaraju se takve konfiguracije od tri tela u kojima, ukoliko se, u uslovima skoro kolinearnih njihovih centara (v. slike), kao krajnja tela javljaju ili Sunce ili Zemlja, govorimo o *pomračenju*, *okultaciji* (*zaklanjanju*) i *prolazu*. Sa stanovišta posmatrača vezanog za Zemlju, pojave se dele na dve grupe u užem smislu:

- na *stvarna pomračenja* u toku kojih dolazi do smanjenog svetljenja reflektujuće površi planete ili satelita usled njihovog ulaska u senku drugog tela, i
- na *prividna pomračenja-okultacije*, kada tamno telo, planeta ili satelit, zaklanjaju od posmatrača telo sa sopstvenim ili snažnim reflektovanim zračenjem (zvezde, Sunce).

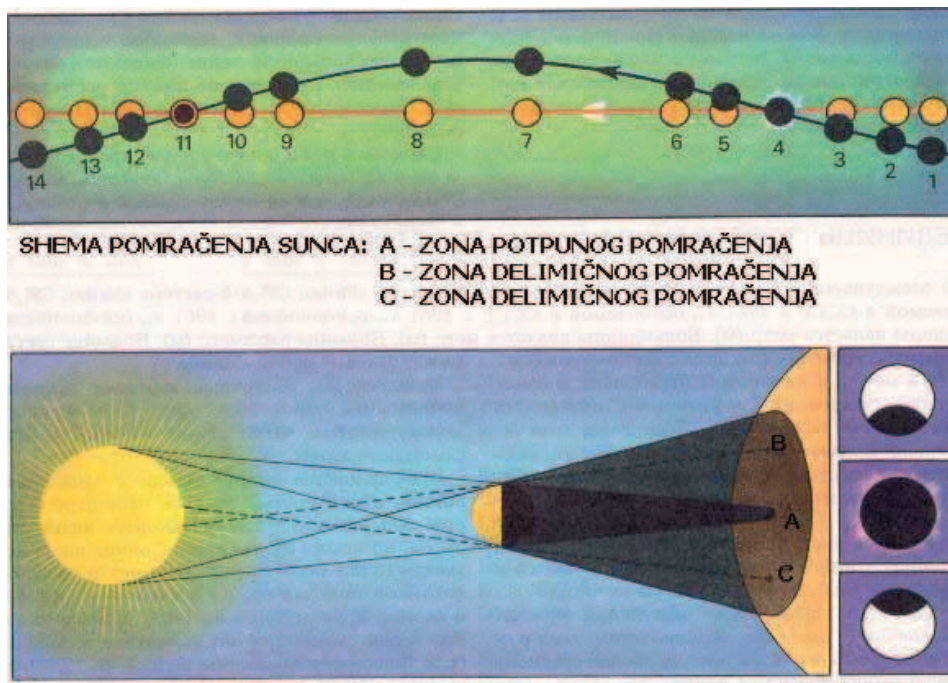
U širem smislu pojam okultacija može da se prihvati i za neke pojave u dvojnim i višestrukim sistemima, u slučaju nekih pojava u Galaksiji i vangalaktičkim sistemima (*zona izbegavanja*, npr.).

Ovde ćemo se pozabaviti samo pojmom pomračenja u užem smislu, razmatrajući samo geometrijsku stranu pojave.

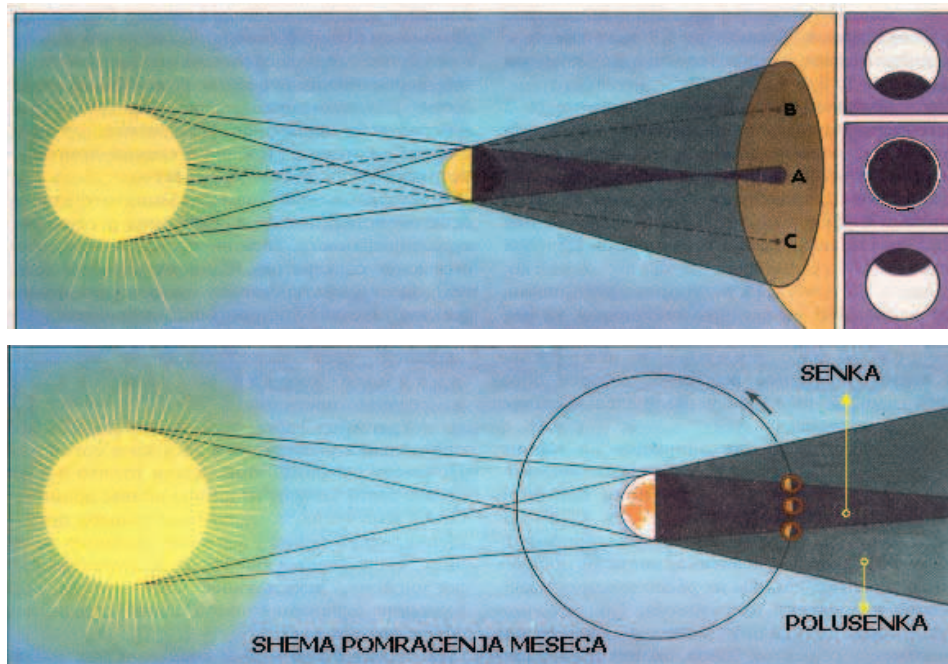
§ 4.10. Pomračenja Sunca i Meseca. *Pomračenja Meseca* nastaju kada Mesec uđe u Zemljinu senku; kako je tačnost posmatranja znatno porasla poslednjih decenija, bez obzira na neulovljivost zatamnjenja Meseca pri ulasku u polusenku, pri računu pomračenja mora da se vodi računa i o tim efektima. Usled nagiba Mesečeve putanje prema ekliptici $i = 5^{\circ}9'$ neophodno je da se steknu posebni uslovi za pojavu pomračenja. Pomračenje Meseca je neizbežno samo ako prividna geocentrična latituda Meseca u trenutku punog Meseca nije veća od prividnih poluprečnika Meseca i zemljine senke na rastojanju Meseca.

Od posebnog značaja za astronomiju su pomračenja Sunca; to je svojevrsan astronomski eksperiment koji pruža mogućnost da se detaljnije proučavaju Sunčeva hromosfera i korona. Godišnje može da bude od 2 do 5 pomračenja Sunca i najviše 3 pomračenja Meseca.

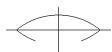




Slika 4.7. Šema pomračenja Sunca



Slika 4.8. Šema pomračenja Meseca



§ 4.11. Određivanje masa nebeskih tela. Masa je jedna od najvažnijih karakteristika nebeskih tela. Da bismo došli do efektivnog načina za određivanje masa nebeskih tela, posmatrajmo tačniju formu III Keplerovog zakona:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} \frac{M_1 + m_1}{M_2 + m_2} = \frac{a_1^3}{a_2^3},$$

gde su $(M_1 + m_1)$ i $(M_2 + m_2)$ sistemi od po dva tela (planeta i satelit, n. pr.). Ovakav oblik III Keplerovog zakona omogućava da se iz poznavanja parametara jednog sistema i kinematike drugog, odrede mase u drugom sistemu.

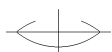
Konkretno, određivanje mase Sunca u odnosu na masu Zemlje moglo bi da se izvrši iz:

$$\frac{T_{\oplus}^2}{T_{\zeta}^2} \frac{M_{\odot} + M_{\oplus}}{M_{\oplus} + M_{\zeta}} = \frac{a_{\oplus}^3}{a_{\zeta}^3},$$

odakle sledi

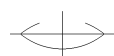
$$\frac{M_{\odot}}{M_{\oplus}} \approx \left(\frac{a_{\oplus}}{a_{\zeta}} \right)^3 : \left(\frac{T_{\oplus}}{T_{\zeta}} \right)^2.$$

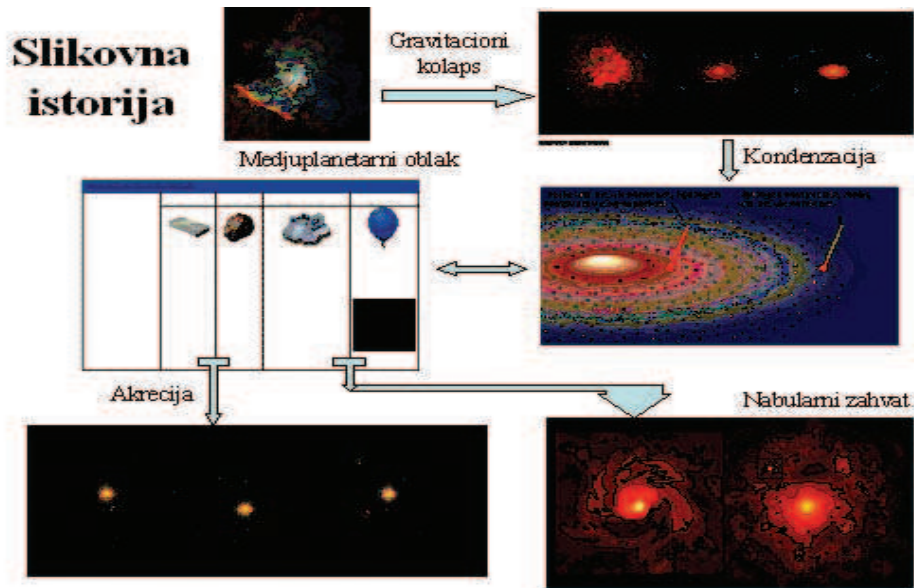
§ 4.12. Heliocentrični sistem sveta. Pod ovim podrazumevamo shvatanje u kome je Sunce centralno telo Sunčevog sistema oko kojeg se po putanjama kreću planete i ostala, manja tela. Značajan doprinos formiranju i pobedi heliocentričnog pogleda na svet dao je Nikola Kopernik (1473-1543.g.) koji je u svojim radovima prvi egzaktno dokazao kretanja planeta oko Sunca. radovima Galileo Galileja takvo gledanje je još dublje potvrđeno.





Slika 4.9. Heliocentrični sistem – umetničko videnje





Slika 4.10. Nastanak Sunčevog sistema

§ 4.13. Kretanje Sunčevog sistema. Početkom XIX veka Viljem Heršel je iz sopstvenih kretanja nama bliskih zvezda utvrdio da se Sunčev sistem kreće ka apeksu u sazvežđu Lire i Herkulesa. U odnosu na susedne zvezde Sunčev sistem se kreće brzinom od oko 220 km/s.

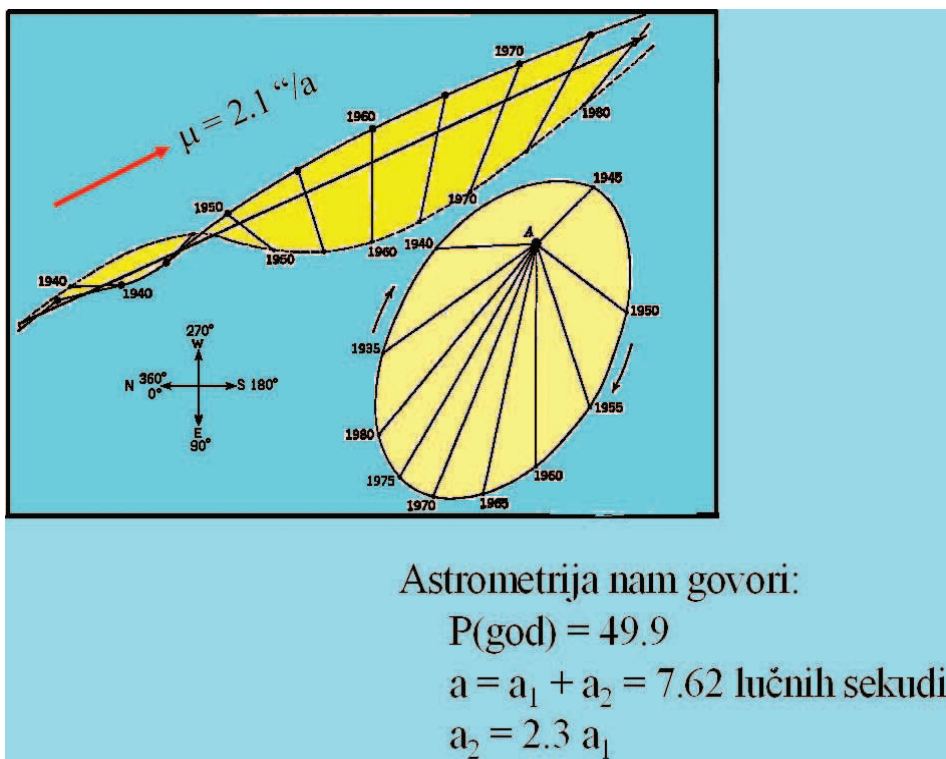


Slika 4.11. Položaj Sunčevog sistema u Galaksiji

Zvezdani sistemi

- ❁ § 4.14. Dvojni i višestruki sistemi. Ovde se nećemo baviti tzv. *optički dvojnim* sistemima već samo *fizički dvojnim* sistemima. To su dve zvezde koje obilaze oko zajedničkog težišta pod uticajem gravitacije. Veoma bliski parovi zvezda nazivaju se *spektroskopski dvojne* jer se mogu registrovati kao dvojne samo zahvaljujući pomeranju linija u spektru. *Eklipsne* ili *pomračne* dvojne su zvezde čija ravan kretanja u pravcu vizure i zato se i njihov ukupni sjaj menja.

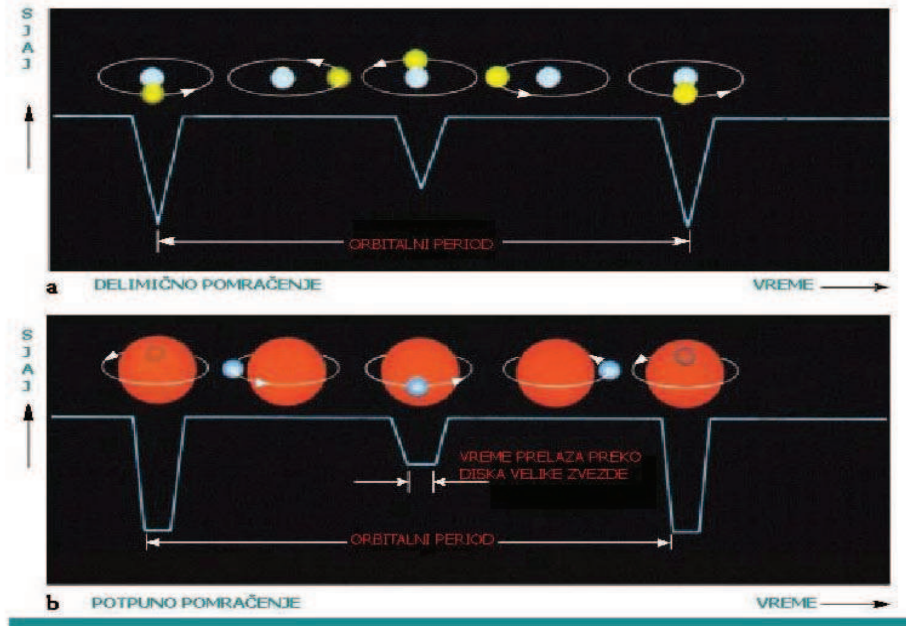
Pored dvojnih, u kosmosu se sreće i veliki broj višestrukih sistema.



Slika 4.12. Vizuelno (astrometrijske) dvojne

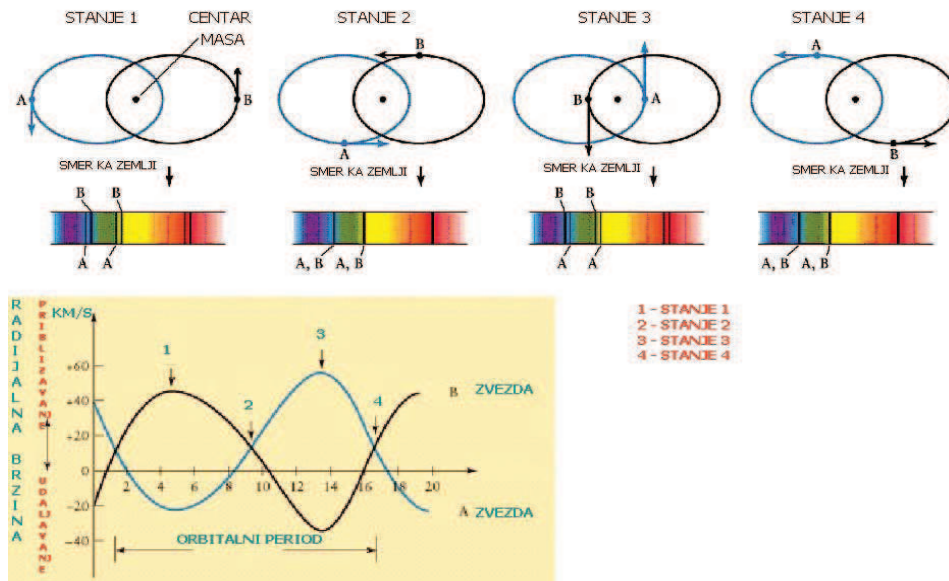
- U zavisnosti od dimenzija i poliozaja orbita, a takođe i od daljine do sistema, dvojne zvezde mogu da se izučavaju na rzne načine. Sistemi u kojima se komponente mogu razdvojiti golim okom ili teleskopom direktnim vizuelnim posmatranjem ili snimanjem na neki od klasičnih ili modernih medija, nazivamo *vizuelno dvojnim* sistemom. Nas ovde interesuju samo oni vizuelno dvojni sistemi koji predstavljaju i kinematički i dinamički dvojni sistem – tj. fizički dvojni sistem. Svi ostali kod kojih su ugaone daljine komponenti male, a prostorno su veoma udaljene i nemaju međusobni uticaj, nazivaju se *optički dvojnim*.

Eklipsne dvojne - promena sjaja otkriva dvojnju prirodu

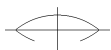


Slika 4.14. Eklipsne (pomračne) dvojne

Spektroskopski dvojne- spektri otkrivaju dvojnost (prirode)



Slika 4.15. Spektroskopski dvojne



§ 4.15. Zvezdana jata i asocijacije. Zvezde imaju neravnomernu raspodelu u prostoru. Ponekad obrazuju grupe koje, u zavisnosti od stepena koncentracije zvezda ka centru grupe, delimo na *jata* i *asocijacije*. Zvezdana jata su grupe zvezda povezanih međusobom gravitacionim silama i zajedničkim poreklom. Razlikujemo dva vida zvezdanih jata: *razvejana* ili *galaktička* i *zbijena* ili *globularna, loptasta*.

Razvejana zvezdana jata se sastoje od desetina ili stotina zvezda. Njihove dimenzije su nekoliko parseka. Koncentrišu se ka galaktičkoj ravni. Njihova brzina u odnosu na Sunce relativno mala i iznosi 10-20km/s, jer zajedno sa Suncem učestvuju u rotaciji Galaksije. Zvezde razvejanih jata slične su po hemijskom sastavu Suncu i drugim zvezdama galaktičkog diska. Poznato je preko 1000 razvejanih jata, ali njihov broj treba da je bar 20tak puta veći. Njihovo posmatranje je otežano jer se ka galaktičkoj ravni koncentrišu međuzvezdani gas i prašina. Na dijagramu boja-zvezdana veličina vidimo da se u razvejanim jatima nalaze sve zvezde glavnog niza, pa i najsajnije (sjajni superdžinovi).

Primeri razvejanih jata su Plejade (Vlašići), Hijade i sl.; njihove dimenzije su reda nekoliko parseka.

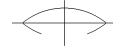
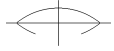
Globularna zvezdana jata se sastoje od desetina i stotina hiljada zvezda. Imaju jasnu elipsoidnu ili sferoidnu formu sa izraženom koncentracijom ka centru. Njihove dimenzija sa spoljnim omotačima (koronama!) dostižu 100-200 pc. Koncentrišu se ka centru Galaksije i pripadaju *sfernom podsistemu* (sfernoj komponenti) Galaksije. Njihove brzine u odnosu na Sunce su oko 100km/s. Razlikuju se od zvezda razvejanih jata po hemijskom sastavu: imaju manji sadržaj svih elemenata težih od helijuma. Poznato je oko 200 globularnih jata, a pretpostavka je da ih u Galaksiji ima oko 500. Kod zvezda globularnih jata na dijagramu boja-zvezdana veličina nema zvezda gornjeg dela glavnog niza i pojavljuju se tek zvezde od spektralne klase *G*. Najsajnije zvezde su desno i iznad glavnog niza i čine grane džinova i superdžinova, a ponekad sadrže i kratkoperiodične cefeide.

Globularna jata su nastala iz ogromnih oblaka gasa u ranoj epohi stvaranja Galaksije, zadržavajući svoje izdužene ornite. Obrazovanje razvejanih jata počelo je kasnije iz gasa koji se "slegao" oko galaktičke ravni i obogatio teškim elementima iz brzo evoluiranih unutrašnjosti masivnih zvezda prethodne generacije pri njihovoj eksploziji (supernove!). U najgušćim oblacima gasa nastajanje razvejanih jata i asocijacija traje i danac. Zato njihova starost nije jednaka, dok je starost globularnih jata skoro jednaka starosti Galaksije.

Zvezdane asocijacije su razvejane grupe zvezda spektralnih klasa *O* i *B* i tipa *T* Bika, dostižući 30-200 pc u prečniku. Slične su najvećim i najmlađim razvejanim jatima, ali se od njih razlikuju manjim stepenom koncentracije ka centru. Veoma su značajne za izučavanje toka zvezdane evolucije i evolucije zvezdanih sistema.

I u drugim galaksijama se sreću kompleksi od 500-1000 pc koji se sastoje od toplih mladih zvezda, koji su povezani sa džinovskim oblacima njima jonizovanog vodonika. Ti kompleksi se često nazivaju *superasocijacijama*.





Dimenzije globularnih jata su desetine parseka. Rastojanja do zvezdanih jata se određuju na više načina: bilo iz dijagrama masa–sjaj, bilo iz razlike dijagrama boja–zvezdana veličina i sl. Razvejana jata leže blizu galaktičkog ekvatora, tj. približno u ravni najveće gustine u Mlečnom putu; računi pokazuju da bi ih moglo biti desetak hiljada. Globularna jata imaju sfernu raspodelu sa koncentracijom ka centru.

Slika 4.16. Zvezdano jato



Galaksija i Metagalaksija

§ **4.16. Mlečni put.** Zvezdano nebo predstavlja prekrasan vidik u vedroj noći bez mesečine i daleko od gradskog svetla. Ako imamo priliku da u tim uslovima posmatramo nebo, videćemo da se preko njega prostire široka belo-magličasta traka koja je nazvana Galaksijom ili Mlečnim putom, a koja kod nas nosi i naziv Kumova slama. Gledajući kroz teleskop možemo da vidimo da se ta "traka" sastoji od ogromnog broja zvezda i *maglina*. Broj zvezda u Mlečnom putu prelazi 100 milijardi. Mnoge od njih nisu pojedinačne, već čine dvojne i višestruke sisteme. Mnoge od njih obrazuju posebne grupe – *zvezdana jata*. U Mlečnom putu postoji razređeni međuzvezdani gas sa primesama čestica prašine. Najgušći delovi *međuzvezdane sredine* obrazuju *svetle* i *tamne magline*. Kroz Mlečni put se prostiru elektromagnetni talasi i brze čestice – *kosmički zraci*. Najgušći deo Mlečnog puta ima oblik dvostruko ispupčenog sočiva. U toj oblasti, u širini od oko 25 Kpc i visine oko 2 Kpc skoncentrisan je veći deo mase Mlečnog puta.

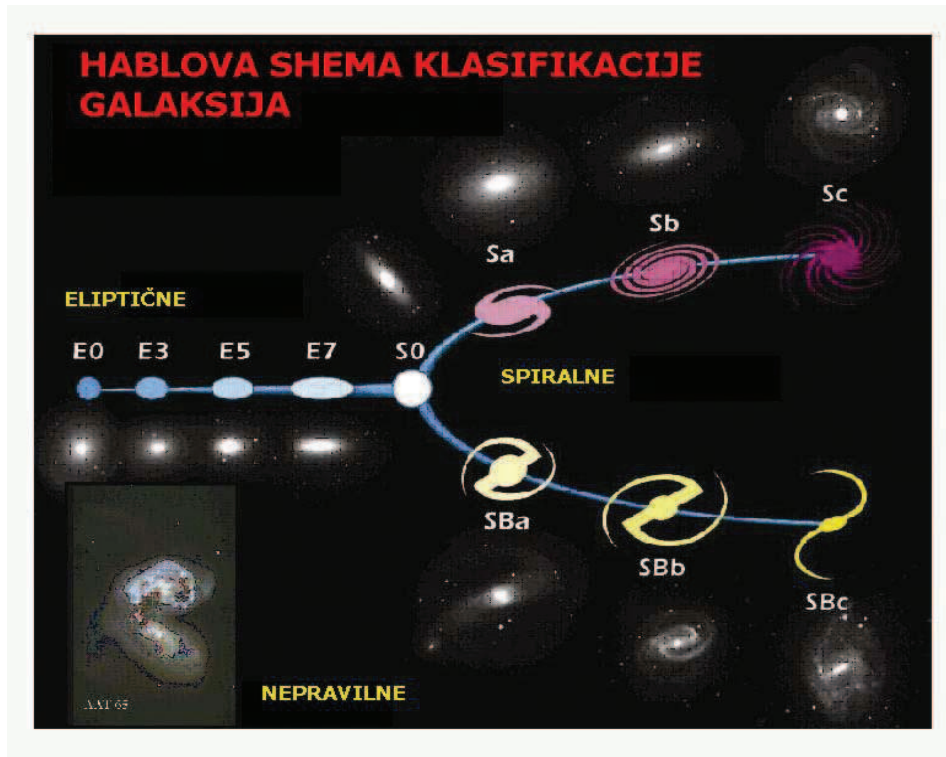
Različiti galaktički objekti imaju različitu starost i zauzimaju posebne položaje u Galaksiji. Najstariji objekti su *globularna* ili loptasta zvezdana jata i zvezde: crveni patuljci, crveni džinovi i kratkoperiodične *cefeide*; njihova starost je oko 10^{10} godina. Ovi objekti su skoro sferno raspoređeni i nazivaju se *galaktički halo* sa silnom koncentracijom ka centru Galaksije. Po svemu sudeći, ovi objekti su nastali u vreme formiranja Galaksije iz ogromnog gasno-prašinstog rotirajućeg oblaka skoro sfernog oblika, koji se sažimao pod dejstvom gravitacije.

Mlečni put je projekcija našeg zvezdanog sistema na nebesku sferu. Ravan najveće koncentracije zvezda u Mlečnom putu naziva se *galaktička ravan*, a njen presek sa nebeskom sferom se naziva *galaktičkim ekvatorom* i sa nebeskim ekvatorom zaklapa ugao od oko 62° . Prečnik Galaksije u ovoj ravni je 30 kiloparseka. Položaj najveće gustine naziva se *galaktičkim jezgrom*; od jezgra se odvajaju spiralne grane. Galaksija ima oko 100 milijardi zvezda. Sunce se nalazi blizu galaktičke ravni i na 10 kiloparseka od centra Galaksije

Prema stepenu sažimanja preostalog gasa u Galaksiji, povećavala se njegova brzina rotacije pa je gas zauzimao sve tanji i tanji sloj, približavajući se galaktičkoj ravni. Što su se zvezde kasnije stvarale, to su bile bliže galaktičkoj ravni.

Svi objekti Mlečnog puta se dele na dva tipa (populacije): populacije tipa I i populacije tipa II. U populaciju tipa II spadaju gore nabrojani stari objekti galaktičkog haloa i centralne oblasti. Objekti populacije tipa I smešteni su u blizini galaktičke ravni. U njih se ubrajaju razvejana zvezdana jata, vruće zvezde džinovi, superdžinovi, dugoperiodične cefeide, supernove, molekularni oblaci, svetle i tamne magline. Većina tih objekata su male starosti (10^7 – 10^9 godina) i njihova izražena koncentracija ka galaktičkoj ravni objašnjava se njihovom vezom sa u toj zoni preostalim međuzvezdanim gasom.

Ponekad se u međugrupu ubrajaju objekti srednje starosti, koji popunjavaju disk Galaksije srednje debljine oko 1 Kpc. To su *nove zvezde*, planetarne magline, zvezde sa slabim linijama metala u spektrima, sjajni crveni džinovi, koji se nalaze u jezgri Galaksije. Naše Sunce je starosti 5 milijardi godina i verovatno pripada populaciji diska Galaksije.

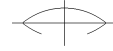
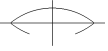


Slika 4.17. Morfologija galaksija

U širem smislu, Galaksiju osim zvezda, manjih zvezdanih sistema, maglina i sl. čini i međuzvezdana materija i kosmički zraci. Kosmički zraci su čestice velikih brzina. Procenjuje se da je danas u Galaksiji ostalo u masi oko 5% gasa, pri čemu je on koncentrisan uglavnom u spiralnim granama koje se prostiru u galaktičkoj ravni. Spiralne grane predstavljaju svojevrstne talase "zgušnjavanja", koji se prostiru po disku i koji na svom putu sažimaju i zvezdanu i, još više, gasnu komponentu. Takvo sažimanje ubrzava proces aktivnog stvaranja (rađanja) zvezda iz gasa. Jedna od tipičnih zona aktivnog stvaranja zvezda u Mlečnom putu je **Orionova maglina**.

Pošto međuzvezdani gas leži u ravni Galaksije, to su i sve mlade zvezde i njihova jata takođe u galaktičkoj ravni i kreću se po skoro kružnim orbitama, "pamteći" kretanje materije od koje su nastali. Najmasivnije zvezde u toku svog života ne mogu da se udalje mnogo od "mesta rođenja" – gustih gasnih oblaka i spiralnih grana Mlečnog puta. U tom položaju ih i vidimo u drugim spiralnim galaksijama.

Osim spiralnih rukavaca (grana) najvažniji strukturni detalj Mlečnog puta je njegovo jezgro. Ono ima složenu strukturu i teško se izučava zbog snažne međuzvezdane apsorpcije na većini talasnih dužina, izuzimajući radio i infra domen.



Oko centra Galaksije međuzvezdani gas je visoke temperature, jonizovan je i predstavlja izvor toplotnog radiozračenja. U samom centru Galaksije nalazi se izvor snažnog netermalnog (netoplotnog) radiozračenja – Strelac A. U kosmičkim uslovima takvo radiozračenje može biti povezano sa kretanjem elektrona u magnetnom polju, ali su za to potrebni *brzi elektroni*, koji obično nastaju pri eksploziji supernovih zvezda ili usled aktivnosti njihovih ostataka – brzotirajućih *neutronske zvezde, pulzara*.

Posmatranja potvrđuju da se sa radioizvorom Strelac A poklapa moćni izvor infracrvenog zračenja, koji predstavlja, po svemu sudeći, jato mladih zvezda potopljeno u gasnopršinasti oblak. Verovatno je da u toj oblasti povremeno dolazi do eksplozija supernovih koje bi mogle biti izvor aktivnosti u centru Galaksije. Nije isključena mogućnost ni da se u centru galaktičkog jezgra nalazi **veoma masivno** brzotirajuće namagnetisano plazmatično telo, tzv. *magnetoid* ili *relativistički objekat – crna rupa*.

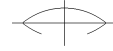
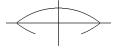


Slika 4.18. Morfologija spiralne galaksije

Sve zvezde Galaksije se kreću oko njenog centra; ugaona brzina rotacije od centra do Sunca je praktično konstantna, a dalje je rotacija nešto sporija. Uzroci su verovatno u tome što jezgro galaksije nije "centralno" u dinamičkom smislu, tj. masa jezgra nije mnogo veća od mase ostalih delova Galaksije. Brzina Sunca na putu oko jezgra je oko 225 km/s.

Rastojanje do dalekih galaksija u kojima ne mogu da se razdvoje pojedinačne zvezde određuje se iz tzv. *crvenog pomaka* u spektru. Takvo pomeranje linija proporcionalno je daljini objekta.





§ **4.17. Normalne galaksije.** *Normalne galaksije* Još je Heršel uneo u kataloge hiljade magličastih pega za koje se tada mislilo da su magline, oblaci međuzvezdane materije. U radovima Habla, početkom XX veka pokazano je da većina tih "maglina" sadrži mnoštvo zvezda i da se većina nalazi daleko iza granica naše Galaksije, tj da i one predstavljaju galaksije slične našoj. Po klasifikaciji koju je izveo Habl galaksije se dele u osnovi na tri tipa: spiralne, eliptične i nepravilne. ❀

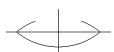
Raznovrsnost tipova galaksija govori i o različitim etapama njihove evolucije.

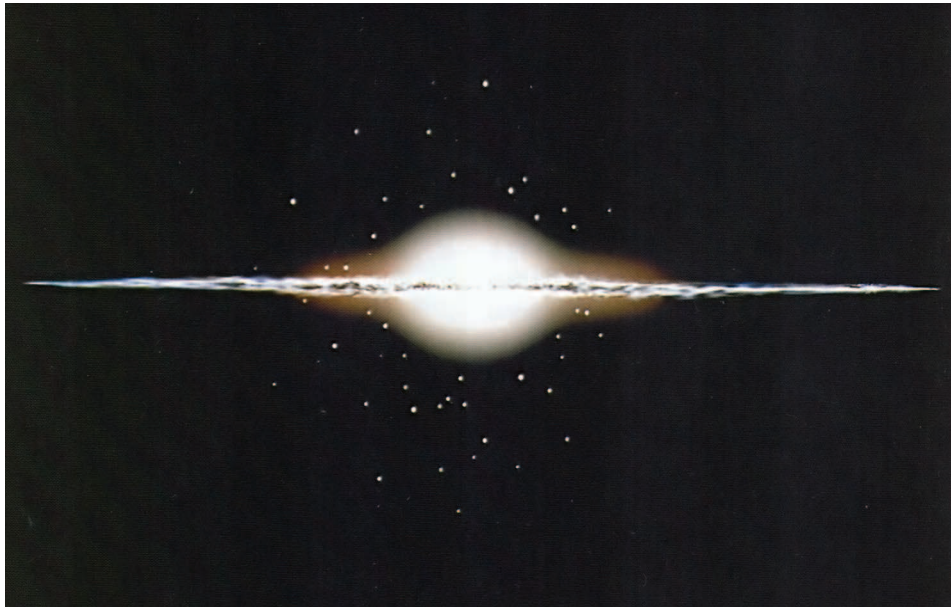
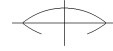
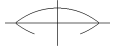
Posmatranja su pokazala da ova klasifikacija u suštini obuhvata sve tipove tzv. **normalnih** galaksija, ali da je nedovoljna da obuhvati svu raznovrsnost formi i svojstva galaksija. Otkrivene su međuforme spiralnih i eliptičnih galaksija, tzv. *ogoljene (mnogi ih nazivaju: galaksije sa pre—chagom) spiralne galaksije*, otkrivene su *patuljaste eliptične* galaksije malog sjaja i *kompaktne galaksije*, koje se mogu videti samo najvećim teleskopima. Kod mnogih galaksija registrovano je snažno radiozračenje i one su nazvane *radiogalaksijama*. Kompaktne i veoma udaljene radiogalaksije nazivaju se *N – galaksijama*. Otkrivena je cela klasa *aktivnih* galaksija, među kojima su najpoznatije tzv. *Sajfertove galaksije*. Sajfertove galaksije se odlikuju sjajnim linijama u spektru, koje ukazuju na moćne erupcije gasa iz njihovog centra koje dostižu brzinu i do nekoliko hiljada kilometara u sekundi. ❀

Galaksije se sreću u parovima i u većim grupama, kao što su Magelanovi oblaci i M31. Kod tesnih parova galaksija dolazi do znatne promene (deformacije) obilka, spajaju se lukovima ("ćuprijama"), bacaju repove, sve u svemu to su *interagujuće* galaksije. Sreću se *gnezda* i *lanci* galaksija; kod prvih su galaksije gusto razmeštene, kod drugih su galaksije raspoređene u relativno redak niz. ❀

Galaksije formiraju grupe i jata; primer takve grupe je *Lokalna grupa galaksija*. Dimenzije jata su reda 3Mpc, a ponekad dostižu i 20 Mpc. Dobro je poznato džinovsko jato u Devojci, koje sadrži nekoliko hiljada galaksija. Daljina do centra tog jata je 11 Mpc. Na daljini od 70 Mpc od nas nalazi se još brojnije jato galaksija u sazvežđe Comma Berenices. Posmatranja pokazuju da se rastojanje među jatima galaksija menja, tj. povećava se sa vremenom. U savremenoj kosmologiji pojava razbegavanja galaksija se povezuje sa pojavom *širenja Vasiona*. ❀

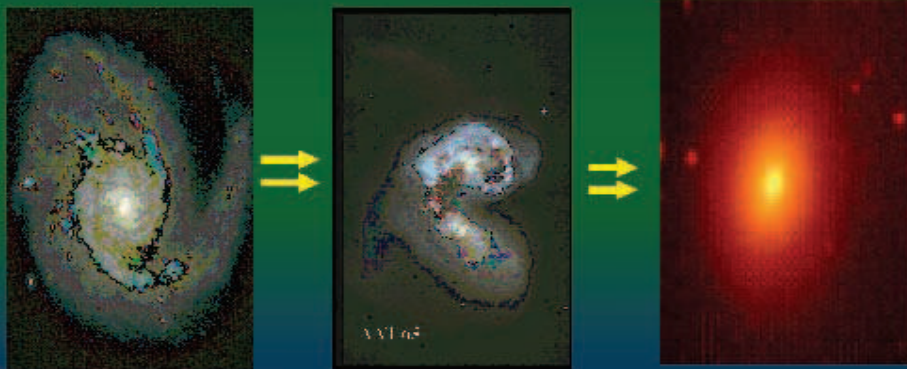
Analizirajući rezultate posmatranja galaksija i *reliktnog* zračenja, astronomi su zaključili, u trenutku kada je oblast istraživanja prešla granicu od 100Mpc u poluprečniku, da je raspodela materije u Vasioni homogena i izotropna, tj. ne zavisi ni od položaja ni od pravca u prostoru. Iz teorije relativnosti sledi da takva svojstva **povlače** za sobom promenu rastojanja sa vremenom među objektima koji ispunjavaju Vasionu, tj. Vasiona mora ili da se *sažima* ili da se *širi*. Posmatranja ukazuju da dolazi do **širenja**. ❀

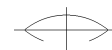




Slika 4.19. Mlečni put

Teorija galakticke evolucije Koje su faze galaksija?

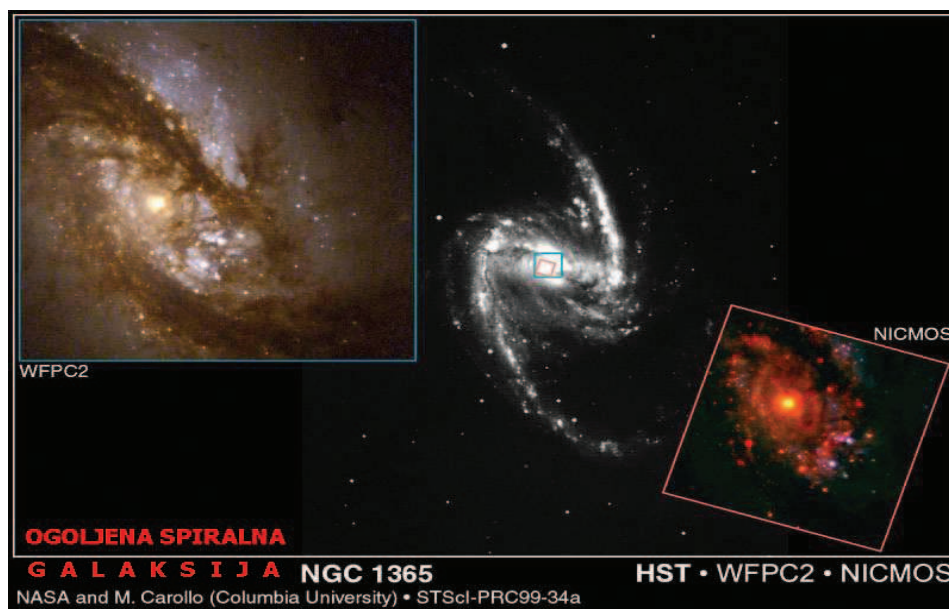
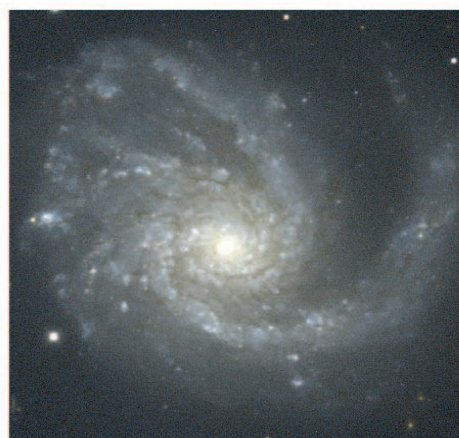


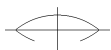


§ **4.18. Spiralne galaksije.** Naša galaksija i galaksije slične *spiralne strukture* spadaju u najveće galaksije. One rotiraju sa periodom od nekoliko stotina miliona godina. Spiralne grane se sastoje od toplih zvezda, cefeida, superdžinova, razvejanih jata i gasovitih maglina. Neutralni vodonik čini 5–10% ukupne mase.

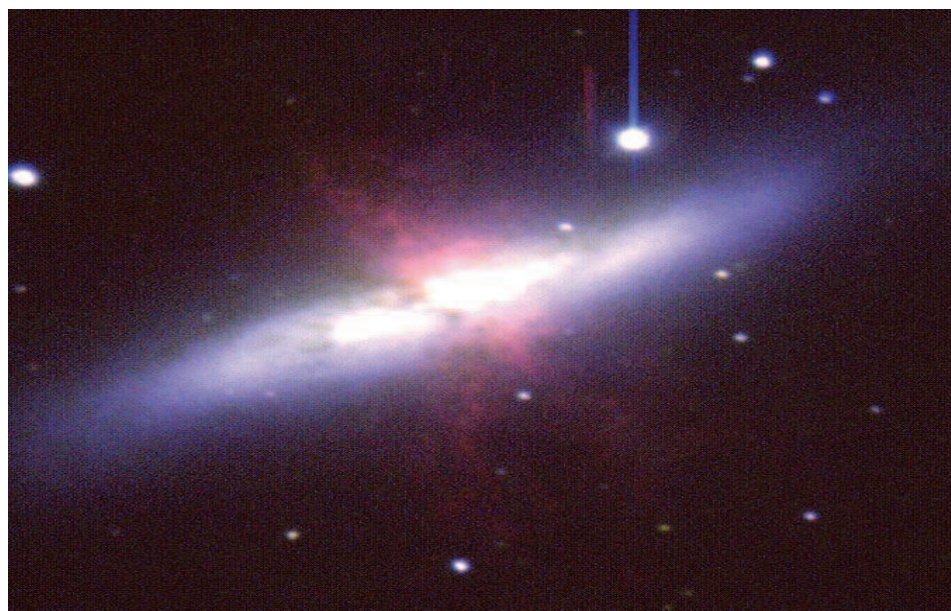
Spiralne galaksije

- Spiralna grane, plave i mlade zvezde, grane su guste i široke
- Mnogo gasa
- Mnogo prašine
- Centralno ispupčenje su crvene starije zvezde

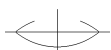


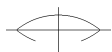


- ✿ § 4.19. **Nepravilne galaksije.** U grupu *nepravilnih* galaksija spadaju Maly i Veliki Magelanov oblak, sateliti naše galaksije. Udaljenost do njih je 150000 svetlosnih godina. Nepravilne galaksije su znatno manje od spiralnih; u njihov sastav ulaze isti tipovi zvezda kao i u grane spiralnih galaksija.



Slika 4.20. Nepravilna galaksija



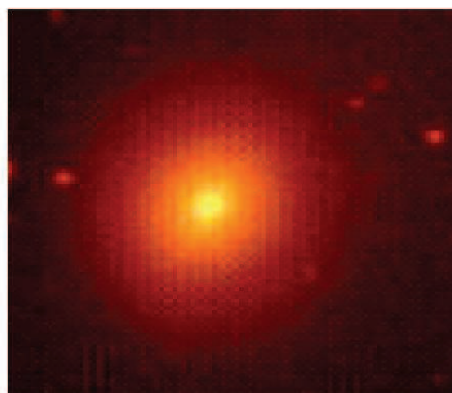


- ✿ § 4.20. **Eliptične galaksije.** U skupovima galaksija sreću se i *eliptične* galaksije, koje rotiraju krajnje sporo i nisu spljoštene. U njima nema superdžinova, a ni maglina.



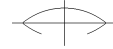
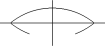
Eliptičke galaksije

- Nema spiralnu strukturu
- Zaobljene, glatke i bez osobenosti
- Crveno-narandžaste i stare zvezde
- Nema gasa
- Nema prašine



Apsolutna zvezdana veličina gigantskih galaksija je oko -21^m , a kod patuljastih galaksija je oko -13^m .





§ 4.21. Radiogalaksije i kvazari. Galaksije su izvori radiozračenja, bilo iz neutralnog vodonika na talasnoj dužini od 21 cm, ili usled usporavanja elektrona u magnetnom polju galaksije (netoplotno, sinhrotrono zračenje).

- ✿ Galaksije sa jakim sinhrotronim zračenjem nazivaju se *radiogalaksijama*; u radiogalaksijama se najčešće registruju dva izvora radiotalasa na raznim stranama u odnosu na vidljivi deo galaksije. Uzrok ove dvojnosti je verovatno u nekoj eksploziji u jezgru galaksije.

U položajima nekih radioizvora registrovani su objekti veoma slični slabim zvezdama, a kod kojih je registrovano veliko pomeranje linija ka crvenom delu spektra.

- ✿ Ti objekti su nazvani *kvazarima* (kvazi zvezdani radio izvori) i pojavljuju se u ulozi najudaljenijih nebeskih objekata. Oni su i do 100 puta sjajniji od gigantskih galaksija, ali najsajjniji od njih, zbog ogromnih daljina, ne prelazi 13^m prividne veličine. Još je nejasan mehanizam stvaranja kolosalnih tokova energije koju emituje kvazar u vidljivoj i radio oblasti.

- ✿ *Reliktno zračenje* ili mikropozadinsko radio zračenje, koje ispunjava celu posmatranu Vasionu, je toplotno elektromagnetno zračenje koje odgovara temperaturi od $2.7 K$. Ovo zračenje predstavlja ostatak–relikt epohe u istoriji ekspanziona Vasiona kada je sva materija bila u obliku usijane plazme. Plazma je bila nepropusna za zračenje. Zračenje je tada bilo u ravnoteži sa usijanom materijom i imalo je veoma visoku temperaturu. Usled potonjeg širenja Vasiona to zračenje se ohladilo do temperature od $2.7 K$.

Postojanje reliktnog zračenja predviđeno je teorijski 40tih godina XX veka. Otkrili su ga američki naučnici 1965. godine iz radioastronomskih posmatranja. Spektar ovog zračenja je izmeren za širok dijapazon talasnih dužina. Reliktno zračenje je važno jer mala odstupanja njegovog intenziteta od ravnomernosti, a takođe neveliki otklon spektra od strogo ravnotežnog, nose važnu informaciju o nebeskim procesima kako u prošlosti, tako i u sadašnjosti Vasiona. Posmatranja reliktnog zračenja su pokazala da se Sunčev sistem kreće u odnosu na pozadinu (fon) reliktnog zračenja brzinom od 400 km/s. U paragrafu o kosmologiji, odeljak o poreklu nebeskih tela, biće dati neki detalji kosmoloških principa i modela. Ovde navodimo da je kao posebna mera veličine Vasiona u funkciji vremena u astronomskoj razmatranja uveden *kosmički dimenzioni faktor*, $R(t)$. U tom smislu *Hablova konstanta* kao mera brzine širenja Vasiona je data jednačinom

$$H_0(t) = \frac{1}{R(t)} \frac{dR}{dt}.$$

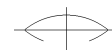
Njena recipročna vrednost je vreme proteklo od trenutka aktiviranja standardnih kosmičkih uslova, što se u nekim teorijama označava "Velikim praskom" ("vruća" vasiona) a u nekim "Velikom erupcijom" ("hladna" Vasiona). To vreme se naziva Hablovo vreme. Ako se uslovi širenja menjaju, onda H_0 i nije konstantna veličina. Kosmički dimenzioni faktor se naziva i radijusom krivine (vidi sliku 4.40.) i ona je

- ✿ sa *crvenim pomakom*, z povezana preko

$$1 + z = \frac{R(t_0)}{R(t_1)},$$

gde je t_0 tekući trenutak, a t_1 trenutak emitovanja zračenja.





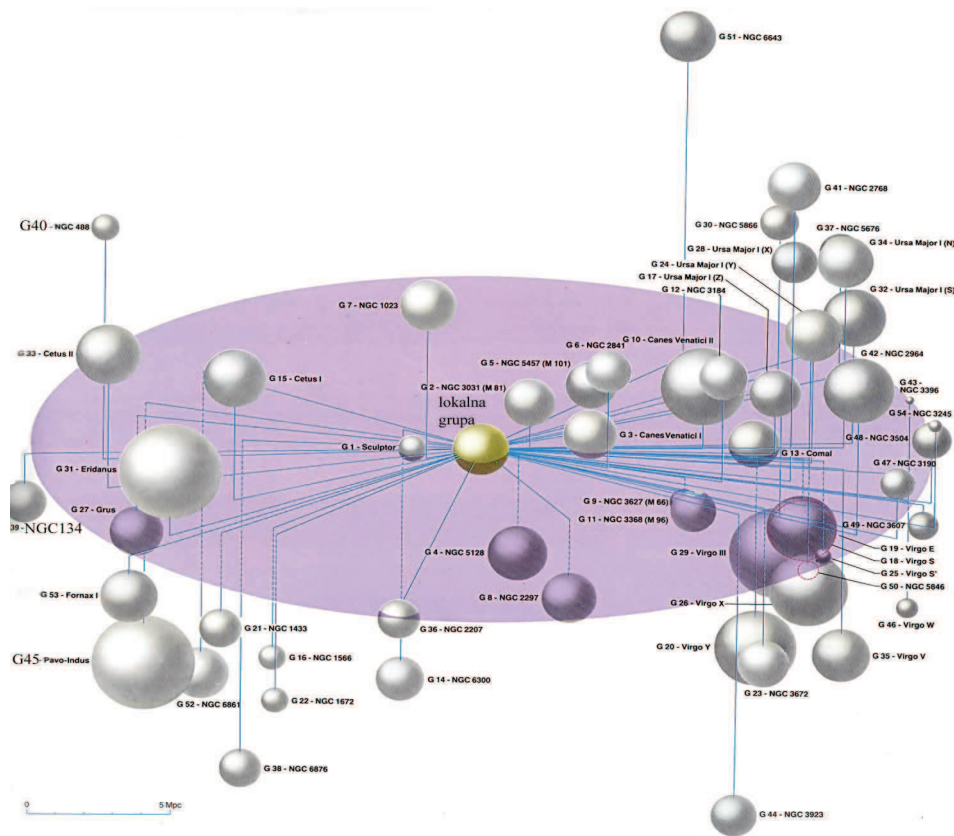
§ 4.22. Metagalaksija. Kao i zvezde i galaksije se mogu grupisati u dvo-
jne i višestruke sisteme, u jata, razvejana i zbijena. Na pr., nama najbliže
jato galaksija je u sazvežđu Devojke. Raspodela galaksija u prostoru je rav-
nomerna i nema znakova opadanja gustine sa rastojanjem. *Metagalaksijom* nazi-
vamo skup svih galaksija i njihovih sistema, od kojih sada raspoznavamo samo mali
deo. Kretanja u Metagalaksiji dobro opisuje Hablov zakon i ceo vidljivi deo Meta-
galaksije je zahvaćen "širenjem". ❁

Zbog svega toga se ne može govoriti o tačnim dimenzijama Metagalaksije. U
ekspanzionoj Metagalaksiji već je i pojam rastojanja do veoma udaljenih objekata
složen i nema jednoznačan smisao. Možemo smatrati da su razmere Metagalaksije
iznad nekoliko hiljada Mpc i da do sada nije registrovan nijedan fizikalno izdvojen
centar ili smer kretanja. Čini se da su svojstva i raspodela materija izvan granica
Metagalaksije isti kao i u njoj.



Slika 4.21. Galaktičko jato



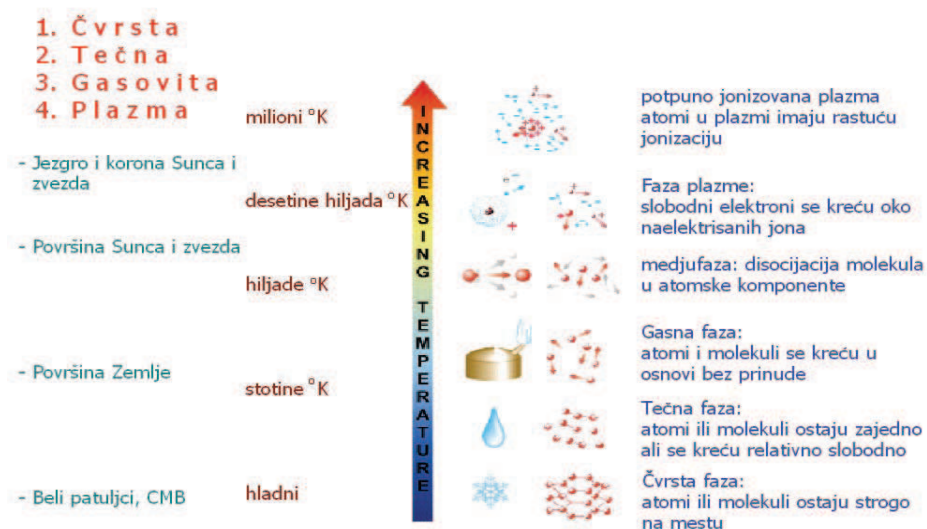


Slika 4.22. Metagalaksija, Lokalna grupa galaksija, jata galaksija, galaksije

Međusistemska sredina

Četri stanja materije

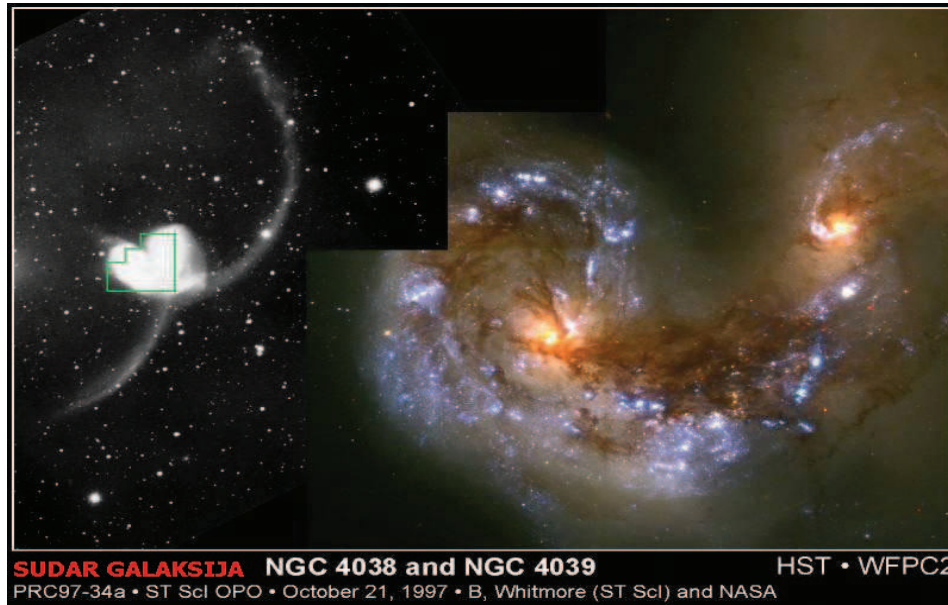
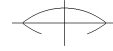
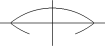
Zaista postoji više od 3 stanja?



§ 4.23. **Međuplanetska sredina.** Među planetski prostor u kome se kreću planete i ostali članovi Sunčevog sistema sadrži mnoštvo gasova i čestica prašine. Najčešće sadržaj međuplanetskog prostora registrujemo posredno, preko pojava zodijske svetlosti i sl. Zodijska svetlost predstavlja rasejanu sunčevu svetlost na česticama međuplanetskog prostora.

Poreklo materije u međuplanetskom prostoru je u ostacima kometa, rasipanju atmosfera pod raznim dejstvima i slično.

§ 4.24. **Međuzvezdana sredina.** Postojanje apsorpcije svetlosti zvezda (kolor ekscjes!), tj. opadanje sjaja zvezda sa daljinom i sa smanjenjem talasne dužine, pokazuje da su u međuzvezdanom prostoru prisutne čestice dimenzija uporedivih sa talasnom dužinom svetlosti.



Slika 4.23. Sudar galaksija

Istraživanja su pokazala da sloj međuzvezdane prašine širine 200–300 parseka duž galaktičke ravni čine delom neprekidna razređena sredina, delom oblaci veće gustine (tamne magline). Pri određivanju daljina postojanje ove sredine mora da se uzme u obzir.

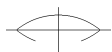
Ako se u blizini većeg oblaka međuzvezdane prašine nađe sjajna zvezda, ona osvetljava oblak i on svetli reflektovanom svetlošću koja može da bude primetna; to su difuzne magline. Kada kao izvor svetlosti preovlađuje refleksija na gasovima govore o svetlim gasnim maglinama.

Planetarne magline imaju oblik pločice sa zvezdom u sredini; pri posmatranju liče na planete pa su tako i dobile ime.

§ 4.25. Magnetno polje. U galaksiji postoji magnetno polje. Njegove linije sile su paralelne galaktičkoj ravni i savijaju se prateći spiralne grane. Polje sprečava rasejavanje difuznih gasnih maglina, a takođe zadržava i kosmičke zrake koji se stvaraju pri eksplozijama supernovih.

❁ Krećući se velikim brzinama duž linija sile magnetnog polja, kosmički zraci izlaze iz diska Galaksije i obrazuju nešto slično *koroni*, sfernu tvorevinu koja ne zrači.





Poreklo i razvoj nebeskih tela i sistema

§ 4.26. **Uvod.** Astronomija se takođe bavi i problemima nastanka i razvoja nebeskih tela i sistema. Osnovna teškoća svih teorija nastanka i razvoja nebeskih objekata je u neuporedivosti starosti nauke i starosti samih objekata.

Postoje različite metode za određivanje starosti objekata u kosmosu. Ono što je za sada usvojeno daje zadovoljavajuće rezultate u posebnim slučajevima, ali generalizacija metodologije nije uvek moguća.

§ 4.27. **Kosmologija.** Evidentno je da od perioda nastanka i razvoja antičke grčke nauke do danas komponovana su znanja o svetu koji nas okružuje. Savremeni pogled na strukturu i evoluciju Vasiona može da se izloži samo kroz praćenje granica spoznaje, kroz praćenje procesa osmišljavanja činjenica i stvaranja velikih teorija. Za sve to osim astronomskog eksperimenta bila je potrebna i matematika i fizika. Ovo je deo astronomije koji ne samo da privlači objašnjenjima i hipotezama, nego nagoni čitaoca za se i sam uključi u potragu za "istinom".

Dakle, strukturom i evolucijom Vasiona bavi se posebna oblast astronomije – *kosmologija*. NJenu empirijsku osnovu čine astronomska posmatranja, a teorijski aparat je izgrađen na zakonima i zaključcima osnovnih fizikalnih teorija. Najvažniju ulogu u kosmologiji igra teorija gravitacionog polja, jer se upravo gravitacijom određuje raspodela i kretanje masa na kosmičkim daljinama. Centralno mesto u kosmologiji zauzimaju predstave o vremenu i prostoru. Interesantno je da se izlaganje o usavršavanju astronomskog eksperimenta i teleskopa javlja kao neprekidna paralela sa izlaganjem Njutnove teorije gravitacije i specijalne i opšte teorije relativnosti.

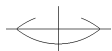
Teškoće u prelazu sa klasične mehanike i teorije gravitacije na njihovo relativističko uopštenje nisu povezane samo sa matematičkim usložnjavanjem izlaganja, nego su više povezane sa promenom samih pojmova i koncepcija.

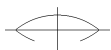
U običnom životu ne srećemo sa brzinama bliskim brzini svetlosti, niti se srećemo sa moćnim gravitacionim poljima, a oni su u Vasioni "obična" pojava.

U prethodnih 20 stoleća konkretna kosmologija se svodila na *kosmogoniju* tj. na izučavanje nastanka Sunčevog sistema. I pored toga što su ljudi mogli da vide i zvezde, one su smatrane samo nebeskim ukrasom, a vrlo retko i predmetom izučavanja. Ne tako davno ljudi su "saznali" da žive u raznovrsnom i nespokojnom svetu galaksija.

Govoreći o misliocima prošlosti, možemo pratiti dve linije: jedna je linija **aristarh – Kopernik – Kepler** koji su stvarali model Sunčevog sistema i čiji glavni rezultat je bio izvođenje zakona kretanja planeta na osnovi **astronmskih posmatranja**. Druga linija je **Arhimed – Galilej – Njutn**, koja osim odgovora na pitanje **kako** se kreću planete daje odgovor i na pitanje **zašto** se baš tako kreću planete i ostala tela Sunčevog sistema. Time je zaokružen glavni rezultat: zasnivanje klasične mehanike i teorije gravitacije.

Ovde naglašavamo da **plodna** naučna teorija može da bude samo ona teorija koja **stvara višak** u smislu broja pojava i činjenica koje ona **može** da objasni u





odnosu na broj poznatih, evidentiranih!) pojava i činjenica koje ne može da objasni. Upravo u takvu teoriju i spada NJutnova teorija gravitacije ili, zakon univerzalne gravitacije. Ona može da se primeni na širok spisak pojava i astronomskih sistema: plimska dejstva, dvojni i višestruki sistemi zvezda, globularna jata i galaksije i sl.

Najjednostavniji kriterijum primenljivosti NJutnove teorije gravitacije, a to je majušnost gravitacionog potencijala u odnosu na kvadrat brzine svetlosti, nije zadovoljen za ogromnu masu materije koja je dostupna današnjim posmatranjima.

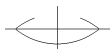
- ✿ Savremena relativistička teorija gravitacije je srž Ajnštajnovе *opšte teorije relativnosti*. Stvaranje relativističke teorije gravitacije i njena primena na gravitacione sistema ogromnih razmera išlo je paralelno sa izučavanjem prostorne raspodele galaksija i dokazom nestacionarnosti posmatranog sistema galaksija i njihovih jata. Tako je nastao pojam ekspanziona Vasione, tako se pojavilo pitanje njene prošlosti i budućnosti.

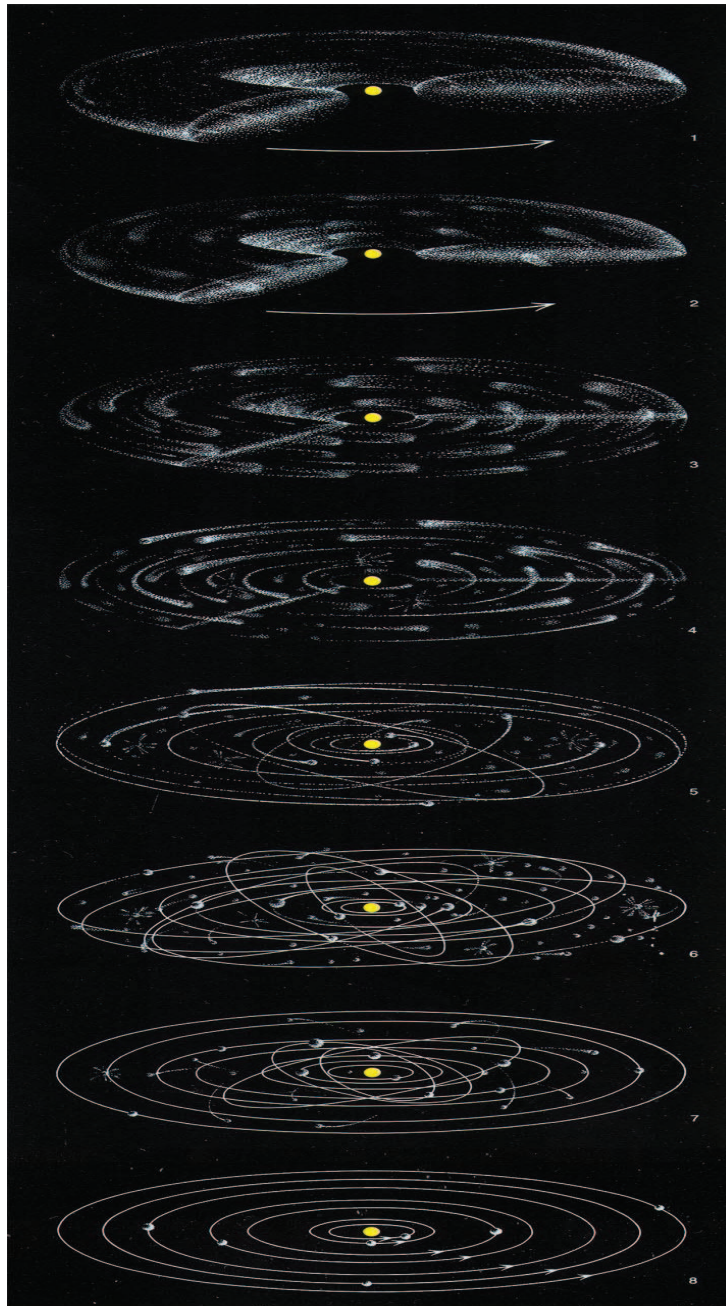
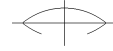
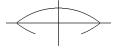
Zaključci relativističke teorije gravitacije deluju porazno na zdravorazumski pogled na svet, ruše uobrazilju, ali, bar za sada, izvrsno se slažu sa rezultatima posmatranja. Moguće je da nas tek čeka zadivljujuća predstava o Vasioni, kada se ostvari sinteza teorije relativističke gravitacije i kvantne teorije. Ova sinteza je neophodna za objašnjenja najdubljih zakonitosti u uslovima rane Vasione. Vrlo često ovo se označava potrebom stvaranja *kvantne teorije gravitacije* koja se u deskriptivnim pristupima označava sa **veliki prasak** (Big Bang). Fizički uslovi veoma rane Vasione biće polazna osnova za kasniju epohu, kada je došlo do stvaranja strukturnih jedinica kao što su galaksije i njihova jata.

Jedno od osnovnih i najbitnijih pitanja savremene kosmologije je: **kako i zašto su nastali astronomski sistemi** najrazličitijih dimenzija, koji je smer kosmičke evolucije: **sažimanje – kolaps ili fragmentacija?**

- ✿ Danas je prihvaćena *teorija usijane Vasione*, koja se ponekad naziva **teorijom primordijalne usijane lopte**. Kako se vidi iz naziva, teorija "vruće" Vasione polazi od toga da je dogalaktiča materija bila gusta i usijana. Registrovano reliktno zračenje sa temperaturom od oko $3^\circ K$ u ovoj teoriji se jednostavno i lako interpretira kao zračenje te daleke epohe, koje je rashlađeno zbog širenja Vasione.
- ✿ Na drugoj strani, javlja se i teorija *hladne Vasione*, u kojoj se postojanje reliktnog zračenja objašnjava pretpostavkom da je u ranom stadijumu širenja temperatura bila jednaka apsolutnoj nuli, a mikrotalasno pozadinsko zračenje na $3^\circ K$ je nastalo kasnije iz "transformacije" svetlosti koju su proizvela hipotetičke masivne zvezde primordijalnog pokoljenja. Ovaj proces se sreće pod nazivom "velika erupcija".

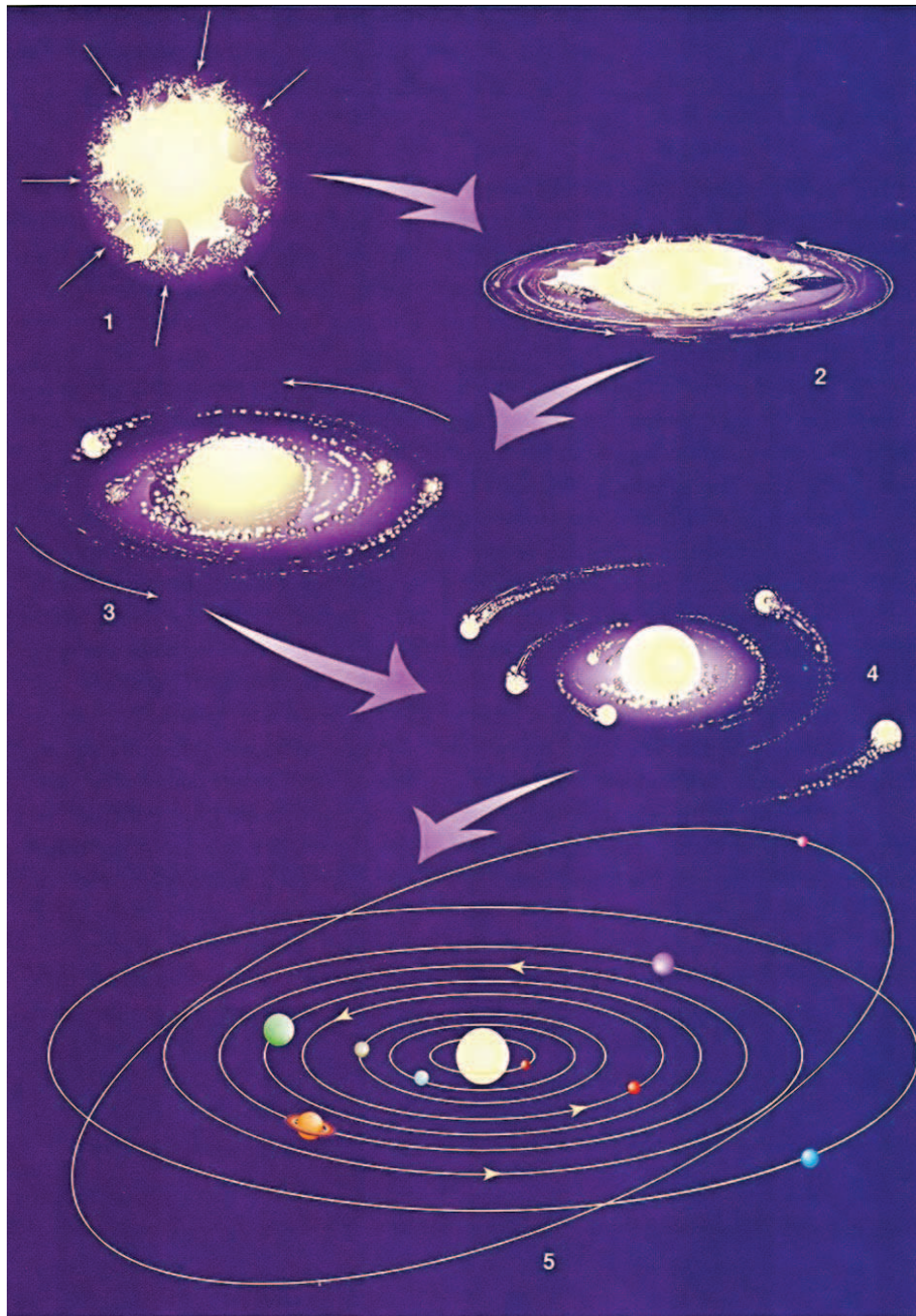
Ovde možemo samo da konstatujemo da očekivano veliko odstupanje posmatračkog spektra pozadinskog zračenja od Plankove krive raspodele u teriji hladne Vasione nije potvrđeno novijim merenjima, dok je većina pretpostavki modela vruće Vasione potvrđena.





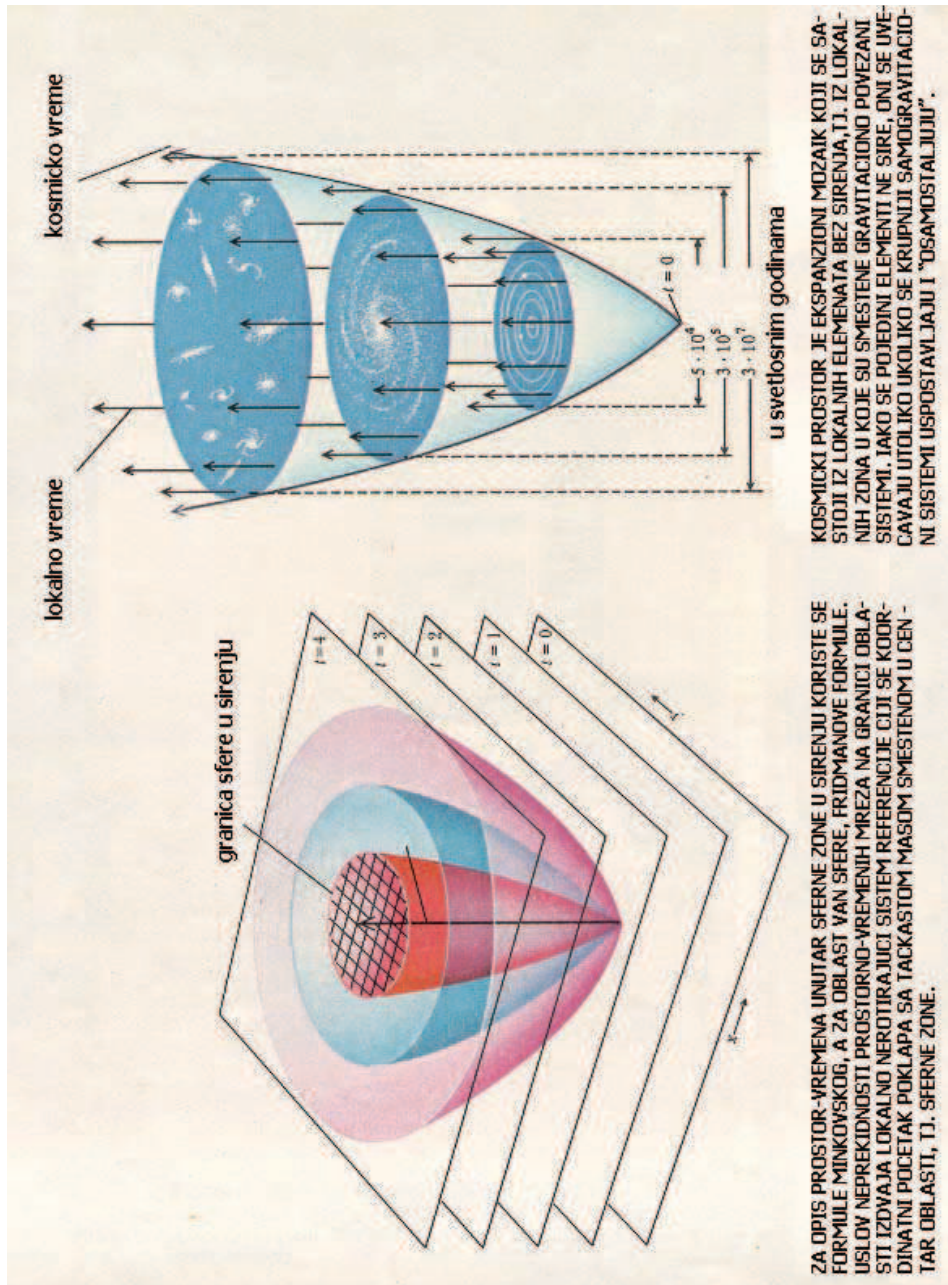
Uzastopne faze u procesu formiranja planeta
prema teoriji akrecionih diskova

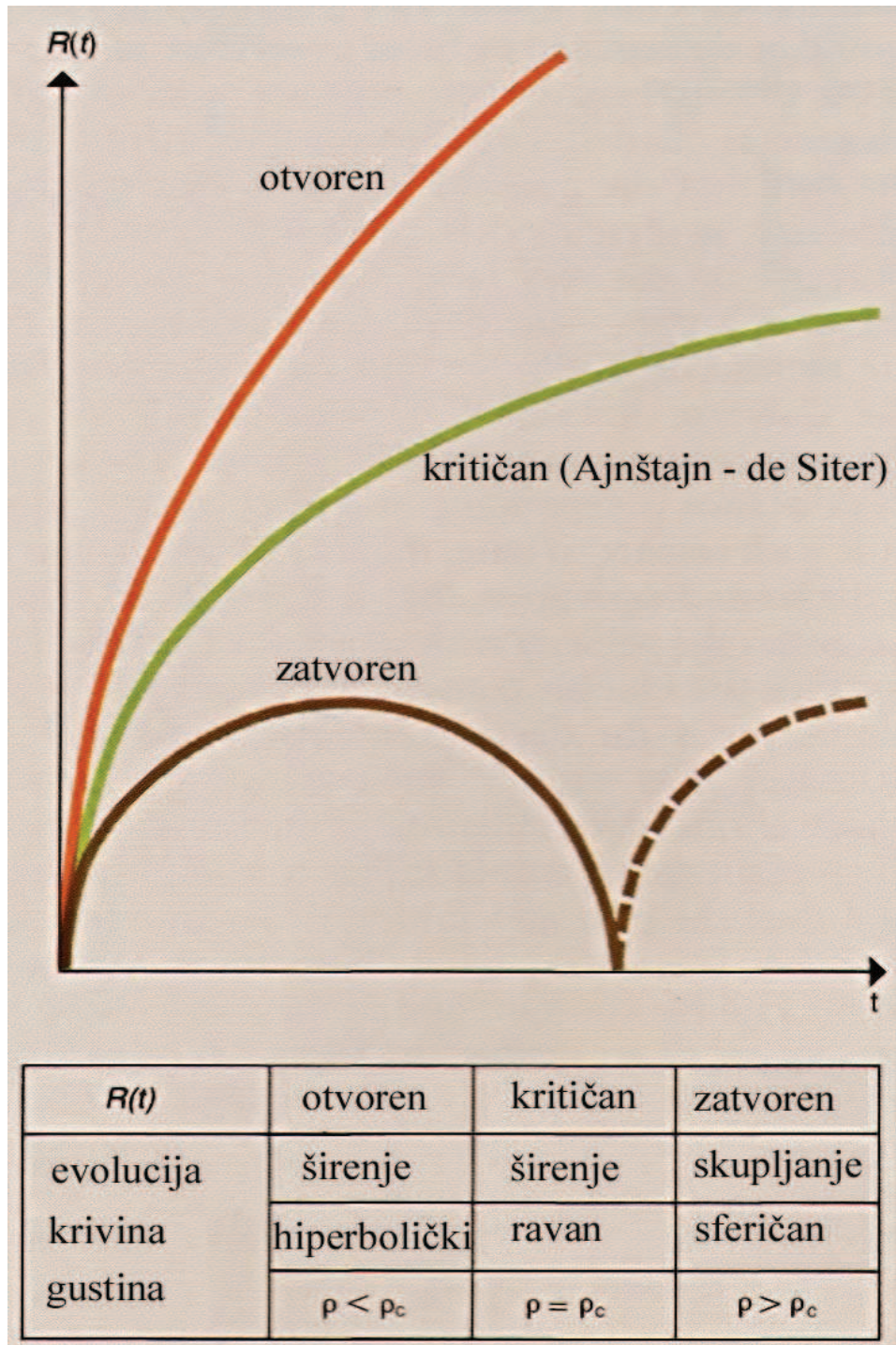


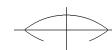


Što se tiče nastanka našeg Sunčevog sistema, situacija je vrlo slična; postoji veći broj hipoteza koje su prerasle u skoro-teorije. Sve one imaju za sada dovoljno nedostataka da bi mogla neka od njih da se izdvoji kao najbolja.

Treba samo istaći da je Vasiona pa i najmanji njen deo u naučnom smislu beskonačna u vremenu i neprekidna u promeni.







Г Л А Б А П Е Т А



Deformacije koordinatnih sistema

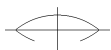
§ **5.1. Uvod.** Ova glava biće specifična utoliko što će se u njoj razmatrati sve pojave koje dovode do deformacije koordinatnih sistema korišćenih u astronomiji. To se odnosi na praktične detalje koji se nalaze kako u situaciji vezivanja koordinatnog početka za određenu tačku, u slučaju prelaza iz topocentra u geocentar, recimo, tako i u slučaju promene osobina sredine u kojoj se nalazi posmatrač sa instrumentima. U kasnijim paragrafima, razmatrana je stvarna priroda udaljenosti koordinatnih početaka i rezultujućii uticaji aberacije i paralakse na položaj. Uzrok aberacije je kretanje posmatrača u odnosu na geocentar, tj. Zemljina rotacija. Dakle, aberacioni uticaj se naziva *dnevna aberacija*. Slično tome, odgovarajući efekt paralakse naziva se *dnevna paralaksa*, mada se, takođe, koristi i termin *geocentrična paralaksa*. ❀
❀
❀

§ **5.2. Refrakcija.** Svetlosni zraci su deo geometrizacije pojava vezanih za prostiranje elektromagnetnog zračenja iz oblasti vidljivog dela spektra. Razmotrimo slučaj prostiranja svetlosnih zraka kroz vakum ili kroz homogenu svetlopropusnu sredinu. Pojava prelamanja svetlosnih zraka na granici dveju materijalnih sredina različitih gustina naziva se *refrakcijom* ili *prelamanjem* svetlosti. ❀

Atmosferska refrakcija je istorijski odomaćen termin koji označava prelamanje svetlosnih zraka pri prostiranju kroz Zemljinu atmosferu. Često se ova pojava u kontekstu astronomskom označava samo terminom refrakcija ili *astronomska refrakcija*. Napominjemo da je najsvrsishodnije koristiti termin **astronomska refrakcija** jer se njime lako obuhvataju i poslednja dostignuća astronomskih eksperimenata izvedenih i na drugim nebeskim telima, tj. on može i treba da obuhvati **svaku refrakciju** u atmosferi nebeskih tela uopšte, planeta posebno, u uslovima realizacije astronomskog eksperimenta. Ovo poslednje znači da se u slučaju potrebe za visokom tačnošću ne smeju zanemariti ni takozvani lokalni i mikro prostorni uslovi. Primer je pojava i pojam *paviljonske refrakcije* i sl. ❀

Da bi se sve navedeno pravilno uzelo u obzir kada se govori o nazemnoj refrakciji, tj. refrakciji koju stvara Zemljina atmosfera, ona se deli na *prizemnu* i *astronomsku* u užem smislu. U tom smislu ćemo ovde i nastaviti izlaganje. ❀
❀





Pod **prizemnom** refrakcijom podrazumevamo pojavu prelamanja svetlosnih zraka koji stižu od udaljenih zemaljskih izvora svetlosti. O njoj u ovom trenutku nećemo voditi računa.

Pod **astronomskom** refrakcijom podrazumevamo pojavu prelamanja svetlosnih zraka koji stižu od **nebeskih tela**. U sva posmatranja i merenja položaja nebeskih tela mora da se unese popravka za skretanje svetlosnog zraka u atmosferi Zemlje.

Neka je z zenitna daljina nebeskog svetlosnog izvora – nebeskog tela koja je neizmenjena (nedeformisana!) refrakcijom, a ζ je posmatrana zenitna daljina. Tada je astronomska refrakcija, u oznaci ρ , data izrazom

$$\rho = z - \zeta.$$

Gustina atmosfere Zemlje opada sa visinom i , mada je to opadanje skoro eksponencijalno, oblik te eksponencijalnosti i njena odstupanja zavise od niza promenljivih i veoma složenih uticaja, koji teško da svi mogu biti uzeti u obzir. U strogom smislu, **tačan račun** refrakcije ne postoji. Zbog svega toga, u astronomskoj praksi se pribegava stvaranju uslova za što manji uticaj refrakcije na koordinate nebeskih tela. Jedan od načina je da se opservatorije i instrumenti smeštaju što dalje od naseljenih mesta i na što veće visine, tj. na planinske platoe i vrhove visine 2000 metara i više.

Da bismo izveli formule za račun refrakcije podsetimo se nekih rezultata iz fizike.

- ✿ Poznato je da je *indeks prelamanja* za datu sredinu jednak odnosu sinusa upadnog i sinusa prelomnog ugla, gde je upadni ugao, ugao koji upadni zrak kroz vakum zaklapa sa normalom na površinu date sredine, a prelomni ugao je ugao koji svetlosni zrak posle prelamanja i prelaska u datu sredinu zaklapa sa istom normalom:

$$\mu = \frac{\sin i}{\sin r}.$$

Indeks prelamanja Zemljine atmosfere zavisi od njene gustine i može da se predstavi izrazom

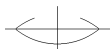
$$\mu = 1 - c\sigma, \quad (5.1)$$

gde je c neka konstanta, a σ je gustina vazduha određena iz Bojl-Mariotovih i Gej-Lisakovih gasnih zakona

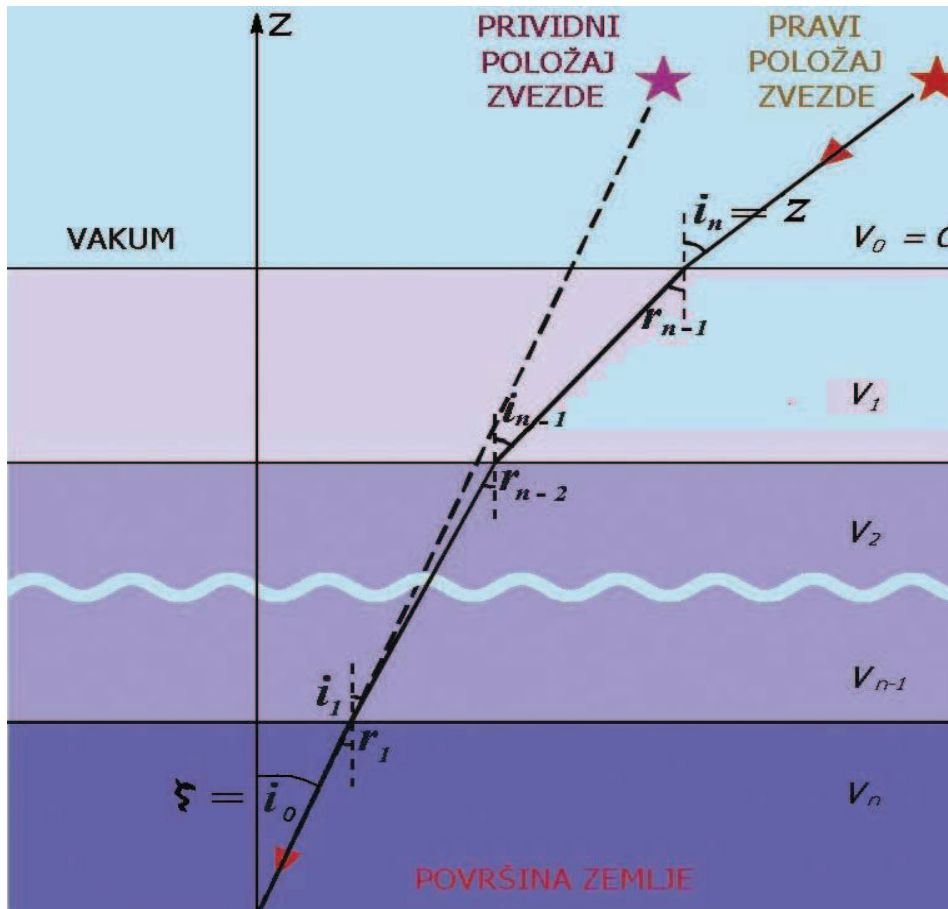
$$\sigma = D \frac{b}{760} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ}. \quad (5.2)$$

Ovde je b visina živinog stuba u barometru, $D = 0,0012928$ je normalna gustina vazduha dobijena fizikalnim eksperimentima pri pritisku od 760mm živinog stuba i pri temperaturi 0° Celzijusa, t° je temperatura vazduha u stepenima Celzijusa. Poznato je da je pri prelazu svetlosnog zraka iz jedne sredine u drugu odnos sinusa upadnog i sinusa prelomnog ugla jednak recipročnom odnosu indeksa prelamanja tih sredina, tj.

$$\frac{\sin i_n}{\sin i_{n-1}} = \frac{\mu_{n-1}}{\mu_n}.$$



Približna formula za refrakciju. Pretpostavimo da se atmosfera Zemlje sastoji od proizvoljno tankih planparalelnih površi koje su istovremeno paralelne i ravni horizonta. Iskustvo pokazuje da ovu aproksimaciju možemo primeniti na zenitne daljine do 70° , tj. $z < 70^\circ$. Neka je "iznad" atmosfere indeks prelamanja jednak jedinici, $\mu_0 = 1$, u prvom sledećem sloju μ_1 , zatim μ_2 i tako redom do površine Zemlje gde je indeks prelamanja μ_n .

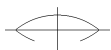


Slika 5.1. Planparalelni model atmosfere

Upadni ugao svetlosnog zraka na grnicu prvog plan[aralelnog sloja atmosfere jednak je **pravoj zenitnoj daljini** nebeskog objekta, tj. $i_1 = z$. Primenjujući na uzastopne slojeve odnos sinusa upadnog i prelomnog ugla u njegovu vezu sa indeksima prelamanja u slojevima, imamo da je

$$\frac{\sin i_n}{\sin i_{n-1}} = \frac{\mu_{n-1}}{\mu_n}, \quad \frac{\sin i_{n-1}}{\sin r_{n-1}} = \frac{\mu_{n-2}}{\mu_{n-1}}, \quad \dots$$

ili



$$\begin{aligned} & \dots, \\ \mu_n \sin i_n &= \mu_{n-1} \sin r_n = \mu_{n-1} \sin i_{n-1}, \\ \mu_{n-1} \sin i_{n-1} &= \mu_{n-2} \sin r_{n-1} = \mu_{n-2} \sin i_{n-2}, \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} & \dots, \\ \mu_1 \sin i_1 &= \mu_0 \sin r_1 = \mu_0 \sin i_0, \end{aligned}$$

jer je za planparalelne slojeve $r_n = i_{n-1}$, $r_{n-1} = i_{n-2}$, ..., $r_1 = i_0$. Ako izmnožimo sve leve strane (5.3) i sve desne strane, posle skraćivanja dobijamo

$$\mu_n \sin i_n = \mu_0 \sin i_0, \quad (5.4)$$

gde je $i_0 = r_1 = \zeta$ posmatrana zenitna daljinastvetlosnog izvora, a $i_n = z$. Tada, znajući da je $\rho = z - \zeta$ i $\mu_0 = 1$ za vakum, izraz (5.4) nozhemo napisati kao

$$\mu_0 \sin \zeta = \sin(\zeta + \rho)$$

ili

$$\mu_0 \sin \zeta = \sin \zeta \cos \rho + \cos \zeta \sin \rho.$$

Pošto je ugao ρ mali, njegov kosinu je jedank jedinici, a sinus ugla jednak samom uglu u radijanima. Posle transformacije imamo

$$\rho = (\mu_n - 1) \operatorname{tg} \zeta. \quad (5.5)$$

Iz ove formule se vidi da atmosferska refrakcija planparalelne atmosfere zavisi **samo do indeksa prelamanja prizemnog sloja atmosfere i ne zavisi od zakona promene indeksa prelamanja sa visinom.**

Koristeći relacije (5.1) i (5.2) formula (5.5) može da se da u pogodnijem vidu

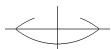
$$\rho = c \cdot \sigma \cdot \operatorname{tg} z = cD \frac{b}{760} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ} \operatorname{tg} \zeta.$$

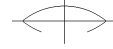
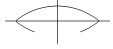
Koeficijent $cD = 60''.30$ može da se dobije iz fizikalnog eksperimenta, ali se preporučuje da se on odredi iz astronomskih posmatranja neke zvezde vidljive u toku noći u gornjoj i donjoj kulminaciji, recimo. Dakle, iznos astronomske refrakcije u prvoj aproksimaciji je

$$\rho = 60''.30 \cdot \frac{b}{760} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ} \operatorname{tg} \zeta, \quad (5.6)$$

gde je b pritisak vazduha u blizini instrumenta u milimetrima živinog stuba, t° odgovarajuća temperatura u stepenima Celzijusa, ζ je posmatrana zenitna daljina svetlosnog izvora. Vidimo da je **refrakcija funkcija zenitne daljine objekta**, tj. refrakcija **pomera lik nebeskog tela po nebeskoj sferi ka zenitu**. Ukoliko svetlosni zrak ne izlazi iz ravni nebeskog vertikalala, onda se **azimut nebeskog tela ne menja**

Dalja poboljšanja izraza za refrakciju se obično čine uključivanjem efekta zakrivljenosti Zemlje (vid sledeći paragraf). Međutim, indeks prelamanja na površini mora ne zavisi samo od lokalnog pritiska i temperature, kako je razmotreno ra-





nije, već i od sastava vazduha i od talasne dužine upadne svetlosti. Sastav atmosfere može da se smatra konstantnim, izuzimajući promene sadržaja vodene pare. Efekt tih promena je dovoljno mali da bi se mogao zanemariti u približnim formulama koje se ovde razmatraju. Situacija je za nijansu ozbiljnija ako razmatramo zavisnost indeksa prelamanja od talasne dužine. Vrednost μ_0 navedena u jednačini (5....) odgovara centru zarčenja u V -oblasti koja se koristi u definisanju vizuelne veličine zvezde. Na celom vidljivom delu spektra, veličina $(\mu_0 - 1)$ varira oko dva procenta, sa odgovarajućom promenom u konstanti aberacije. Rezultat je da se tačkasti lik zvezde rasipa u mali spektar duž kruga vertikala sa ljubičastim krajem bliže zenitu. Ovo može da stvori sistematske efekte u merenjima položaja zvezda raznih boja i uključivanje promena talasnih dužina u jednačinu za refrakciju opravdano je uprkos aproksimativnoj prirodi izvedene jednačine.

Promena indeksa prelamanja usled promene talasne dužine može da se izrazi sa

$$\mu_0 - 1 = 2,871 \cdot 10^{-4} \left(1 + \frac{0,00567}{\lambda^2} \right), \quad (5....)$$

gde je λ talasna dužina u mikronima. Ova varijacija može da se ugradi u jednačinu (5....) dajući ugao refrakcije kao

$$R = 21'' ,3 \frac{P(1 + 0,00567/\lambda^2)}{(273 + t)} \operatorname{tg} z_0. \quad (5.12).$$

§ 5.3. Refrakcija u sferno–simetričnoj atmosferi. Uticaj refrakcije na zenitnu daljinu. Pretpostavimo sada da je Zemljina atmosfera sferno simetrična, tj. sastoji se ne iz planparaleni slojeva jednake gustine i proizvoljno male debljine, već iz takvih sfernih slojeva. Centar simetrije je centar Zemlje, a prava ka zenitu prolazi kroz centar simetrije i kroz topocentar.

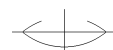
Uočimo centralni ravanski presek atmosfere (slika 5.2.). Označimo granice međe slojevima indeksima od 0 do n , gde nulu dodeljujemo sloju uz površinu Zemlje. Neka su odgovarajući srednji radijusi R_0, R_1, \dots, R_n . Uglove ćemo označiti kao i ranije, a indeksi prelamanja su

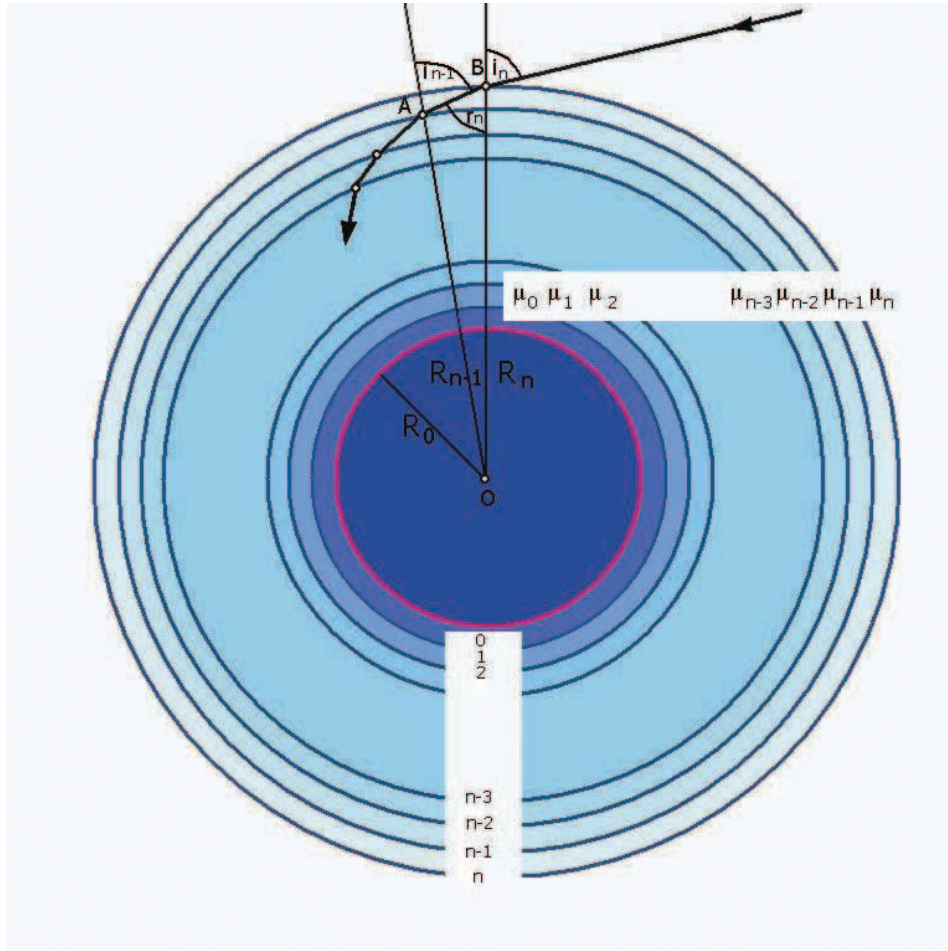
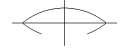
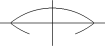
$$\mu_0, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n.$$

Na graničnom sloju sa indeksom n ugao otklona svetlosnog zraka od pravolinijskog prostiranja unutar sloja jednak je razlici upadnog i prelomnog ugla, tj.

$$\Delta\varphi = i_n - r_n.$$

To i jeste iznos refrakcije na granici slojeva sa indeksima prelamanja μ_n i μ_{n-1} . Na granici svakog sledećeg sloja imamo analognu situaciju pa će se ukupno prelamanje svetlosnog zraka dobiti sumiranjem pojedinačnih otklona na granici slojeva.





Слика 5.2. *Радјално симетрична атмосфера*

Znajući da je normala na granicu slojeva normala na tangentu sferni sloj u upadnoj tački, i primenjujući Snelijus–Dekartovo pravilo, imamo da je

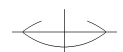
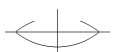
$$\frac{\sin i_n}{\sin r_n} = \frac{\mu_{n-1}}{\mu_n}$$

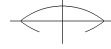
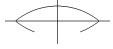
или

$$\mu_n \sin i_n = \mu_{n-1} \sin r_n. \quad (5.7)$$

Pošto je $\Delta\rho$ mala veličina u prvoj aproksimaciji možemo smatrati da je $\sin \Delta\rho = \Delta\rho$ i $\cos \Delta\rho = 1$. Rzvojem sinusa razlike na desnoj strani i koristeći ova pojednostavljenja, dobijamo

$$\begin{aligned} \mu_n \sin i_n &= (\mu_n - \Delta\mu_n)(\sin i_n - \Delta\rho \cos i_n) \\ &= \mu_n \sin i_n - \Delta\mu_n \sin i_n - \Delta\rho \mu_n \cos i_n + \Delta\mu_n \Delta\rho \cos i_n. \end{aligned}$$





Odavde je

$$\begin{aligned}\Delta\rho\mu_n \cos i_n &= -\Delta\mu_n \sin i_n + \Delta\mu_n \Delta\rho \cos i_n \quad \text{i} \\ \Delta\rho &= -\frac{\Delta\mu_n}{\mu_n} \operatorname{tg} i_n + \frac{\Delta\mu_n \Delta\rho}{\mu_n}.\end{aligned}$$

Zbog majušnosti zanemarićemo drugi član na desnoj strani. Srednja vrednost ukupne refrakcije je tada data sumom

$$\sum_0^n \Delta\rho = \rho_m = -\sum_{\mu_0}^{\mu_n} \frac{\Delta\mu_n}{\mu_n} \operatorname{tg} i_n.$$

Smanjujući debljinu slojeva i povećavajući time njihov broj, možemo da dodemo do graničnog slučaja kada broj slojeva teži beskonačnosti a debljina svakog od njih teži nuli. Tada imamo beskonačno veliki broj malih sabiraka, tj. dolazimo do određenog integrala

$$z - \zeta = \int_{\zeta}^z d\rho = \rho = -\int_{\mu_0}^{\mu_n} \operatorname{tg} i_n \frac{d\mu}{\mu}.$$

U ovoj jednačini se indeks prelamanja μ praktično neprekidno menja duž svetlosnog zraka, a i je ugao između tangente na putanju svetlosti i normale na površinu istog μ . Integraljenje se vrši od površi Zemlje gde je $\mu = \mu_0$ do do gornje granice atmosfere gde je $\mu = 1$ i pri tome μ opada od donje granice ka gornjoj granici integraljenja. Smenjujući granice, dobijamo

$$\rho = z - \zeta = \int_1^{\mu_0} \operatorname{tg} i \frac{d\mu}{\mu}.$$

Izvršimo dalju transformaciju poslednje formule. Iz trugla OAB sledi

$$\frac{R_n}{R_{n-1}} = \frac{\sin(180^\circ - i_{n-1})}{\sin r_n}$$

ili

$$\sin r_n = \frac{R_{n-1}}{R_n} \sin(180^\circ - i_{n-1}).$$

Iz relacije (5.7) nalazimo

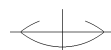
$$\sin r_n = \frac{\mu_n}{\mu_{n-1}} \sin i_n.$$

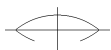
Prema tome,

$$\frac{\mu_n}{\mu_{n-1}} \sin i_n = \frac{R_{n-1}}{R_n} \sin(180^\circ - i_{n-1}),$$

pa možemo da napišemo

$$\mu_n R_n \sin i_n = \mu_{n-1} R_{n-1} \sin i_{n-1} = \dots = \mu R \sin i = \dots = \mu_0 R_0 \sin i_0 = \text{const.}$$





Ovde je i_0 posmatrana zenitna daljina svetlosnog izvora, ζ , R je poluprečni sloja sa indeksom prelamanja μ . Iz poslednje jednačine nalazimo $\sin i$:

$$\sin i = \frac{\mu_0 R_0}{\mu R} \sin \zeta.$$

Znajući $\sin i$, nalazimo izraz za $\operatorname{tg} i$:

$$\operatorname{tg} i = \frac{\frac{\mu_0 R_0}{\mu R} \sin \zeta}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu_0 R_0}{\mu R} \sin \zeta\right)^2}}.$$

Postavimo sada ovu vrednost za $\operatorname{tg} i$ u integral refrakcije

$$\rho = \int_1^{\mu_0} \operatorname{tg} i \frac{d\mu}{\mu}.$$

On dobija oblik

$$\rho = \int_1^{\mu_0} \frac{\frac{\mu_0 R_0}{\mu R} \sin \zeta}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu_0 R_0}{\mu R} \sin \zeta\right)^2}} \frac{d\mu}{\mu} = \int_1^{\mu_0} \frac{\sin \zeta}{\sqrt{\left(\frac{\mu R}{\mu_0 R_0}\right)^2 - \sin^2 \zeta}} \frac{d\mu}{\mu}.$$

U integralu refrakcije μ zavisi od R čime se zadatak komplikuje. Integraljenje se vrši od gornje granice atmosfere do površine Zemlje. Za integraljenje treba znati μ u funkciji R ili h , tj. nadmorske visine. Integral se rešava razvojem u red radikala u podintegralnom izrazu. Ako se uzmu u obzir tri prva člana razvoja u red, rešenje integrala refrakcije biće dato formulom

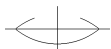
$$\rho = cD \frac{b}{760} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ} (1 - 0,0001462) \operatorname{tg} \zeta \times \\ \times \left(1 - \frac{273^\circ + t^\circ}{273^\circ} \cdot 0,00125294 \sec^2 \zeta + \frac{1}{2} cD \frac{b}{760} \cdot \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ} \sec^2 \zeta \right),$$

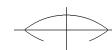
u kojoj je b visina živinog stuba barometra popravljena za temperaturu skale barometra, za geopotencijal za dato mesto, za nadmorsku visinu i za vlažnost vazduha; D je gustina vazduha u tzv. normalnim uslovima, tj. za pritisak 760mm živinog stuba i temperaturu $0^\circ C$; c je uslovno konstanta jer zavisi od indeksa prelamanja vazduha.

U praksi, astronomi su se donedavno uvek koristili specijanim tablicama refrakcije. Danas se većina tih tablica sreće na INTERNET-u u obliku interaktivnih modula. U našoj praksi najpoznatije su Pulkovske tablice. One su napravljene po formuli

$$\log \rho = v + \log \operatorname{tg} \zeta,$$

gde je ζ prividna meridijanska zenitna daljina svetlosnog izvora, a v je logaritam koeficijenta ispred $\operatorname{tg} \zeta$. Logaritam refrakcije računa se za neke početne uslove. Ukoliko se ti uslovi razlikuju od posmatračkih, treba da se računaju dodatne tablice za popravku logaritma refrakcije. Ako stavimo da je $v = \log r$, onda je

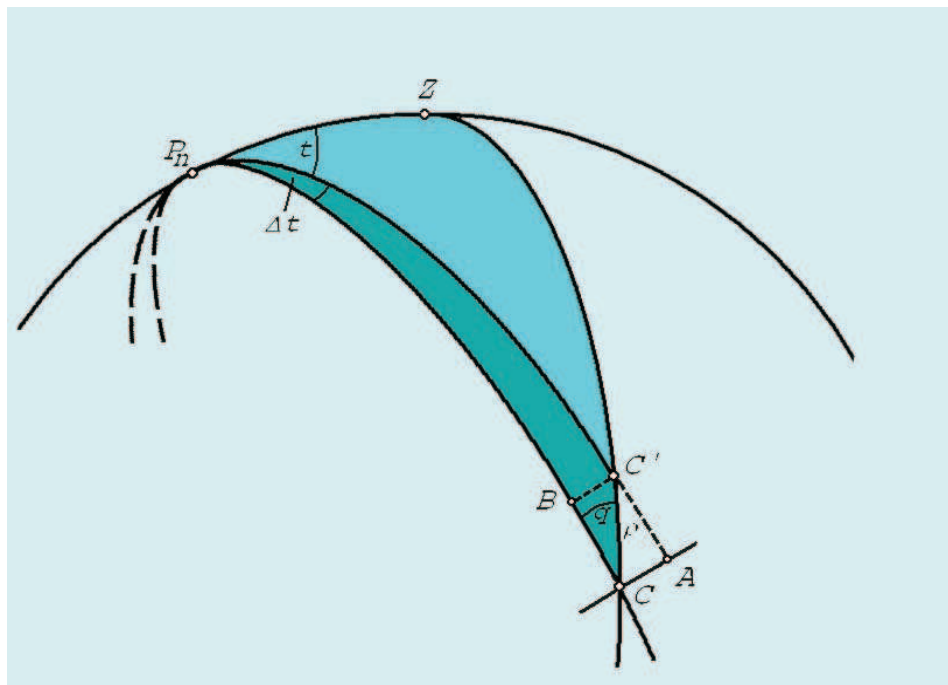




$$\rho = r \operatorname{tg} \zeta.$$

Vrednost veličine r za $z = 45^\circ$, $b = 760 \text{ mm Hg}$, $t^\circ = 0^\circ C$, naziva se *konstantom refrakcije* i iznosi $60''$, 30 i može unekoliko da se menja u zavisnosti od prihvaćene teorije. ❁

§ 5.4. Uticaj refrakcije na rektascenziju i deklinaciju. U rešavanju ovog zadatka zadržaćemo se na veličinama prvog reda, što za zenitne daljine do 70° daje sasvim dobre rezultate. Neka je C (slika 5.3.) pravi položaj nebeskog tela, C' – njegov položaj posle dejstva refrakcije, CA i CB su projekcije refrakcionog pomeranja $CC' = \rho = dz$ na paralel i deklinacijski krug, redom. Spustimo normale iz tačke C'' na $P_n C$ i CA . Tada, znajući da su CBC' i CAC' mali sferni trouglovi, možemo da pišemo



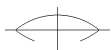
Slika 5.3. Uticaj refrakcije na rektascenziju i deklinaciju

$$CB = d\delta = dz \cos q,$$

$$CA = d\alpha \cos \delta = dz \sin q.$$

Ako se vratimo formulama za paralaktički trougao i određivanju paralaktičkog ugla q , tj.





$$\begin{aligned}\sin z \sin q &= \cos \varphi \sin t, \\ \cos z &= \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t, \\ \sin z \cos q &= \cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t,\end{aligned}$$

i uzimajući da je u ovom slučaju refrakcija

$$dz = r \operatorname{tg} z,$$

dobijamo izraz

$$\begin{aligned}d\delta &= dz \cos q = r \operatorname{tg} z \cos q = r \frac{\sin z}{\cos z} \cdot \frac{\cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t}{\sin z}, \\ \cos \delta \cdot d\alpha &= dz \sin q = r \operatorname{tg} z \sin q = r \cdot \operatorname{tg} z \cdot \frac{\cos \varphi \sin t}{\sin z}.\end{aligned}$$

Skraćivanjem sa $\sin z$ i smenom $\cos z$ iz druge formule paralaktičkog trougla, imamo

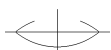
$$\begin{aligned}d\delta &= r \frac{\cos \delta \sin \varphi - \sin \delta \cos \varphi \cos t}{\sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t}, \\ \cos \delta d\alpha &= r \frac{\cos \varphi \sin t}{\sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t}.\end{aligned}$$

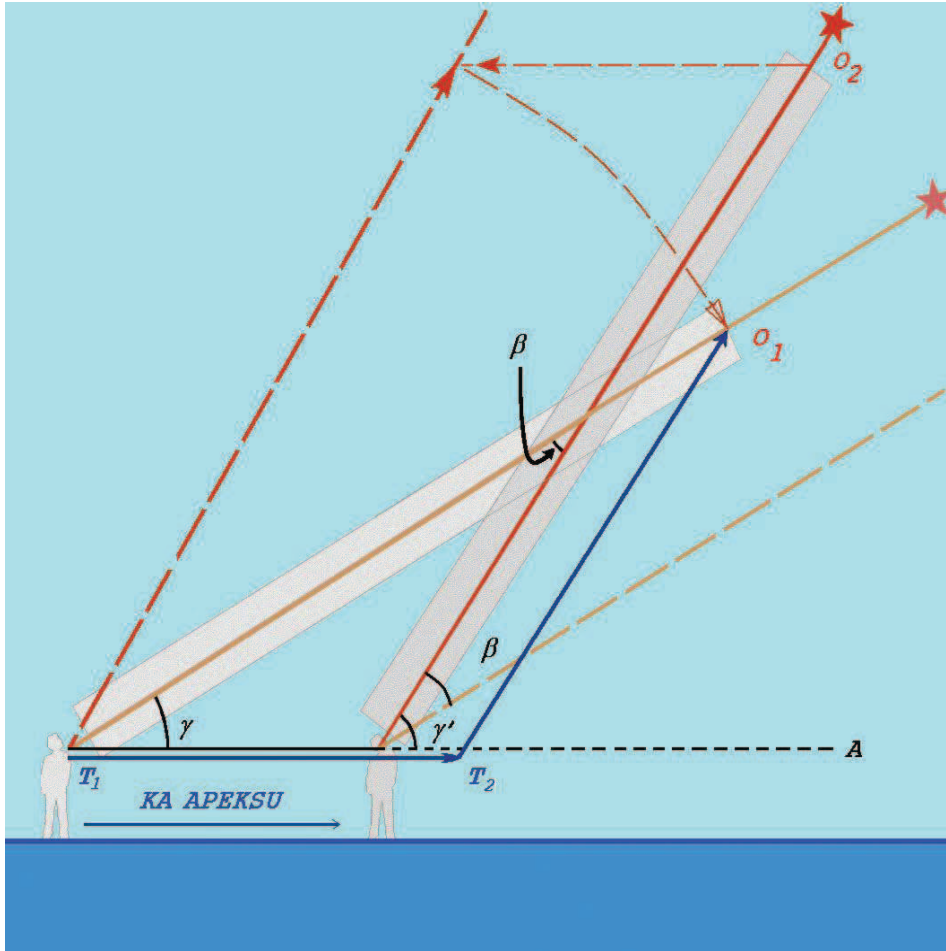
Ako se posmatranje obavlja u meridijanu, tada je $d\alpha = 0$ jer je $\sin t = 0$, a

$$d\delta = r \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos(\varphi - \delta)} = r \operatorname{tg}(\varphi - \delta) = r \operatorname{tg} z.$$

Dakle, za meridijanska posmatranja računa se samo popravka deklinacije usled dejstva refrakcije.

§ 5.5. Aberacija. Ako u istoj geometrijskoj aproksimaciji, u kojoj od nebeskih tela do posmatrača stižu **svetlosni zraci**, posmatramo nebeska tela sa Zemlje koja rotira, koja se kreće po putanji oko Sunca i koja, zajedno sa Suncem, putuje kroz Galaksiju, možemo da uočimo da se svetlosni zraci "naginju" u smeru kretanja. Ilustrirajmo ovu situaciju slikom (5.4.). Dakle, posmatrač na pokretnoj Zemlji posmatra teleskopom nebesko telo. Od trenutka prispeća svetlosnog zraka na objektiv teleskopa do trenutka prispeća u okular, proteklo je vreme τ koje je potrebno svetlosti da pređe put jednak žižnoj daljini teleskopa, O_1T_1 . Ako je kretanje posmatrača i teleskopa usmereno ka nekoj tački A (apeks kretanja!), onda će posmatrač za vreme τ preći put koji je na slici označen sa T_1T_2 . Posmatrač će videti nebesko telo pomereno po velikom krugu nebeske sfere ka tački ka kojoj je u datom trenutku usmeren vektor brzine posmatrača. Ova promena položaja nebeskog tela usled *konačnosti* brzine posmatrača u odnosu na brzinu svetlosti, naziva se *abercijom*. Da bi se lik nebeskog tela našao u centru vidnog polja okulara, posmatrač mora da promeni položaj ose teleskopa za ugao $O_1T_1O_2$. Iznos aberacionog pomeranja $\beta = \sphericalangle O_1T_1O_2$ dobija se iz rešenja trougla $T_1O_2T_2$.





Slika 5.4. Uticaj aberacije na posmatranje

Iz sinusne teoreme imamo

$$\sin \beta = \frac{T_1 T_2}{T_2 O_2} \sin(\gamma - \beta)$$

ili

$$\sin \beta = \frac{v}{c} \sin(\gamma - \beta) = \mu \sin(\gamma - \beta) = \mu \sin \gamma \cos \beta - \mu \cos \gamma \sin \beta.$$

Deleći dobijenu jednačinu sa $\cos \beta$, posle nekoliko transformacija nalazimo

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\mu \sin \gamma}{1 + \mu \cos \gamma}, \quad (5.5)$$

gde je $\mu = v/c$.

Zbog male vrednosti μ imenilac izraza (5.5) može da se razvije u red po μ , naime:



$$\begin{aligned}\mu \sin \gamma (1 + \mu \cos \gamma)^{-1} &= \mu \sin \gamma (1 - \mu \cos \gamma - \mu^2 \cos^2 \gamma - \mu^3 \cos^3 \gamma - \dots) \\ &= \mu \sin \gamma - \frac{\mu^2}{2} \sin 2\gamma - \dots\end{aligned}$$

Zadržavajući se na članovima I reda imamo

$$\beta = \mu \sin \gamma$$

ili

$$\beta'' = 206264'', 8 \frac{v}{c} \sin \gamma. \quad (5.6)$$

Ovde je $206264'', 8$ broj lučnih sekundi u radijanu, v je brzina kojom se kreće posmatrač, c je brzina svetlosti, γ je ugao između smera tubusa teleskopa $T_1 O_1$ i smera brzine v . Tačka A se naziva *apeksom kretanja posmatrača*.

Aberaciono pomeranje nebeskog tela po nebeskoj sferi može da se podvede pod sledeće stavove:

1. aberaciono pomeranje je proporcionalno sinus u ugla između vizure i pravca ka apeksu kretanja
2. aberaciono pomeranje po nebeskoj sferi se vrši po velikom krugu kroz apeks kretanja posmatrača i nebesko telo
3. aberacionim pomeranjem se nebesko telo približava apeksu kretanja posmatrača.

U skladu sa tri vida kretanja Zemlje, razlikujemo i tri vrste aberacije: *dnevna* aberacija, *godišnja* aberacije i *vekovna* aberacija.

Vekovna aberacija nastaje zbog prostornog kretanja celog Sunčevog sistema. To kretanje ima brzinu od $19,5 \text{ km/s}$. Tako je odnos te brzine i brzine svetlosti, pomnožen faktorom za prelaz na ugaonu (lučnu) meru dat izrazom

$$\mu'' = \frac{206264'', 8 v}{c} \approx 13'',$$

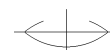
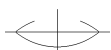
što je, u suštini, konstanta vekovne aberacije. Iznos vekovne aberacije dat je formulom

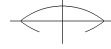
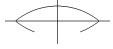
$$\zeta'_0 = 13'' \sin \psi,$$

gde je ψ ugaono rastojanje položaja svetlosnog izvora od apeksa kretanja Sunčevog kretanja. Za koordinate tog apeksa usvojene su vrednosti za rektascenziju i deklinaciju:

$$A = 270^\circ, \quad D = 34^\circ.$$

Brzina prvac kretanja Sunčevog sistema ostaju konstantni za duge vremenske intervale. Zato promena koju ovo kretanje izaziva u koordinatama zvezda ne menja iznos, a to zna—chi da ne mora ni da se obračunava. Pošto se vekovna aberacija ne menja za pojedina nebeska tela, ona ne može ni da se dobije neposredno iz posmatranja.





§ 5.6. Uticaj aberacije na koordinate nebeskih tela. Usled uticaja aberacije menjaju se i koordinate nebeskih tela. Ovde ćemo tu situaciju razmotriti za proizvoljni sistem koordinata. Neka je na slici 5.5. prikazana nebeska sfera sa osnovnom ravni datom krugom kroz B i C sa polom u Π . Označimo koordinate nebeskog tela S u proizvoljnom sistemu sa ξ i η , a koordinate apeksa kretanja posmatrača sa a i d . Neka je osnovni pravac u osnovnoj ravni dat pravcem ka tački O . Koordinatu ξ smatramo pozitivnom u smeru suprotnom od smera kretanja kazaljke na satu po u osnovnoj ravni, gledano iz pola Π . Koordinata η je pozitivna od ravni ka polu i negativna u suprotnom smeru. Pošto aberaciono pomeranje približava položaj tela ka apeksu kretanja posmatrača, to će nebesko telo iz ** pravog položaja* S , datog koordinatama ξ, η , preći u *prividni položaj* S' sa prividnim koordinatama ξ', η' . Ako postavimo odgovarajuće velike krugove kroz te tačke i pol i spustimo normalu SD iz tačke S na krug kroz $\Pi S'$, dobićemo **mali** sferni trougao $SS'D$ na koji možemo da primenimo sinusnu formulu ravne trigonometrije. Znajući da je $AS = \gamma$, $SD = (\xi' - \xi) \cos \eta$, $DS' = \eta' - \eta$ i $SS' = \beta$ i označavajući $\sphericalangle \Pi SA = p$ imamo

$$\begin{aligned}(\xi' - \xi) \cos \eta &= \beta \sin p, \\ \eta' - \eta &= \beta \cos p.\end{aligned}$$

Označavajući u formuli (5.5) koeficijent ispred $\sin \gamma$ sa k imamo

$$\begin{aligned}(\xi' - \xi) \cos \eta &= k \sin \gamma \sin p, \\ \eta' - \eta &= k \sin \gamma \cos p.\end{aligned}\tag{5.6}$$

nađimo izraze za izvode od $\sin \gamma \sin p$ i $\sin \gamma \cos p$. Primenjujući na trougao $AS\Pi$ formule iz grupe trigonometrijskih obrazaca za sferni trougao, nalazimo da je

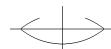
$$\begin{aligned}\sin \gamma \sin p &= \cos d \sin(a - \xi), \\ \sin \gamma \cos p &= \sin d \cos \eta - \cos d \sin \eta \cos(a - \xi).\end{aligned}$$

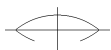
Smenjujući ove izraze u (5.6) dobijamo

$$\begin{aligned}\xi' - \xi &= k \sec \eta \cos d \sin(a - \xi), \\ \eta' - \eta &= k[\sin d \cos \eta - \cos d \sin \eta \cos(a - \xi)].\end{aligned}\tag{5.7}$$

To i jesu formule redukcije za aberaciju u proizvoljnom koordinatnom sistemu. Da bi se one primenile na konkretni koordinatni sistem treba koordinate apeksa (a, d) izraziti u tom koordinatnom sistemu i zameniti koordinate (ξ, η) koordinatama usvojenim za izabrani sistem. Formule (5.7) obezbeđuju potrebnu tačnost za svetlosne izvore–nebeska tela koja su dovoljno daleko od pola koordinatnog sistema. Za tela koja su blizu pola sistema, moraju se da koriste tačne formule, koje uzimaju u obzir i članove drugog reda.

§ 5.7. Uticaj dnevne aberacije na koordinate nebeskog tela. Dnevna aberacija je posledica rotacije Zemlje. Brzina rotacije tačke na geografskoj širini φ' data je formulom





$$v_0 = \frac{2\pi R \cos \varphi' km}{86164 s},$$

gde je 86164 broj sekundi srednjeg vremena u toku jedne rotacije, tj. zvezdanog dana, R je daljina posmatrača od centra Zemlje. Ako se uzme srednji poluprečnik $R = 6368$ km onda je

$$v_0 = 0,464 \cos \varphi' \frac{km}{s}.$$

Ako zamenimo brojevne vrednosti za v_0 i c u formulu (5.7), dobijamo

$$\beta'' = 0'',319 \cos \varphi' \sin \gamma,$$

gde je γ ugao između prvca vizure ka nebeskom telu i tačke istoka ka kojoj je usmereno kretanje posmatrača usled rotacije Zemlje. Pošto je razlika geografske i astronomske širine mala, umesto φ' možemo da uzmemo φ pa je

$$\beta'' = k_0 \cos \varphi \sin \gamma,$$

gde je $k_0 = 0'',319$ i naziva se koeficijentom dnevne aberacije.

Da bi se našao uticaj dnevne aberacije na azimut i visinu nebeskog tela primenimo poslednje formule. Apeks dnevnog kretanja je istočna tačka horizonta. Prema tome, horizontske koordinate apeksa su

$$a = 270^\circ, \quad d = 0^\circ.$$

Neka su A, h, z pravi azimut, visina i zenitna daljina nebeskog tela redom, a A', h', z' prividni azimut, visina i zenitna daljina, tj. veličine u kojima je sadržan uticaj dnevne aberacije. Prethodne formule daju

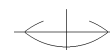
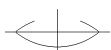
$$\begin{aligned} A' - A &= k \sec h \sin(270^\circ - A), \\ h' - h &= k[-\sinh \cos(270^\circ - A)]. \end{aligned}$$

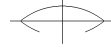
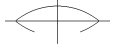
Ako umesto visine uvedemo zenitnu daljinu z i znajući da je za dnevnu aberaciju $k = k_0 \cos \varphi$, dobijamo

$$\begin{aligned} A &= a' + k_0 \cos \varphi z \cos A, \\ z &= z' + k_0 \cos \varphi \cos z \sin A. \end{aligned}$$

Ovo su formule koje daju uticaj dnevne aberacije na horizontske koordinate, azimut i zenitnu daljinu. One omogućavaju da se sa prividnih koordinata pređena prave koordinate. U tim formulama veličine pravih koordinata pod trigonometrijskim funkcijama mogu sa dovoljnom tačnošću da se zamene prividnim koordinatama. Analiza formula pokazuje da dnevna aberacija nema uticaja na zenitnu daljinu nebeskog tela u meridijanu topocentra.

Za račun uticaja dnevne aberacije na ekvatorske koordinate polazimo od istih formula, s tim što su koordinate istočne tačke (apeksa!) u ekvatorskom koordinatnom sistemu date sa $a = 6^h + s$, $d = 0^\circ$, gde je s zvezdano vreme za dati meridijan u datom trenutku. Smenom u ranije formule odgovarajućih koordinata imamo





$$\begin{aligned}\alpha' - \alpha &= k \sec \delta \sin[90^\circ + (s - \alpha)], \\ \delta' - \delta &= -k \sin \delta \cos[90^\circ + (s - \alpha)],\end{aligned}$$

ili

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha' - k + 0 \cos \varphi \sec \delta \cos t, \\ \delta &= \delta' - k_0 \cos \varphi \sin \delta \sin t,\end{aligned}$$

gde je t časovni ugao nebeskog tela, (α, δ) njegove prave koordinate, (α', δ') njegove prividne koordinate u kojima je prisutno dejstvo aberacije. Promena časovnog ugla usled dnevne aberacije jednaka je promeni rektascenzije sa suprotnim znakom, pa je

$$t = t' + k_0 \cos \varphi \sec \delta \cos t.$$

Uticaj dnevne aberacije na kordinate nebeskog tela u trenutku gornje kulminacije dat je sa

$$\begin{aligned}\alpha' - \alpha &= k_0 \cos \varphi \sec \delta, \\ \delta' - \delta &= 0.\end{aligned}$$

Prema tome, $\alpha' - \alpha > 0$, pa se posmatraču čini da telo kulminira nešto kasnije nego što bi to bilo da nema aberacije.

Kako je koeficijent dnevne aberacije k_0 mali, njen uticaj na koordinate zvezda je neznatan. Po pravilu, njen uticaj se računa samo za zvezde sa $\delta > 80^\circ$.

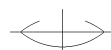
§ 5.8. Godišnja aberacija i njen uticaj na ekvatorske koordinate. Jasno je da smo isključivanjem iz posmatranih topocentričnih koordinata uticaja refrakcije i dnevne aberacije dobili koordinate nebeskog tela za nerotirajuću Zemlju bez atmosfere. Kada se posmatrane koordinate, popravljene za instrumentske greške, oslobode uticaja refrakcije, pa i dnevne aberacije, kažemo da imamo *prividne položaje* nebeskog tela, a koordinate tog tela su *prividne koordinate*, koje su dobijene sa Zemlje koja se kreće oko Sunca. Uticaj tog kretanja treba uzeti u obzir, pa koordinate koje dobijamo posle računa i uklanjanja tog uticaja nazivamo *pravim koordinatama*, a položaj *pravim*. Godišnja aberacija je data formulom

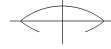
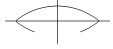
$$\beta'' = 206264'' \cdot 8 \frac{v}{c} \sin \gamma,$$

u kojoj je v srednja brzina Zemlje na putanji, γ je ugao između vizure ka nebeskom telu i pravca trenutnog vektora brzine Zemlje.

Stavljajući da je $206264'' \cdot 8 \frac{v}{c} = \alpha$, što se naziva koeficijentom godišnje aberacije, dobijamo da je $\alpha = 20'', 496$. Usvaja se da se pri kretanju Zemlje oko Sunca vektor njene brzine nalazi u ravni ekliptike. Latituda apeksa jednaka je 0° , a longituda L_A je za oko 90° manja od longituda Sunca, L_\odot .

Pomeranje nebeskog tela usled godišnje aberacije uvek je usmereno u pravcu kretanja Zemlje, zato, u toku godine, prividna mesta deformisana aberacijom opisuju oko pravog položaja elipsu čija je velika poluosa jednaka α i orijentisana je paralelno ekliptici, a mala poluosa je jednaka $\alpha \sin \gamma$. Ako se zvezda nalazi u polu





ekliptike, elipsa postaje krug poluprečnika χ ; ako je zvezda na ekliptici, elipsa se pretvara u luk ekliptike dužine 2χ .

Razmotrimo sada uticaj godišnje aberacije na ekvatorske koordinate. U prvom koraku smatraćemo da je putanja Zemlje krug, a zatim ćemo izvesti promene koordinata pri prelazu na elitičnu orbitu. Neka su L_A, α_A, δ_A longituda i ekvatorske koordinate apeksa kretanja Zemlje. Primenjujući na pravougli trougao γDA odgovarajuće formule, dobijamo (slika 5.5.):

$$\begin{aligned}\sin L_A \sin \varepsilon &= \sin \delta_A, \\ \cos L_A &= \cos \delta_A \cos \alpha_A, \\ \sin L_A \cos \varepsilon &= \sin \alpha_A \cos \delta_A,\end{aligned}$$

gde je ε nagib ekliptike prema ekvatoru, L_A je longituda apeksa. Kako je

$$L_A = L_\odot + 270^\circ$$

, te formule dobijaju oblik

$$\begin{aligned}\sin L_\odot \sin \varepsilon &= \sin \delta_A, \\ \cos L_\odot &= \cos \delta_A \cos \alpha_A, \\ \sin L_\odot \cos \varepsilon &= \sin \alpha_A \cos \delta_A.\end{aligned}\tag{5.8}$$

Primenjujući formule za uticaj aberacije u proizvoljnom koordinatnom sistemu na ovaj slučaj smenom proizvoljnih koordinata ekvatorskim koordinatama, a koordinate apeksa odogovarajućim koordinatama, imamo:

$$\begin{aligned}\alpha' - \alpha &= \chi \sec \delta \cos \delta_A \sin(\alpha_A - \alpha) \\ &= \chi \sec \delta \cos \delta_A \sin \alpha_A \cos \alpha - \chi \sec \delta \cos \delta_A \cos \alpha_A \sin \alpha, \\ \delta' - \delta &= \chi [\sin \delta_A \cos \delta - \cos \delta_A \sin \delta \cos(\alpha_A - \alpha)] \\ &= \chi \sin \delta_A \cos \delta - \chi \cos \delta_A \sin \delta \cos \alpha_A \cos \alpha - \chi \cos \delta_A \sin \delta \sin \alpha_A \sin \alpha.\end{aligned}\tag{5.9}$$

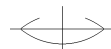
Koristeći formule (5.8) isključimo iz (5.9) koordinate i longitudu apeksa. Tada dobijamo

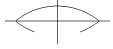
$$\begin{aligned}\alpha' - \alpha &= -\chi \sec \delta \sin \alpha \sin L_\odot - \chi \sec \delta \cos \alpha \cos \varepsilon \cos L_\odot, \\ \delta' - \delta &= \chi (-\cos \alpha \sin \delta \sin L_\odot - \cos \delta \sin \varepsilon \cos L_\odot + \sin \alpha \sin \delta \cos \varepsilon \cos L_\odot) \\ &= -\chi (\cos \delta \sin \varepsilon - \sin \alpha \sin \delta \cos \alpha) \cos L_\odot - \cos \alpha \sin \delta \sin L_\odot.\end{aligned}$$

Iz nebeske mehanike je poznato da je za eliptično kretanje Zemlje

$$k = \chi(1 + e \cos v); \quad L_\odot = 180^\circ + v + L_p.$$

U ovim formulama χ je konstanta godišnje aberacije, usvojene vrednosti $20''$, 496, L_p je longituda perihela, e je eksecentričnost Zemljine orbite, a v je prava anomalija, tj. ugao izme—dju pravca ka perihelu i pravca ka centru Zemlje. Zanimarujuć članove sa e^2 , posle manjih transformacija, dobijamo





$$\begin{aligned}\alpha' - \alpha &= -\chi(\sin \alpha \sin L_{\odot} + \cos \alpha \cos L_{\odot} \cos \epsilon) \sec \delta \\ &\quad + \chi e(\sin \alpha \sin L_p + \cos \alpha \cos L_p \cos \epsilon) \sec \delta, \\ \delta' - \delta &= -\chi \sin L_{\odot} \cos \alpha \sin \delta - \chi \cos L_{\odot} \cos \epsilon \times (\operatorname{tg} \epsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta) \\ &\quad + \chi e[\sin L_p \cos \alpha \sin \delta + \cos L_p \cos(\operatorname{tg} \epsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta)].\end{aligned}$$

Ovo su konačne formula za račun uticaja godišnje aberacije na koordinate nebeskog tela.

Pomoću tih formula dobijamo koordinate (α, δ) koje su oslobođene uticaja godišnje aberacije, ali na osnovi prividnih koordinata (α', δ') koje su dobijene prethodno iz posmatranja i oslobođene refrakcije, a ponekad, i dnevne aberacije. U većini slučajeva dovoljno je da se ograničimo na prve članove tih formula.

Prepišimo ih u nešto izmenjenom obliku:

$$\begin{aligned}\alpha' - \alpha &= \chi \sec \delta \cos \alpha \cos L_{\odot} \cos \epsilon - \chi \sin \alpha \sin L_{\odot} \sec \delta; \\ \delta' - \delta &= -\chi \cos L_{\odot} (\sin \epsilon \cos \delta - \cos \epsilon \sin \alpha \sin \delta) - \chi \sin L_{\odot} \cos \alpha \sin \delta.\end{aligned}$$

Uvedimo u te formule oznake u skladu s jednačinama

$$\begin{aligned}C &= -\chi \cos \epsilon \cos L_{\odot}, & D &= -\chi \sin L_{\odot}, \\ c &= \cos \alpha \sec \delta, & c' &= \operatorname{tg} \epsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta, \\ d &= \sin \alpha \sec \delta, & d' &= \cos \alpha \sin \delta.\end{aligned}$$

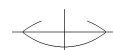
Redukcione formule posle ovih smena dobijaju oblik

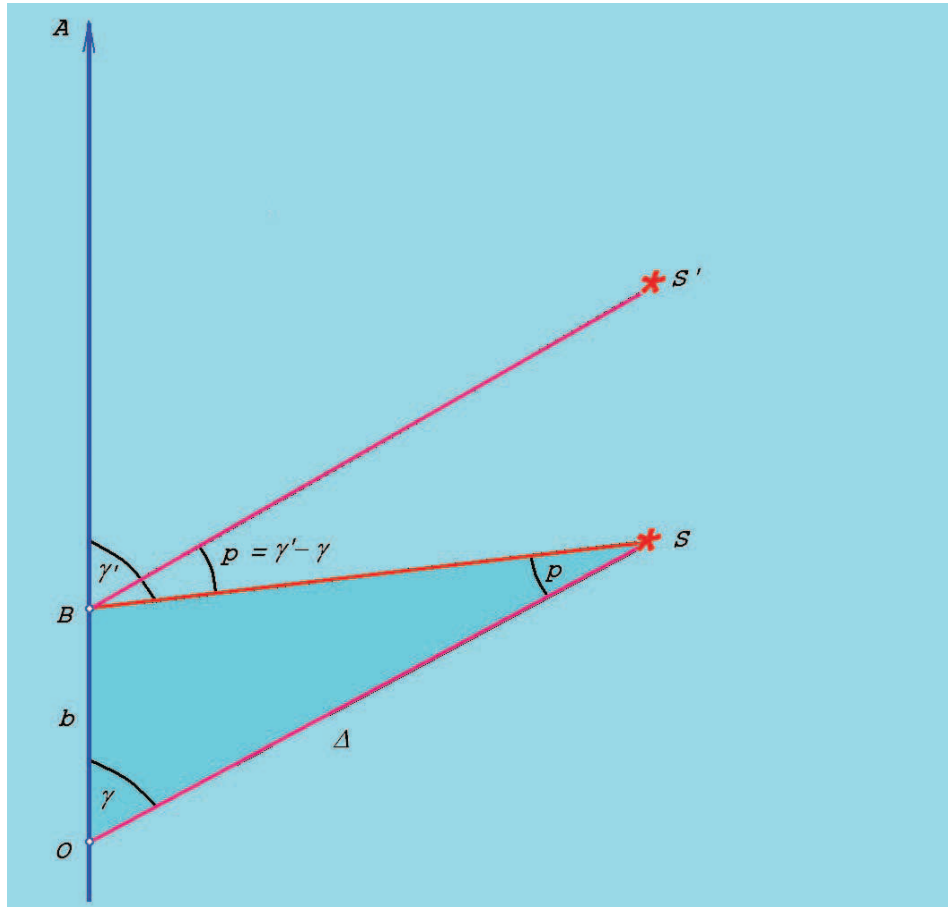
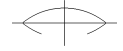
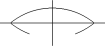
$$\begin{aligned}\alpha' - \alpha &= C c + D d, \\ \delta' - \delta &= C c' + D d'.\end{aligned}\tag{5.10}$$

§ 5.9. Paralaksa. Paralaktičko pomeranje. U najopštijem smislu *paralaksom* nazivamo promenu ugla pod kojim se vidi **data osnovica–bazis** sa **datog rastojanja** usled **promene položaja** posmatrača. Kao i kod aberacije, kretanje posmatrača se za dati trenutak vezuje za tačku na nebeskoj sferi kroz koju nosač vektora brzine posmatrača (ili: tangenta na putanju!?) prodire nebesku sferu; ta tačka se naziva apeksom kretanja posmatrača. *Paralaktičkim pomeranjem* naziva se promena položaja nebeskog tela na nebeskoj sferi izazvana promenom položaja posmatrača. ❀

Paralaktičko "pomeranje" nebeskog tela može da se okarakteriše sledećim osobinama:

1. paralaktičko pomeranje nebeskog tela vrši se po velikom krugu nebeske sfere provučenom kroz apeks kretanja posmatrača, A , i početni položaj tela, S (vidi sliku 5.7.)
2. Usled paralaktičkog pomeranja nebesko telo se udaljava od apeksa A
3. Sinus ugaonog iznosa paralaktičkog pomeranja nebeskog tela proporcionalan je sinus ugaonog rastojanja nebeskog tela od apeksa kretanja posmatrača.





Slika 5.7. Paralaksa

Poslednji stav se iskazuje sa

$$\sin p = \frac{b}{\Delta} \sin \gamma' = \frac{b}{\Delta} \sin \gamma, \quad (5.11)$$

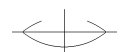
što se dobija iz trougla OBS . Pošto je promena položaja posmatrača, tj. paralaktička baza b , mala u poređenju sa daljinom nebeskog objekta, možemo usvojiti

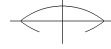
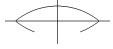
$$\sin \gamma' = \sin \gamma.$$

U toj formuli p je paralaktičko pomeranje, Δ je daljina nebeskog tela, b je baza i γ je ugao između vizure ka nebeskom telu i pravca ka apeksu. Ako je $\gamma' = 90^\circ$ onda je

$$\frac{b}{\Delta} = \sin p_0.$$

U ovom slučaju p_0 je paralaksa tela. Iz ovoga je jasno da je za određivanje udaljenosti nebeskih tela od posmatrača dovoljno znati paralaksu nebeskog tela. U





klasičnom slučaju, određivanje rastojanja u astronomiji je određivanje paralaksi. Veza paralaktičkog pomeranja i paralakse data je formulom

$$\sin p = \sin p_0 \sin \gamma.$$

Kod svih nebeskih tela osim kod Meseca paralaksa za dva posmatrača na Zemlji je manja od $60''$ pa se sinus malog ugla može zameniti samim uglom u radijanima, tj.

$$p = p_0 \sin \gamma. \quad (5.12)$$

§ 5.10. Paralaksa u proizvoljnom sistemu koordinata. Izvedimo formule uticaja paralaktičkog pomeranja na koordinate u proizvoljnom sistemu koordinata, sa tačnošću do malih veličina prvog reda. Neka je A apeks promene položaja (rezultata kretanja!) posmatrača; koordinate apeksa su (a, d) . Neka je S početni položaj nebeskog tela, S' položaj izmenjen (pomeran) usled paralakse. Označimo tim redom i koordinate nebeskog tela sa (ξ, η) i (ξ', η') . Čitanje koordinata η, η', d vrši se od osnovnog kruga BOC u smeru ka polu Π , a koordinate ξ, ξ', a od tačke O u osnovnoj ravni u smeru suprotnom od smera kretanja kazaljake na časovniku, ako se gleda iz pola Π . Spustimo normalu SK na luk $\Pi\xi$. Smatrajući da je trougao $SS'K$ mali, posle primene sinusne teoreme ravne trigonometrije, nalazimo

$$\begin{aligned} (\xi - \xi') \cos \eta' &= p \sin P, \\ \eta - \eta' &= p \cos P. \end{aligned}$$

Zbog malog iznosa paralaktičkog pomeranja u formuli (5.12) $\sin p$ može da se zameni uglom p u radijanima. Smenom u poslednje formule, imamo

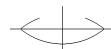
$$\begin{aligned} (\xi - \xi') \cos \eta &= \frac{b}{\Delta} \sin \gamma \sin P, \\ \eta - \eta' &= \frac{b}{\Delta} \sin \gamma \cos P. \end{aligned}$$

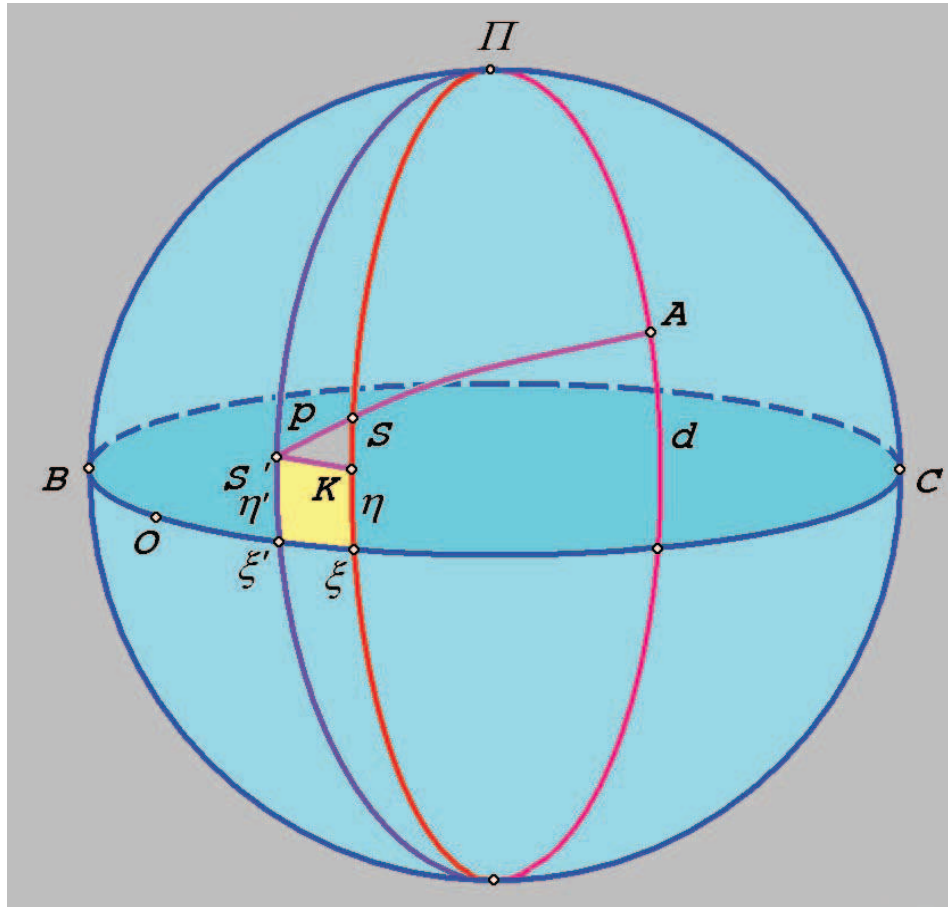
Proizvode $\sin \gamma \sin P$ i $\sin \gamma \cos P$ možemo transformisati ako na sferni trougao $\Pi S' A$ primenimo odgovarajuće obrasce sferne trigonometrije, pa je

$$\begin{aligned} \sin \gamma \sin P &= \cos d \sin(a - \xi), \\ \sin \gamma \cos P &= \sin d \cos \eta - \cos d \sin \eta \cos(a - \xi). \end{aligned}$$

Dalje je

$$\begin{aligned} \xi - \xi' &= \frac{b}{\Delta} \sec \eta \cos d \sin(a - \xi), \\ \eta - \eta' &= \frac{b}{\Delta} [\sin d \cos \eta - \cos d \sin \eta \cos(a - \xi)]. \end{aligned} \quad (5.13)$$



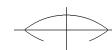


Slika 5.8. Uticaj paralakse

To i jeste formula koja daje uticaj paralakse na koordinate u proizvoljnom sistemu koordinata. Te formule daju sasvim zadovoljavajuću tačnost za nebeska tela koja nisu suviše blizu pola veliko kruga osnovne ravni, izuzev za Mesec, koji ima veliku paralaksu i za koji se primenjuju tačnije formule.

§ **5.11. Dnevna paralaksa.** Neka su $(\alpha_\tau, \delta_\tau)$ topocentrične, (α', δ') geocentrične koordinate nebeskog tela. Prividna promena položaja nebeskog tela na nebeskoj sferi pri zamišljenom prelazu posmatrača iz geocentra u bilo koju tačku na njenoj površini, koji odgovara prelazu sa topocentričnih na geocentrične koordinate, naziva se računom *dnevne paralakse*. Ako se telo nalazi u blizini zenita, pri "prelazu" posmatrača iz centra Zemlje po radijusu, pravac ka nebeskom telu se menja malo; najveće pomeranje biće za tela na horizontu. U tom slučaju je svetlosni zrak od nebeskog tela tangenta na Zemljinu površ u topocentru, a ugao između vizure i pravca ka centru Zemlje je prav. Ugao pod kojim se sa nebeskog





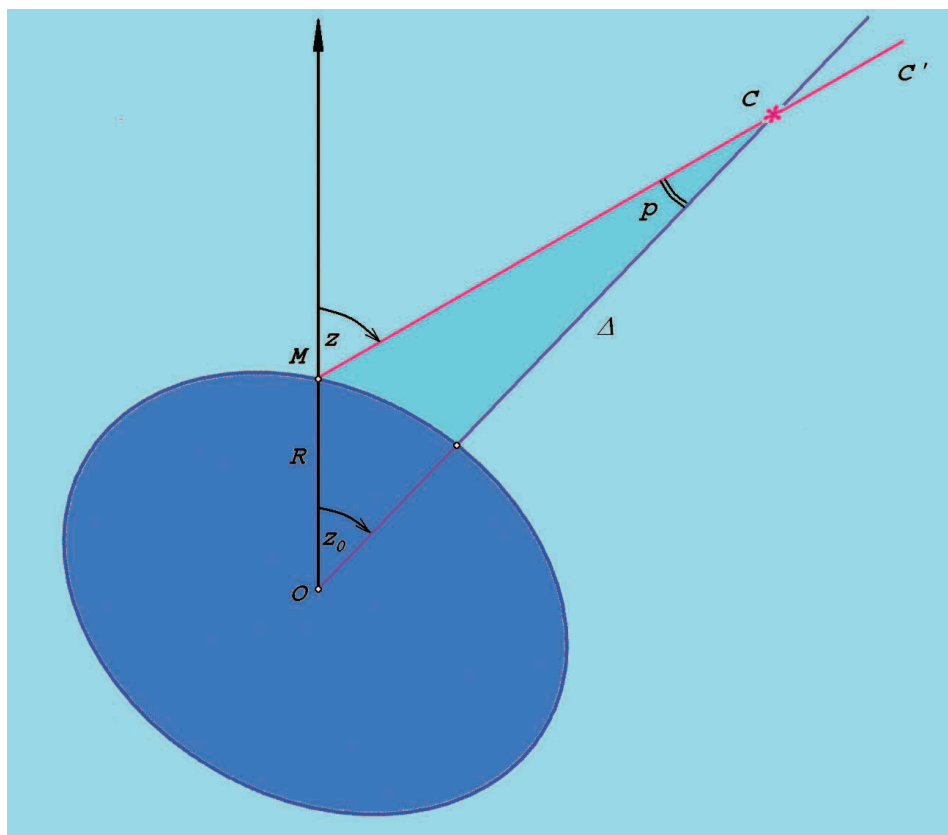
tela na horizontu topocentra vidi poluprečnik Zemlje za dati topocentar, naziva se *horizontskom paralaksom* nebeskog tela. Jasno je da je horizontska paralaksa najveća za posmatrača na ekvatoru. Tada paralaksu nazivamo *ekvatorskom horizontskom paralaksom*. Praksa pokazuje da se samo za tela sa velikom dnevnom paralaksom mora uzeti u obzir i spljoštenost Zemlje u računu paralakse. Iz definicije horizontske paralakse sledi

$$\delta = \frac{R}{\sin p_0}, \quad \text{ili} \quad \sin p_0 = \frac{R}{\Delta}, \quad (5.14)$$

gde je p_0 dnevna horizontska paralaksa nebeskog tela. Formula za paralaktičko pomeranje (5.12) kod dnevne paralakse ima oblik

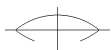
$$p = p_0 \sin z_0,$$

gde je z_0 geocentrična zenitna daljina nebeskog tela, koja se meri do tačke prodora radijus-vektora topocentra kroz nebesku sferu.



Slika 5.9. Dnevna paralaksa





§ 5.12. Uticaj dnevne paralakse na horizontske i ekvatorske koordinate. Polazimo od formula (5.13) za uticaj na proizvoljne koordinate. Za račun dnevne paralakse smatra se da je apeks tog kretanje zenit topocentra (što nije sasvim tačno?). Zenitna daljina geocentričnog zenita je $z = \varphi - \varphi'$, a njegova visina nad horizontom je $h = 90^\circ - (\varphi - \varphi')$. Pri zamišljenom prelazu posmatrača i centra Zemlje po radijusu topocentra u posmatračku tačku na površini Zemlje, koordinate apeksa biće

$$a = 0^\circ, \quad d = 90^\circ - (\varphi - \varphi').$$

Zapamtimo da se u računu uticaja paralakse na koordinatu ξ u proizvoljnom sistemu koordinata, ta koordinata merila u smeru suprotnom od smera kretanja kazaljke na satu gledano iz pola II. U horizontskom sistemu azimut se meri od tačke severa u smeru kretanja kazaljke na satu. Zato imamo

$$\xi = -A, \quad \xi' = -A', \quad \eta = 90^\circ - z, \quad \eta' = 90^\circ - z',$$

Smenom ovih veza i koordinata apeksa u formule (5.13) dobijamo

$$\begin{aligned} A' - A &= \frac{R}{\Delta} z \sin A \sin(\varphi - \varphi'), \\ z' - z &= \frac{R}{\Delta} [\cos(\varphi - \varphi') \sin z - \sin(\varphi - \varphi') \cos z \cos A]. \end{aligned} \quad (5.15)$$

kako je

$$\frac{R}{\Delta} = \frac{R a_e}{a_e \Delta},$$

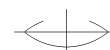
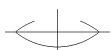
gde je a_e ekvatorski poluprečnik Zemlje, a odnos a_e/Δ je sinus horizontske paralakse, p_0 , nebeskog tela. Zbog male vrednosti p_0 može da se $\sin p_0$ zameni samom paralaksom u lučnim sekundama. Tada poslednje formule mogu da se prepisu u oblike:

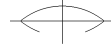
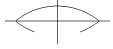
$$\begin{aligned} (A' - A)'' &= p_0'' \frac{R}{a_e} \sin(\varphi - \varphi') z \sin A, \\ (z' - z)'' &= p_0'' \frac{R}{a_e} [\cos(\varphi - \varphi') \sin z - \sin(\varphi - \varphi') \cos z \cos A]. \end{aligned}$$

To i jesu formule redukcija dnevne paralakse horizontskih koordinata. Za sfernu Zemlju, $\varphi' = \varphi$, pa imamo

$$\begin{aligned} A' - A &= 0, \\ z' - z &= p_0 \sin z. \end{aligned}$$

Za izvođenje prelaza sa topocentričnih na geocentrične ekvatorske koordinate koristićemo ponovo formule (5.13), znajući da je apeks pomeranja posmatrača geocentrični zenit. Pošto je geocentrični zenit **uvek u gornjoj kulminaciji**, njegova rektascenzija je jednaka zvezdanom vremenu za dati trenutak, a deklinacija je jednaka geocentričnoj širini topocentra, tj.





$$a = s, \quad d = \varphi'.$$

Smenom koordinata apeksa i odgovarajućih ekvatorskih koordinata u formule (5.13) imamo

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha_\tau &= \frac{R}{\Delta} \sec \delta \cos \varphi' \sin(s - \alpha), \\ \delta' - \delta_\tau &= \frac{R}{\Delta} [\sin \varphi' \cos \delta - \cos \varphi' \sin \delta \cos(s - \alpha')]. \end{aligned}$$

Smenom $R/\Delta = p_0(R/a_e)$, i $s - \alpha' = t$, dobijamo

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha_\tau &= p_0 \frac{R}{a_e} \sec \delta \cos \varphi' \sin t, \\ \delta' - \delta_\tau &= p_0 \frac{R}{a_e} (\sin \varphi' \cos \delta - \cos \varphi' \sin \delta \cos t). \end{aligned}$$

Umesto p_0 može da se stavi π_\odot/Δ , gde je π_\odot dot paralaksa Sunca, a Δ geocentrična daljina nebeskog tela izražena u astronomskim jedinicama. Poslednje formule postaju

$$\begin{aligned} (\alpha' - \alpha_\tau)'' &= + \frac{\pi_\odot}{15} \frac{R}{a_e} \cos \varphi' \frac{\sec \delta \sin t}{\Delta}, \\ (\delta' - \delta_\tau)'' &= \pi_\odot \frac{R}{a_e} \sin \varphi' \frac{\cos \delta}{\Delta} - \pi_\odot'' \frac{R}{a_e} \cos \varphi' \frac{\sin \delta \cos t}{\Delta}. \end{aligned}$$

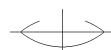
Ovo su formule za prelaz sa topocentričnih $(\alpha_\tau, \delta_\tau)$ na geocentrične (α', δ') koordinate nebeskog tela. Veličine

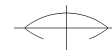
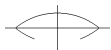
$$\frac{\pi_\odot}{15} \frac{R}{a_e} \cos \varphi', \quad \pi_\odot \frac{R}{a_e} \sin \varphi', \quad \pi_\odot'' \frac{R}{a_e} \cos \varphi'$$

su konstante za datu širinu φ' i računaju se jednom za sve slučajeve.

§ 5.13. Godišnja paralaksa i njen uticaj na koordinate nebeskog tela. Lako je pokazati da dnevna paralaksa ima merljiv uticaj samo na Zemlji bliska nebeska tela (Mesec, Sunce, planete, komete i sl.). Na koordinate zvezda dnevna paralaksa nema merljiv uticaj pa se njihove koordinate posle otklanjanja uticaja refrakcije i aberacije mogu smatrati **geocentričnim**. Da bi se mogle upoređivati koordinate nebeskih tela, merene iz raznih položaja Zemlje na njenoj putanji oko Sunca, te koordinate moraju da se svedu na isti koordinatni početak. Pogodno je za takav početak izabrati centar Sunca, a prelaz na novi koordinatni početak se vrši posle uzimanja u obzir *godišnje paralakse*. Koordinate nebeskih objekata svedene na centar Sunca, nazivaju se *heliocentričnim*. ❀

Godišnja paralaksa je polovina ugla pod kojim se iz položaja nebeskog tela vidi dvostruko srednje rastojanje Zemlja–Sunce. Time se dobija da je ugao kod Sunca u trouglu nebesko telo–Sunce–Zemlja prav, pa imamo





$$d = \frac{A}{\sin \pi}, \quad \text{ili} \quad \sin \pi = \frac{A}{D},$$

gde je D heliocentrična daljina nebeskog tela, A srednje rastojanje Zemlja–Sunce, π je godišnja paralaksa nebeskog tela. Prema tome, da se dobije daljina do zvezde treba odrediti njenu godišnju paralaksu. Može da se pokaže da geocentrični položaj zvezde usled paralaktičkog pomeranja (godišnja paralaksa) opisuje oko njenog heliocentričnog položaja elipsu sa velikom poluosom π i malom poluosom $\pi \sin \beta$.

Za izvođenje uticaja godišnje paralakse na rektascenziju i deklinaciju nebeskog tela, u formulama (5.13) koordinate apeksa su koordinate centra Sunca (apeks godišnjeg kretanja!), tj. koordinate apeksa su ekvatorske koordinate Sunca,

$$a = \alpha_{\odot}, \quad d = \delta_{\odot}.$$

Smenom koordinata apeksa i odgovarajućih ekvatorskih koordinata tela u formule (5.13) imamo

$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= \frac{A}{D} \sec \delta \cos \delta_{\odot} \sin(\alpha_{\odot} - \alpha), \\ \delta' - \delta &= \frac{A}{D} [\sin \delta_{\odot} \cos \delta - \cos \delta_{\odot} \sin \delta \cos(\alpha_{\odot} - \alpha)]. \end{aligned} \quad (5.16)$$

U tim formulama A je daljina Zemlje od Sunca, D je daljina nebeskog tela od Sunca, $\alpha, \delta, \alpha', \delta'$ su redom heliocentrične i geocentrične koordinate nebeskog tela. Pošto je

$$\frac{A}{D} = \frac{A}{A_0} \cdot \frac{A_0}{D} = \frac{a}{A_0} \pi,$$

gde je A_0 velika poluosa Zemljine orbite, a π je godišnja paralaksa tela, onda poslednje izraze možemo da napišemo u obliku

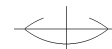
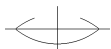
$$\begin{aligned} \alpha' - \alpha &= \frac{A}{A_0} \sec \delta \cos \delta_{\odot} \sin(\alpha_{\odot} - \alpha), \\ \delta' - \delta &= \frac{A}{A_0} \pi [\sin \delta_{\odot} \cos \delta - \cos \delta_{\odot} \sin \delta \cos(\alpha_{\odot} - \alpha)]. \end{aligned}$$

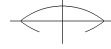
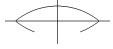
Na desnoj strani su heliocentrične koordinate nebeskog tela koje se, bez gubitka u tačnosti, mogu zameniti posmatranim geocentričnim koordinatama (α', δ') jer je razlika među njima mala i ulaze pod znak trigonometrijskih funkcija sinus i kosinus. Godišnja paralaksa se uzima u obzir samo za mali broj zvezda kod kojih je paralaksa dovoljno velika. U ogromnoj većini slučajeva, ova redukcija otpada i nema razlike između geocentričnih i heliocentričnih koordinata nebeskog tela.

Kada je u pitanju ekliptički koordinatni sistem, koordinate apeksa su geocentrične koordinate Sunca:

$$a = L_{\odot}, \quad d = 0^{\circ}.$$

Zato je





$$l' - l = \frac{A}{A_0} \pi \sec \beta \sin(L_\odot - l),$$

$$\beta' - \beta = -\frac{A}{A_0} \pi \sin \beta \cos(L_\odot - l).$$

Iz istih razloga kao i za ekvatorske koordinate, heliocentrične ekliptičke koordinate na desnoj strani poslednjih formula možemo da zamenimo sa geocentričnim koordinatama. Tako se heliocentrične ekliptičke koordinate računaju iz posmatranih geocentričnih koordinata. Ukoliko se ukaže potreba, može da se izvrši i obrnut prelaz, sa heliocentričnih na geocentrične koordinate zvezda. U nekim slučajevima može da se zanemari ekscentričnost Zemljine orbite i da se usvoji $A = A_0$.

§ 5.14. Sopstvena kretanja zvezda. Pravo kretanje zvezde u prostoru razdvaja se na dve komponente: prva u pravcu vizure, **radijalna komponenta** i druga u ravni koja je upravna na pravac vizure, **tangencijalna komponenta**. Sa stanovišta koordinatne astronomije interesuje nas samo ova druga komponenta, koja se naziva *tangencijalnom* komponentnom kretanja zvezde i zbog koje zvezda najneposrednije menja položaj na nebeskoj sferi. Posmatrano kretanje zvezde po nebeskoj sferu uključuje osim tangencijalne komponente još i kretanje zvezde oko centra galaksije i pomeranje izazvanokretanjem Sunca u odnosu na zvezde (paralaktičko kretanje!). Godišnji iznos pomeranja zvezde po nebeskoj sferi usled svih navedenih uzroka, naziva se *sopstvenim* kretanjem zvezde, u oznaci μ .

Neka je luk velikog kruga SS' godišnje sopstveno kretanje μ zvezde S . Razložimo ga na komponente SF i SF' , gde je SF' upravno na deklinacijski krug P_nS . Komponenta po deklinacijskom krugu, SF , naziva se *sopstvenim kretanjem u deklinaciji*, μ_δ . Komponentu po dnevnom paralelu, SF' , označimo sa $\mu_\alpha \cos \delta$, gde je μ_α *sopstveno kretanje u rektascenziji*. Smatrajući da je trougao $SS'F'$ mali, imamo

$$SF' = \mu_\alpha \cos \delta = \mu \sin q, \quad SF = \mu_\delta = \mu \cos q,$$

gde je q položajni ugao otsečka SS' . Ovi izrazi mogu da se predstave i u obliku

$$\mu_\alpha = \mu \sin q \sec \delta,$$

$$\mu_\delta = \mu \cos q.$$

Odavde nalazimo

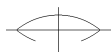
$$\mu = \sqrt{\mu_\alpha^2 \cos^2 \delta + \mu_\delta^2}, \quad \operatorname{tg} q = \frac{\mu_\alpha \cos \delta}{\mu_\delta},$$

tj. iz datim $\mu_\alpha, \mu_\delta, \delta$ dobijamo μ i q . Veličine μ_α, μ_δ i δ su promenljive i zavise od deklinacije zvezde, koja se, opet, menja usled sopstvenog kretanja μ . Diferencirajući jednačine za μ_α i μ_δ *delta*, posle transformacija, dobijamo

$$\frac{d\mu_\alpha}{dt} = 2\mu_\alpha \operatorname{tg} \delta \frac{d\delta}{dt},$$

$$\frac{d\mu_\delta}{dt} = -\mu_\alpha \operatorname{tg}^2 \delta \frac{d\delta}{dt}.$$





ГЛАВА III ЕСТА



Translacija i rotacija koordinatnih sistema

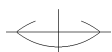
§ 6.1. Precesija i nutacija. Pošto nebeski pol i pol ekliptike u suštini definišu nebeske koordinatne sisteme, promena njihovog položaja među zvezdama označava i promenu koordinatnog sistema u kojem se definišu koordinate tih zvezda. Naravno da se ova opaska odnosi i na ostala nebeska tela, ali smo spomenuli zvezde jer su one referentna tela za materijalizaciju nebeskih koordinatnih sistema, referentnih baza.

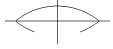
Konvencionalni referentni sistem se može definisati tako da u potpunosti čini **doslednu** osnovu za poređenje. Takav konvencionalni referentni sistem mora uključiti osobenosti referentne baze za dati trenutak (epohu) i sve **procedure i konstante** potrebne da se ova konvencionalna baza može transformisati iz jedne epohe u drugu epohu.

Neophodni deo bilo kog referentnog sistema je navedena procedura za uspostavljanje odnosa referentne baze za jednu epohu sa referentnom bazom za drugu epohu. Ove procedure obuhvataju probleme precesije, nutacije, prostornog kretanja, paralakse, aberacije i savijanja svetlosti. Neki od ovi efekata biće ovde diskutovani i biće dato objašnjenje kako se oni određuju.

Pošto su ravan ekliptike i ravan ekvatora korišćene kao referentne ravni, a njihov presek, pravac ka ekvinokciju, je korišćen kao osnovni (uporišni) pravac, a tačka ekvinokcija kao uporišna tačka, neophodno je uzeti u obzir činjenicu da se ove ravni kreću. Kretanje ekliptike nastaje usled gravitacionog dejstva planeta na Zemljinu orbitu i daje doprinos precesiji poznat kao *planetska precesija*. Da je ekvator fiksiran, kretanje bi izazvalo precesiju ekvinokcija od oko $12''$ po stoleću i umanjeње nagiba ekliptike za oko $47''$ po stoleću. Kretanje ekvatora nastaje usled uticaja obrtnog momenta Sunca, Meseca i planeta na (dinamičku) figuru Zemlje. Prvi efekat je pojava *lunisolarne precesije*, koja je ravnomerno, dugoperiodično kretanje srednjeg pola ekvatora oko ekliptičkog pola, sa periodom od oko 26000 godina, a drugi efekat je pojava *nutacije*, koja je kratkoperiodično kretanje pravog pola oko srednjeg pola sa amplitudom od oko $9''$ i promenljivim periodom do 18.6 godina. Kombinaovano dejstvo lunisolarne i planetske precesije se zove *opšta precesija*.

Za objašnjenje nastanka i dejstva luni-solarne precesije poslužićemo se sledećim razmatranjem. Znamo da je Zemlja u jednoj od aproksimacija vrlo bliska obliku





Zemlje veća od sile na udaljenije ispuččenje, zapravo na centar masa tih ispuččenja, rezultanta njihovog dejstva \mathbf{F}_1 neće prolaziti kroz centar Zemlje već kroz Suncu bližu tačku A (vidi sliku 6.1.).

Da bi Zemlja ostala na orbiti na nju moraju da deluju bar dve uravnotežene sile sa napadnom tačkom u centru Zemlje. Neka su to sile \mathbf{F} i \mathbf{F}_2 u ravni ekliptike jednake po intenzitetu sili \mathbf{F}_1 i međusobno suprotne po smeru. Sila \mathbf{F} zadržava Zemlju na orbiti. Druge dve sile, \mathbf{F}_1 i \mathbf{F}_2 obrazuju par sila sa različitim napadnim tačkama i stvaraju obrtni moment koji prisiljava ravan ekvatora da rotira oko presečne prave ravnih ekvatora i ekliptike, težeći da se te ravni i njihovi polovi poklope.

Mesec se nalazi znatno bliže Zemlji i stvara veći obrtni moment (od momenta koji stvara Sunce) koji teži da poklopi ravan ekvatora sa ravni orbite Meseca. Usled dejstva Sunca i Meseca ravan ekvatora teži da zauzme položaj što bliži ravni ekliptike, a tome se suprotstavlja rotacija Zemlje oko ose.

Iz mehanike je poznato da pri istovremenoj egzistenciji dva obrtna kretanja oko osa koje zaklapaju neki ugao, rezultanta je obrtno kretanje (rotacija!?) oko ose koja leži u ravni prve dve ose i ne poklapa se, po pravilu, ni sa jednom od njih. Da bi se našao položaj te nove ose, treba na pozitivnim smerovima njihove orijentacije smestiti vektore ugaone brzine u odnosu na svaku od njih i izvršiti slaganje tih vektora.

Slaganje se vrši po pravilu paralelograma (u konkretnom slučaju: pravougao-nika, jer je brzina rotacije usmerena po osi rotacije, a brzina koju stvara privlačenje Sunca i Meseca, po osi usmerenoj ka tački prolećne ravnodnevice), pa će njegova dijagonala biti rezultantna ugaona brzina duž koje će biti smeštena i nova obrtna osa rotacije. Treba napomenuti da vektor ugaone brzine ω_1 , koju stvaraju Sunce i Mesec, ne ostaje konstantan već menja svoj intenzitet i pravac u zavisnosti od položaja Sunca i Meseca. Možemo da ga predstavimo geometrijskim zbirom vektora čiji je glavni sabirak usmeren ka tački prolećne ravnodnevice.

Smestimo na osu rotacije ON otsečak čija je dužina proporcionalna brzini dnevne rotacije Zemlje, a na liniju $O\gamma$ smestimo odsečak proporcionalan brzini rotacije koju izaziva navedeni par, lako se možemo uveriti da će nova osa rotacije izaći iz ravni crteža i biće usmerena duž ON' . N' će ležati iznad N u ravni upravnoj na ravan crteža i koja prolazi kroz $N\gamma$. Odavde sledi da će se ekvator, posle obrtanja oko linije QQ , spustiti, linija ravnodnevice će se premestiti ulevo, a tačka letnjeg solsticija će izaći iz ravni crteža. Rezultat je da će Zemljina obrtna osa opisivati konusnu površ oko normale na ravan ekliptike u tački O . Pri takvom kretanju ose severni svetski pol će se kretati promenljivom brzinom i u promenljivom smeru, ali uvek ka toj polovini nebeskog ekvatora na sredini koje se nalazi uzlazni čvor Mesečeve orbite.

Ravan putanje Meseca, koja zaklapa sa ravni ekliptike ugao od oko $5^\circ 9'$, ne zadržava stalni položaj već se linija preseka putanje Meseca i ekliptike (linija čvorova) premešta u ravni ekliptike u susret godišnjem kretanju Sunca praveći pun obrt za 18,6 godina. Usled toga poremećajno dejstvo Meseca na Zemlju stvara oscilacije iste periode u kretanju Zemljine ose. Ove oscilacije se nazivaju *nutacijom*. Nutacija ✿ primorava svetski pol da u toku 18,6 godina opiše oko svog srednjeg položaja elipsu sa osama $18'', 4$ i $13'', 7$. Usled slaganja precesionog i nutacionog kretanja svetski pol će na nebeskoj sferi opisivati talasastu krivu.





Osim Sunca i Meseca, na Zemlju deluju i planete, ali njihov uticaj na ekvatorske deformacije Zemlje, zbog malih masa planeta i relativno velike daljine, može da se zanemari. Međutim, planete utiču na položaj težista (centra masa!) sistema Zemlja+ Mesec, zbog čega se menja položaj ravni Zemljine orbite. To dovodi da se ekliptika i njeni polovi premeštaju po nebeskoj sferi, što dalje dovodi do dodatnog pomeranja tačke ravnodnevice i ta pojava se naziva *planetnom precesijom*. ❀

§ 6.2. Srednji i pravi svetski pol. Pojavu precesije otkrio je Hiparh u II veku p.n.e. Nutaciju je otkrio Bredli 1747. godine. Zbog dejstva precesije i nutacije svetski pol se kreće u odnosu na pol ekliptike po složenoj nezatvorenoj krivoj.

❀ Nebeski ekvator na čiji položaj utiče samo luni-solarna precesija, tj. koji ima samo sekularno kretanje, naziva se *srednjim ekvatorom* za dati trenutak. Isto tako se i tačka prolećne ravnodnevice, koja odgovara položaju srednjeg ekvatora, naziva ❀ *srednjim ekvinokcijem* za dati trenutak. Pol koji odgovara srednjem ekvatoru naziva ❀ se *srednjim svetskim polom*.

❀ Nebeski ekvator i tačka prolećne ravnodnevice, koji imaju, osim sekularnog precesionog kretanja, i nutaciona kretanja nazivaju se *pravim ekvatorom* i *pravom tačkom prolećne ravnodnevice* za dati trenutak. Svetski pol koji odgovara pravom ❀ ekvatoru, naziva se *pravim svetskim polom*. U relativnom nutacionom kretanju pravi svetski pol se kreće oko srednjeg pola po krivoj koja je bliska elipsi čija velika poluosa leži na pravoj kroz pol ekliptike.

Kretanje srednje tačke prolećne ravnodnevice teče skoro ravnomerno. Godišnja brzina precesionog kretanja tačke ravnodnevice menja se za iznos koji ne prelazi $0'',002$ po stoleću. Tačka prave ravnodnevice osciluje oko srednje usled nutacije.

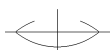
❀ Sve veličine čije je određivanje povezano sa tačkom prolećne ravnodnevice dobijaju dvostruki smisao. Na primer, zvezdano vreme, koje se određuje kao časovni ugao tačke srednje prolećne ravnodnevice, postaje *srednje zvezdano vreme*. Zvezdano vreme, koje se određuje kao časovni ugao tačke parve prolećne ravnodnevice, ❀ postaje *pravo zvezdano vreme*.

Razlika pravog i srednjeg zvezdanog vremena jednaka je nutaciji u rektascenziji tačke prolećne ravnodnevice.

Sva posmatranja nebeskih tela koja su dobijena u raznim trenucima, odnose se na pravu tačku prolećne ravnodnevice i na pravi ekvator za trenutke posmatranja. Ako se one poprave za kretanje pravog pola u odnosu na srednji svetski pol (tj. za nutaciju), koordinate će se odnositi na srednju ravnodnevnicu i na srednji ekvator za dati trenutak.

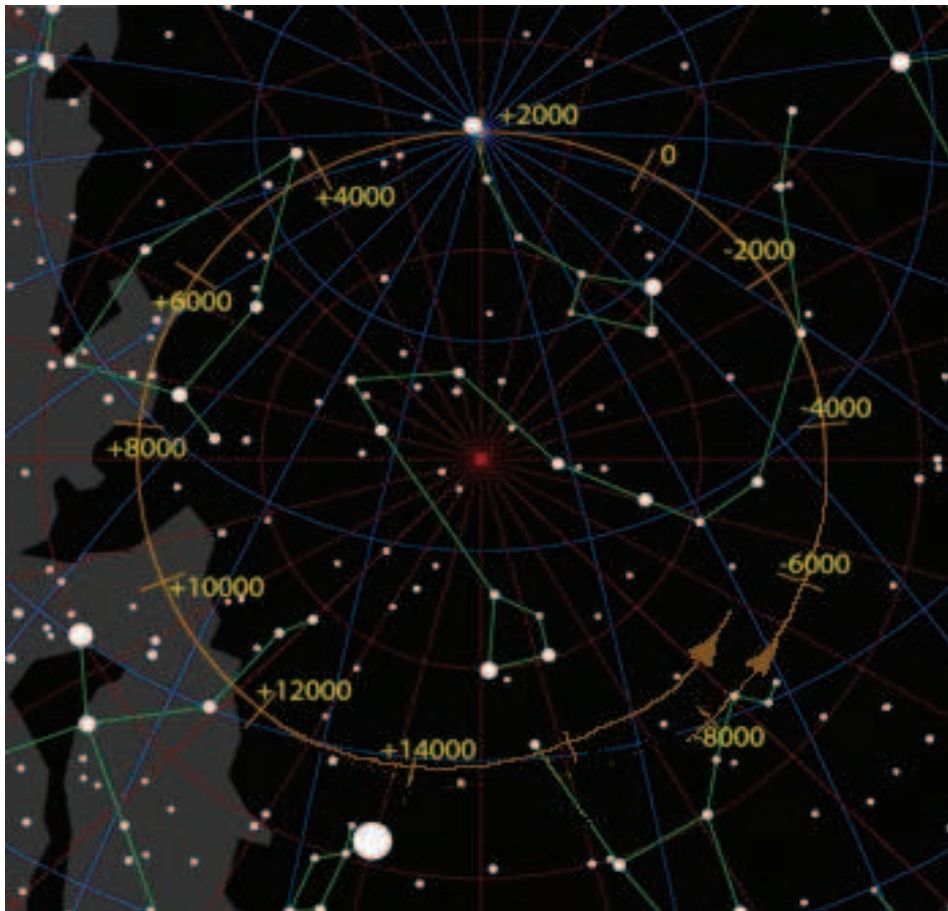
§ 6.3. Posledice kretanja ekvatora i ekliptike. Ako nebesku sferu gledamo iznutra, možemo da "vidimo" da se pol ekvatora usled luni-solarne precesije kreće oko pola ekliptike, i pri tome će vektor brzine pola ekvatora u svakom trenutku biti usmeren ka tački prolećne ravnodnevice.

Pol ekliptike se zbog planetske precesije kreće skoro po velikom krugu pod uglom od 7° u odnosu na liniju koja spaja polove, brzinom oko $0'',47$ godišnje.





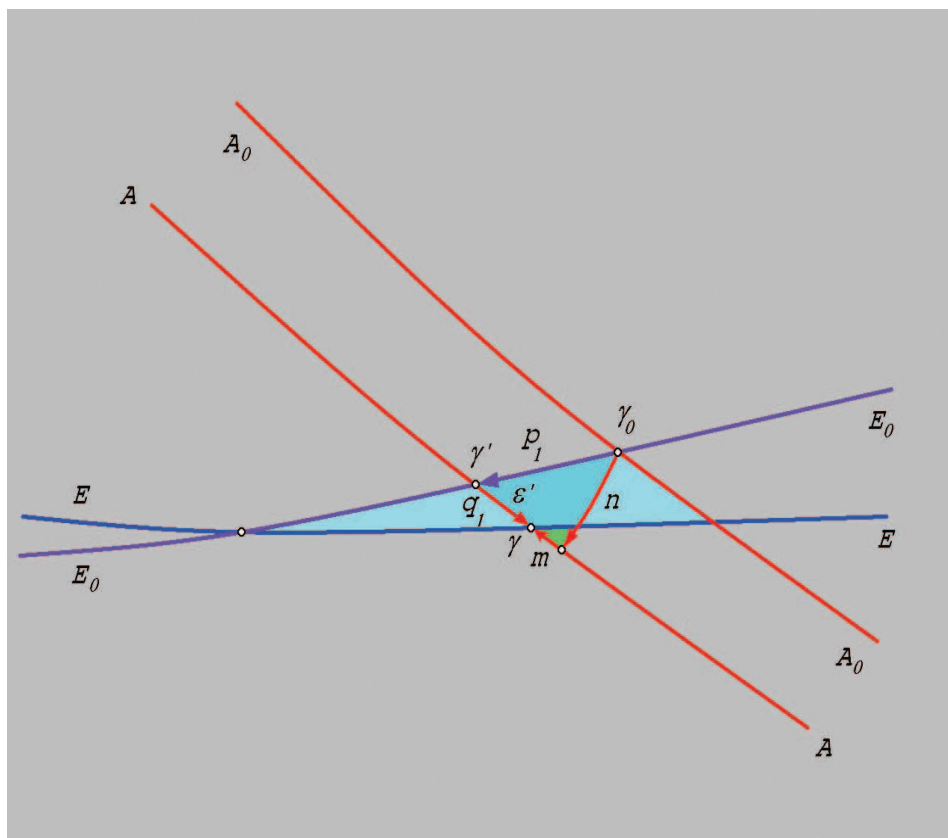
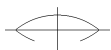
Kretanje ekliptičkog pola u odnosu na pol ekvatora odvija se tako što se pol ekliptike ili približava polu ekvatora ili se udaljava od njega. Time se ugao nagiba ekliptike prema ekvatoru stalno menja, bilo da se uvećava, bilo da se smanjuje. Period promene nagiba se meri hiljadama godina. Na primer, tekuće smanjivanje nagibnog ugla trajaće oko 15000 godina, a zatim će se nagib povećavati. Na slici 6.2. prikazano je kretanje severnog svetskog pola i severnog ekliptičkog pola među zvezdama u intervalu (-8000, + 18000) godina.



Slika 6.2. Kretanje svetskog pola od -8000. do +18000. godine

Uzmimo položaj srednjeg ekvatora $A(t)$ i ekliptike $E(t)$ za neki trenutak t . Za vreme dt ravni se premeste i u trenutku $t + dt$ zauzmu nove položaje: srednji ekvator $A(t + dt)$ i ekliptika $E(t + dt)$. Za taj mali vremenski interval premeštanje srednjeg ekvatora nastalo je zbog dejstva luni-solarne precesije, a premeštanje ekliptike, usled dejstva planetne precesije. Ravan ekliptike se rotira oko prave kroz tačku N . I jedno i drugo premeštanje izazivaju promenu položaja tačke prolećne ravnodnevice. Ovo kretanje može da se razloži na komponente u ekvatorskoj i ekliptičkoj ravni.





Slika 6.3. *Precesija*

Na slici 6.3., koja predstavlja nebesku sferu gledanu spolja, dati su A_0A_0 i E_0E_0 , ekvator i ekliptika za početnu epohu, i AA i EE ekvator i ekliptika za trenutni položaj. Usvojeno je da se pomeranje tačke prolećne ravnodnevice po longitudi označava sa

$$p = P \cos \varepsilon,$$

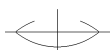
- ✿ gde je P konstanta Njukombove luni-solarne precesije. Ona zavisi od dimenzija i unutrašnje građe Zemlje, a takođe od putanjskih elemenata Meseca u kretanju oko Zemlje i elemenata putanje sistema Zemlja+Mesec u kretanju oko Sunca. Njukomb je odredio za P vrednost $P = 54'', 9066$ po tropskoj godini;

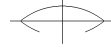
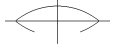
$$p_1 = p + q_1 \cos \varepsilon$$

je godišnja luni-solarna precesija, gde je q_1 godišnja planetska precesija;

$$m = p_1 \cos \varepsilon - q$$

je godišnja luni-solarna precesija u rektascenziji;





$$n = p_1 \sin \varepsilon$$

je godišnja luni–solarna precesija u deklinaciji:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\chi \cos N,$$

gde je χ vekovna brzina rotacije ekliptike oko trenutne ose, koja leži u njenoj ravni, pri čemu se kraj ose koji je bliži tački prolećne ravnodnevice u trenutku t nalazi na daljini $N = 6^\circ 30', 32 - 54', 770T$ od tačke prolećne ravnodnevice, gde je T vremenski interval u tropskim stolicima protekao od epohe 1850,0. Obično se usvaja da je interval dt jedinica, pa su put i brzina brojno jednaki i precesione veličine se pišu bez faktora dt .

Iznos planetske precesije $q_1 = \gamma M/dt$ dobija se iz rešenja uskog sfernog trougla $MN\gamma$; is sfernih obrazaca imamo

$$\chi dt \cdot \sin NM = \gamma M \sin(180^\circ - \varepsilon)$$

ili

$$\chi dt \cdot \sin NM = \gamma M \cdot \sin \varepsilon.$$

Na graničnoj vrednosti luk NM postaje daljina od kraja trenutne obrtne ose ekliptike do tačke prolećne ravnodnevice, tj. luk $N\gamma = N$. Zato, smenom γM sa $q_1 dt$ i $\sin NM$ sa $\sin N$, možemo da napišemo

$$q_1 dt \sin \varepsilon = \chi dt \sin N,$$

odakle je

$$q_1 = \chi \sin N \operatorname{cosec} \varepsilon.$$

Na taj način brzine promena rektascenzija i deklinacija imaju oblik

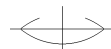
$$\begin{aligned} m &= p_1 \cos \varepsilon - q_1 = P \cos^2 \varepsilon - \chi \sin N \operatorname{cosec} \varepsilon, \\ n &= p_1 \sin \varepsilon = P \cos \varepsilon \sin \varepsilon. \end{aligned}$$

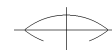
Veličine m i n zavise od veličine P , koju možemo da smatramo konstantnom, i od veličina ε , χ i N , koje se sporo menjaju sa vremenom izazivajući promene m i n .

Prema Anduaieu, m i n imaju vrednosti:

$$\begin{aligned} m &= 46'', 08506 + 0'', 027945T + 0'', 00012T^2, \\ n &= 20'', 04685 - 0'', 008533T - 0'', 00037T^2, \end{aligned}$$

gde je T broj tropskih stoleća posle 1900,0.





Napravimo sledeću konstrukciju: iz pravog pola P_n spustimo normalu P_nD na osu y . Iz tačke D podignimo normalu DN na deklinacijski krug P_0C . Možemo da pišemo

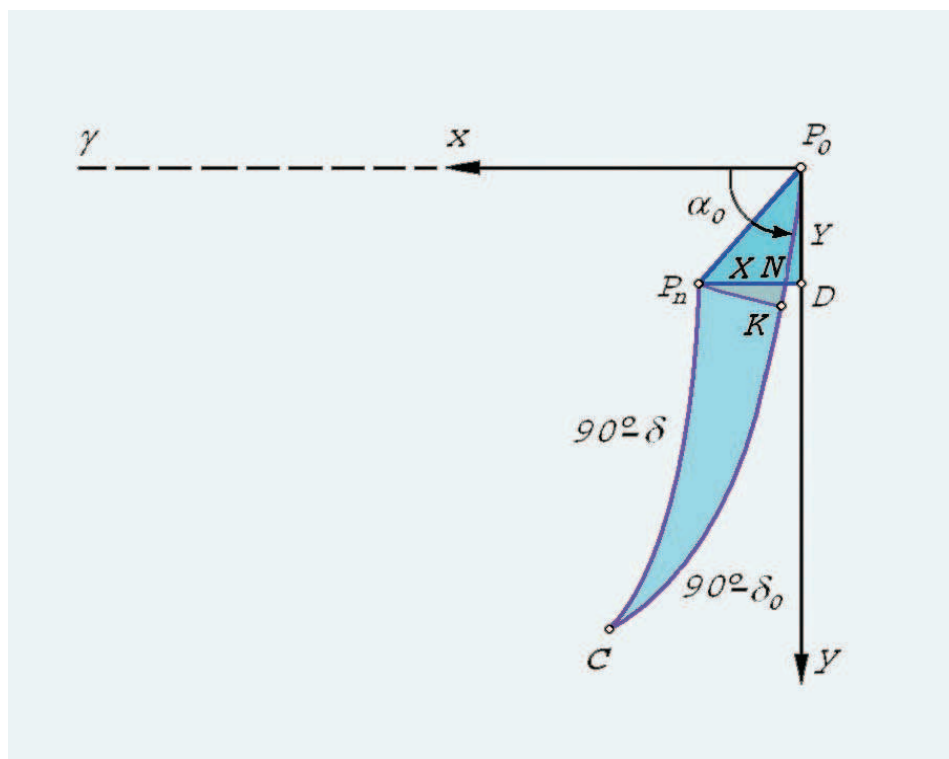
$$P_0K = KN + NP_0 = P_nD \cos \alpha_0 + P_0D \sin \alpha_0,$$

odakle je

$$\delta - \delta_0 = X \cos \alpha_0 + Y \sin \alpha_0.$$

Kretanje pravog pola u odnosu na srednji pol odvija se u smeru kretanja kazaljke na časovniku, posmatrano izvan nebeske sfere na koju se to kretanje projektuje (vidi sliku 6.4.). Ovo kretanje se razlaže na dve komponentne:

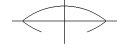
1. Pomeranje pravog pola po luku velikog kruga koji prolazi kroz srednji pol ekvatora i srednju tačku prolećne ravnodnevice (osa x).
2. Pomeranje pravog pola po luku velikog kruga koji prolazi kroz pol ekliptike i srednji pol ekvatora (osa y).



Slika 6.5. Nutaciono uticaj

Prvo kretanje, tj. pomeranje pravog pola duž x -ose izaziva pomeranje prave tačke prolećne ravnodnevice u odnosu na srednju tačku. Ovo pomeranje se naziva *nutacijom u longitudi* i označava se sa $\Delta\psi$. Drugo kretanje ili pomeranje duž ose ❁





y izaziva promenu nagiba ekliptike prema ekvatoru. Ovo pomeranje se naziva *nutacijom u nagibu* i označava se sa $\Delta\varepsilon$. *

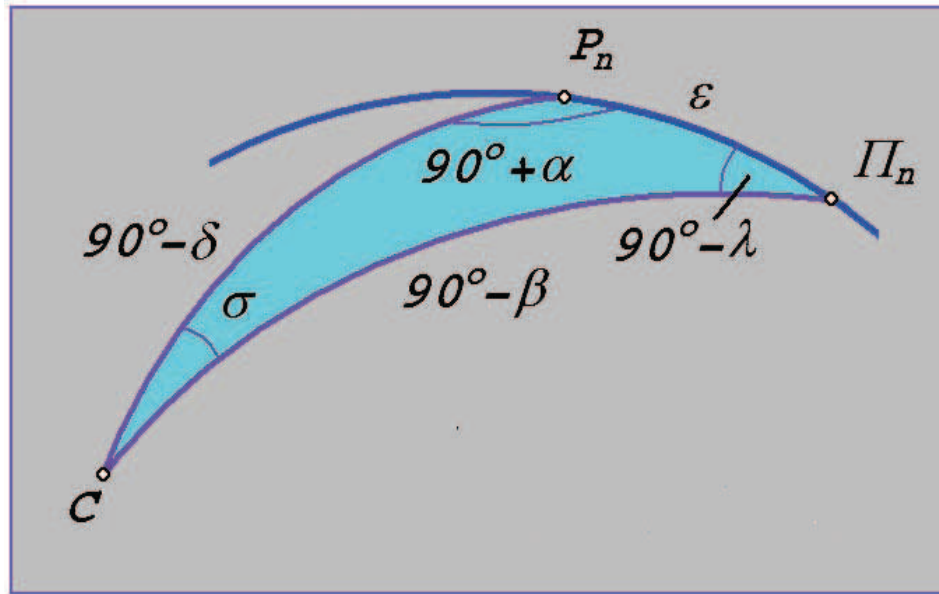
Lako je videti da je $X = \Delta\psi \sin\varepsilon$, gde je $\Delta\psi$ razlika longituda pravog i srednjeg pola ili nutacija u longitudi, i da je $Y = \Delta\varepsilon$, gde je $\Delta\varepsilon$ promena nagiba ekliptike prema ekvatoru usled dejstva nutacije, ili, nutacija u nagibu.

I prvo i drugo kretanje su veoma složeni i predstavljaju se nizom periodičnih članova sa raznim periodama i amplitudama. Članovi sa periodama manjim od * mesec dana nazivaju se *kratkoperiodičnim*, a sa većim periodama, *dugoperiodičnim*. Glavni dugoperiodični član je član sa periodom od 18,6 godina.

Teorija rotacije Zemlje pod poremećajnim dejstvom Sunca i Meseca omogućava da se koordinate pravog pola izraze preko koordinata srednjeg pola formulama

$$\begin{aligned} \Delta\psi \sin\varepsilon &= (-6'', 857 - 0'', 007T) \sin\Omega \\ &\quad + 0'', 083 \sin 2\Omega - 0'', 506 \sin 2L_{\odot} - 0'', 081 \sin 2L_{\lrcorner} + \dots, \\ \Delta\varepsilon &= (+9'', 210 - 0'', 001T) \sin\Omega \\ &\quad - 0'', 090 \cos 2\Omega + 0'', 551 \cos 2L_{\odot} + 0'', 088 \cos 2L_{\lrcorner} + \dots, \end{aligned} \quad (6.1)$$

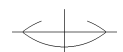
gde je T vreme u tropskim stolećima od epohe 1900,0, Ω je srednja longituda uzlaznog čvora Mesečeve orbite, L_{\odot} , L_{\lrcorner} su srednje longitude Sunca i Meseca, redom.

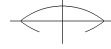
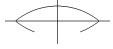


Slika 6.6. Uticaj nutacije

Kada se ne zahteva visoka tačnost, primenjuju se približne formule:

$$\begin{aligned} \Delta\psi \sin\varepsilon &= -6'', 857 \sin\Omega, \\ \Delta\varepsilon &= +9'', 210 \cos\Omega. \end{aligned}$$





✿ Koeficijent uz $\cos \Omega$ u razvoju $\Delta \varepsilon$ koji odgovara velikoj poluosi nutacione elipse naziva se *konstantom nutacije* i označava se sa N .

Da bismo izveli formule razlika $(\alpha - \alpha_0)$ konstruišimo sferni trougao sa temenima u svetskom polu, P_n , u polu ekliptike, Π_n , i u nebeskom telu, C (vidi sliku 6.5.). Treba zapaziti da se luk $C\Pi_n$ ne menja usled kretanja srednjeg i pravog pola; svi ostali elementi su promenljivi. Iz tog trougla imamo, posle primene diferencijalnih formula sferne trigonometrije,

$$\sin(90^\circ - \delta) \cdot d\alpha = \sin \angle P_n C \Pi_n \cdot d\beta - \cos(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ + \alpha) d\varepsilon + \sin(90^\circ - \beta) \cos \sigma \cdot d\lambda;$$

kako je $C\Pi_n = const.$, onda je $d\beta = 0$ i

$$\cos \delta d\alpha = -\sin \delta \cos \alpha d\varepsilon + \cos \beta \cos \sigma d\lambda,$$

ili

$$d\alpha = \frac{\cos \beta \cos \alpha}{\cos \delta} d\lambda - \operatorname{tg} \delta \cos \alpha d\varepsilon.$$

Iz ovog trougla možemo još dobiti i

$$\cos \beta \cos \sigma = \cos \varepsilon \cos \delta + \sin \varepsilon \sin \delta \sin \alpha.$$

Smenom u izraz za $d\alpha$ imaćemo

$$d\alpha = (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta) d\lambda - \operatorname{tg} \delta \cos \alpha d\varepsilon.$$

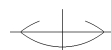
Promena longitude nebeskog tela $d\lambda$ usled dejstva nutacije jednaka je nutaciji u longitudi $\Delta\psi$, a veličina $d\beta$ jednaka je $\Delta\varepsilon$.

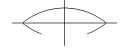
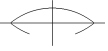
Prema tome, smenom $d\lambda$ i $d\beta$ sa $\Delta\psi$ i $\Delta\varepsilon$, a smenjjujući takođe veličine X i Y u formuli za uticaj nutacije na deklinaciju sa $\Delta\psi \sin \varepsilon$ i sa $\Delta\varepsilon$, redom, konačno možemo da napišemo

$$\begin{aligned} \alpha - \alpha_0 &= \Delta\psi (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) - \Delta\varepsilon \cos \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0, \\ \delta - \delta_0 &= \Delta\psi \sin \varepsilon \cos \alpha_0 + \Delta\varepsilon \sin \alpha_0. \end{aligned}$$

Ovo su formule koje daju uticaj nutacionog pomeranja pola na ekvatorske koordinate. Primenljive su na sve, osim na zvezde bliske polu, kada moraju da se koriste strožije formule.

Posle računa uticaja nutacije, sistem koordinata je vezan za srednji svetski pol. Srednji pol se sporo kreće na pozadini zvezdanog neba. Zato koordinate nebeskog tela koje su dobijene za dva različita trenutka vremena i dalje ne mogu da se uporede. Da bi se sva posmatranja svela na isti trenutak, mora da se izabere sistem koordinata za konkretni trenutak (epohu) vremena i, znajući zakone sekularnog kretanja pola i tačke prolećne ravnodnevice, sva posmatranja treba svesti na taj sistem. Položaj takvog sistema se po pravilu definiše u odnosu na početak Beselove, tropske ili julijanske godine.





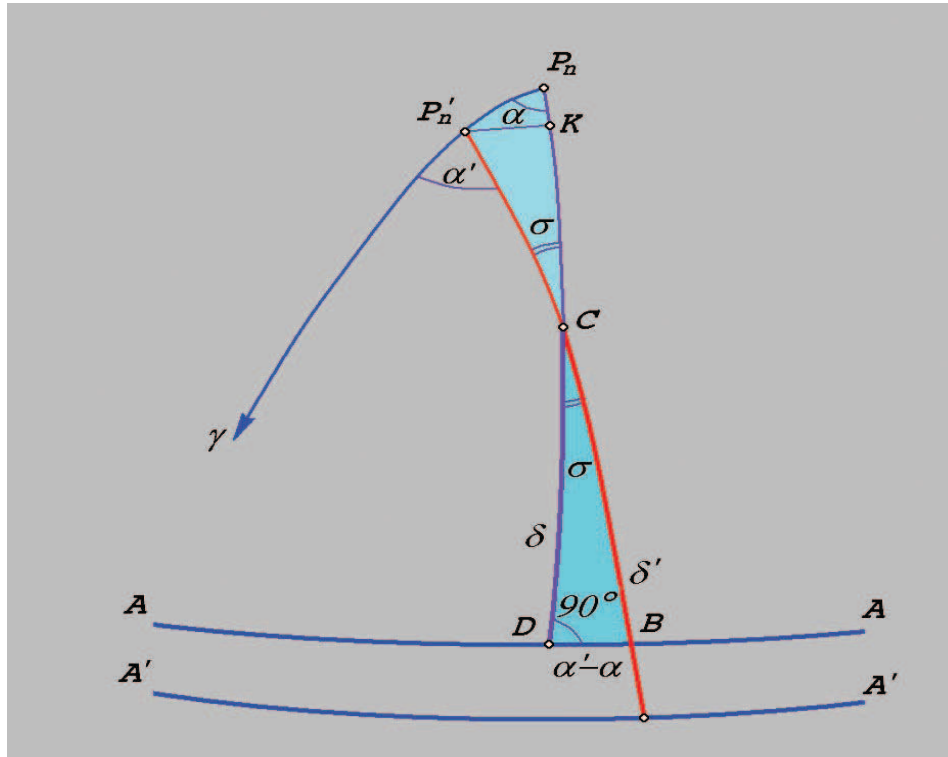
§ 6.5. Brzina promene ekvatorskih koordinata usled precesije.

Razmotrimo preliminarno brzinu promene ekvatorskih koordinata koja je izazvana pomeranjem pola. Neka se u nekom trenutku t srednji svetski pol nalazi u P_n , a u trenutku $t+\Delta t$ se nalazi u P'_n , premestivši se u pravcu tačke prolećne ravnodnevice (slika 6.7.). Polu P_n odgovara ekvator AA , a polu P'_n , ekvator $A'A'$. Neka se koordinate nebeskog tela C u odnosu na pol P_n date sa (α, δ) , a u odnosu na pol P'_n , sa (α', δ') . Neka je luk $DB = \alpha - \alpha'$. Iz uskog sfernog trougla DCB dobijamo

$$\sigma \sin CB = (\alpha' - \alpha) \sin 90^\circ.$$

Veličinu CB možemo da zamenimo sa δ pa dobijamo

$$\alpha' - \alpha = \sigma \sin \delta.$$



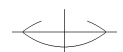
Slika 6.7. Brzina promene ekvatorskih koordinata

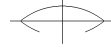
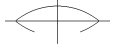
Na isti način, primenjujući tu formulu na uski sferni trougao P'_nCP_n i uzimajući u obzir da je $P'_nCP_n = 90^\circ - \delta'$, nalazimo

$$\sigma \cos \delta' = PP' \sin \alpha.$$

Pošto se pol premešta po deklinacijskom krugu ka tački prolećne ravnodnevice, to je $P_nP'_n = n\Delta t$, gde je $n = p_1 \sin \epsilon$ precesija u deklinaciji.

Znači,





$$\sigma = \frac{P'_n P_n \sin \alpha}{\cos b'} = \frac{n \sin \alpha \Delta t}{\cos b'}.$$

Sada će razlika rektascenzija biti:

$$\alpha' - \alpha = \frac{n \sin \alpha \sin \delta}{\cos \delta'} \Delta t$$

ili

$$\frac{\alpha' - \alpha}{\Delta t} = \frac{n \sin \alpha \sin \delta}{\cos \delta'}.$$

To je brzina premeštanja tačke D po ekvatoru izazvanog promenom položaja deklinacijskog kruga na nebeskoj sferi usled kretanja srednjeg pola i prolećne tačke. Sabirajući ovu brzinu sa brzinom prolećne tačke po rektascenziji, tj. sa veličinom $m = p_1 \cos \varepsilon - q_1$, prelazeći na graničnu vrednost, dobijamo

$$\frac{d\alpha}{dt} = m + n \sin \alpha \operatorname{tg} \delta.$$

Zapazimo da je u ovom izrazu uzeta u obzir i planetska precesija.

Povucimo veliki krug tako da njegov luk $P'_n K$ bude upravan na luk $P_n C$. Smatrajući mali trougao $P_n K P'_n$ ravnim, imamo

$$P_n K = P_n P'_n \cos \alpha;$$

kako je $P_n P'_n = n \Delta t$, onda je

$$P_n K = n \cos \alpha \Delta t.$$

S druge strane

$$P_n K = P_n C - P'_n C = (90^\circ - \delta) - (90^\circ - \delta') = \delta' - \delta.$$

Prema tome,

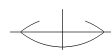
$$n \cos \alpha \cdot \delta t = \delta' - \delta.$$

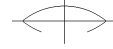
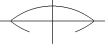
Znači,

$$\frac{\delta' - \delta}{\Delta t} = n \cos \alpha,$$

ili, za graničnu vrednost

$$\frac{d\delta}{dt} = n \cos \alpha.$$





§ 6.6. Promene ekvatorskih koordinata usled precesije. Formule $d\alpha/dt$ i $d\delta/dt$ daju brzinu prmene koordinata usled precesije koordinatnog sistema. Odredimo sada uticaj precesije na rektascenziju i deklinaciju. Neka su date srednje koordinate (α_0, δ_0) za trenutak t_0 . Treba naći koordinate (α, δ) koje odgovaraju trenutku t , tj. po isteku vremena $\Delta t = t - t_0$. U suštini, koristeći diferencijane jednačine

$$\begin{aligned}\frac{d\alpha}{dt} &= m + n \sin \alpha \operatorname{tg} \delta, \\ \frac{d\delta}{dt} &= n \cos \alpha,\end{aligned}\tag{6.2}$$

treba odrediti veličine $\alpha - \alpha_0 = \Delta\alpha$ i $\delta - \delta_0 = \Delta\delta$.

Strogo rešenje ovog zadatka nije nađeno pa se pretpostavlja da se te male razlike mogu razviti u Tejlorov red po $(t - t_0)$:

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha_0 + (t - t_0) \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_0 + \frac{1}{2}(t - t_0)^2 \left(\frac{d^2\alpha}{dt^2}\right)_0 + \frac{1}{6}(t - t_0)^3 \left(\frac{d^3\alpha}{dt^3}\right)_0 + \dots, \\ \delta &= \delta_0 + (t - t_0) \left(\frac{d\delta}{dt}\right)_0 + \frac{1}{2}(t - t_0)^2 \left(\frac{d^2\delta}{dt^2}\right)_0 + \frac{1}{6}(t - t_0)^3 \left(\frac{d^3\delta}{dt^3}\right)_0 + \dots\end{aligned}$$

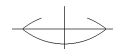
U ovim formulama $(t - t_0)$ se uzima u tropskim ili julijanskim godinama.

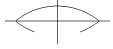
Kako zvezde imaju i sopstveno kretanje, za interval $\Delta t = (t - t_0)$ svaka zvezda prede rastojanje $\mu(t - t_0)$, gde je μ godišnji iznos sopstvenog kretanja. Zato u poslednje formule treba uključiti i popravku za sopstveno kretanje:

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha_0 + \mu_\alpha(t - t_0) + (t - t_0) \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_0 + \frac{1}{2}(t - t_0)^2 \left(\frac{d^2\alpha}{dt^2}\right)_0 + \\ &\quad + \frac{1}{6}(t - t_0)^3 \left(\frac{d^3\alpha}{dt^3}\right)_0 + \dots, \\ \delta &= \delta_0 + \mu_\delta(t - t_0) + (t - t_0) \left(\frac{d\delta}{dt}\right)_0 + \frac{1}{2}(t - t_0)^2 \left(\frac{d^2\delta}{dt^2}\right)_0 + \\ &\quad + \frac{1}{6}(t - t_0)^3 \left(\frac{d^3\delta}{dt^3}\right)_0 + \dots\end{aligned}\tag{6.3}$$

Ove formule služe zato da se, znajući koordinate nebeskog tela u odnosu na srednji ekvator i ekliptiku (tj. ravnodnevicu) za trenutak t_0 izračunaju koordinate nebeskih tela u odnosu na srednji ekvator i ekliptiku (ravnodnevicu) za trenutak t , uz uzimanje u obzir sopstvenog kretanja zvezda, ukoliko se račun izvodi za njih.

U većini astronomskih almanaha se za takav račun daju utabličene vrednosti kako koordinata (α_0, δ_0) tako i njihove promene $d\alpha/dt$ i $d\delta/dt$, tj. godišnja precesija za trenutak t_0 . Osim toga, posebno se daju i sopstvena kretanja μ_α i μ_δ , a ponekad se i godišnja precesija i sopstveno kretanje daju zajedno:





$$\left(\frac{d\alpha}{dt} + \mu_\alpha\right), \quad \left(\frac{d\delta}{dt} + \mu_\delta\right);$$

ovako data promena naziva se *variatio annua*, tj. godišnja promena. ❁

Na drugoj strani, neki almanasi daju vekovnu promenu godišnje promene ovih veličina

$$\left(100\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 100\frac{d\mu_\alpha}{dt}\right), \quad \left(100\frac{d^2\delta}{dt^2} + 100\frac{d\mu_\delta}{dt}\right),$$

koja se još naziva i *variatio saecularis*. ❁

Zato formule (6.3) mogu da se transformišu u

$$\alpha = \alpha_0 + (t - t_0)var.ann._\alpha + \frac{(t - t_0)^2}{200}var.saec._\alpha + \frac{1}{6}\left(\frac{t - t_0}{100}\right)^3 \cdot (C_\alpha),$$

$$\delta = \delta_0 + (t - t_0)var.ann._\delta + \frac{(t - t_0)^2}{200}var.saec._\delta + \frac{1}{6}\left(\frac{t - t_0}{100}\right)^3 \cdot (C_\delta),$$

gde se tzv. treći član daje formulama

$$c_\alpha = 100^3 \frac{d^3\alpha}{dt^3}, \quad C_\delta = 100^3 \frac{d^3\delta}{dt^3}.$$

Sreću se i drugi oblici zapisa za prelaz sa srednjih ekvatorskih koordinata za epohu jedne ravnodnevice na epohu druge ravnodnevice.

§ 6.7. Postupak redukcije posmatračkih koordinata. Ako prosledimo sve što je rečeno u glavama V i VI, možemo postupak redukcije posmatračkih koordinata da svedemo da određeni broj koraka koji se moraju sprovesti u navedenom redosledu.

1. Oslobođajući posmatračke koordinate od uticaja refrakcije dobijamo topocentrične koordinate nebeskog tela za izabrano mesto na Zemlji, bez uticaja atmosfere.
2. Ako u koordinate unesemo popravke za dnevnu aberaciju, imaćemo koordinate koje se odnose na nerotirajuću Zemlju.
3. Ukoliko je potrebno, oslobađanjem koordinata od uticaja dnevne paralakse, "prenosimo" posmatrača u geocentar i dobijamo geocentrične koordinate nebeskog tela.

Dakle, ispravljajući posmatrane poožaje nebeskog tela za instrumentске greške, refrakciju i dnevnu aberaciju, svodimo položaj nebeskog tela na prividni položaj.

4. Uzimajući u obzir uticaj godišnje aberacije, dolazimo do fiktivnog posmatrača i Zemlje koja je nepokretna u odnosu na Sunce za dati trenutak
5. Unoseći popravku za godišnju paralaksu svodimo te koordinate na centar Sunca, tj. dobijamo heliocentrične koordinate nebeskog tela.



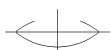


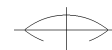
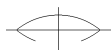
Time su uzeti u obzir svi uticaji koji dovode do deformacije **položaja** nebeskog tela na nebeskoj sferi.

6. Uvodeći u koordinate popravke za nutaciju, dolazimo do koordinata koje se odnose na srednji svetski pol i srednju tačku prolećne ravnodnevice.
7. Uzimajući u obzir posle toga uticaj precesije i sopstvenog kretanja dobijamo srednje koordinate nebeskog tela za izabranu, referentnu epohu, a to je najčešće početak godine.

Dakle, popravljajući koordinate nebeskog tela za godišnju aberaciju, nutaciju, sopstveno kretanje i precesiju, dobijamo srednje koordinate nebeskog tela za izabranu epohu, tj. početak godine.

Prelazak na bilo koju drugu epohu sa izvedenih srednjih koordinata ostvaruje se jednostavnim računom ukupnog uticaja precesije i sopstvenog kretanja za ceo broj godina. Ukoliko se na taj način obrade posmatranja iz dužeg vremenskog intervala za određeni spisak zvezda, svodeći njihove srednje položaje na ravnodnevicu početka neke godine, dolazimo do zvezdanog kataloga, kao prvog koraka u materijalizaciji inercijalnog referentnog sistema.





ГЛАВА СЕДМА

Prilog A

O astronomskim veličinama i konstantama

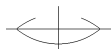
§ 7.1. **Astronomski godišnjaci i fundamentalni sistemi.** Astronomski problemi zadiru u oblast na granici teorijskih rezultata matematike i mehanike i teorijskih i eksperimenatlnih rezultata fizike. Rešavanje tih problema vezano je sa **praktičnim** uspostavljanjem astronomskih prostorno–vremenskih sistema koordinata, materijalizovanih na dužim vremenskim intervalima **fundamentalnim zvezdanim katalozima**, a na kraćim vremenskim intervalima **astronomskim almanasima–godišnjacima**. Sve su to elementi sukcesivnog približavanja oblicima **materijalizacije inercijalnog sistema koordinata**, koji ima **fundamentalni značaj** za nauku u celini, i u užem i u širem smislu.

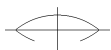
Saglasnost izabranog prostorno–vremenskog (ili nekog drugog) modela sa teorijski očekivanim u astronomskom računu, može da se oceni samo *a posteriori* posmatranja. Zabeležene razlike uslovljene su mnogim uzrocima, ali se ne sme izgubiti iz vida da je jedan od neposrednih izvora tih razlika u **netačnim vrednostima parametara** koji ulaze u teorijske osnove računa. Najlepši primer takvih parametara je **sistem astronomskih konstanti**.

Značaj pojedinih konvencija naglašen je u pojedinim izlaganjima i konkretnim računima. Praćenje samih promena i njihovog značaja teče kroz **izradu i objavljivanje konvencija** koje se donose na odgovarajućim međunarodnim skupovima. Na žalost, ne možemo da ne skrenemo pažnju da na tom, međunarodnom, nivou posledice takvih konvencija po nauku nisu **uvek na prvom mestu**.

U ovom trenutku je razvoj tehnologije računa i interpretacije postupaka dostigao dovoljan nivo da bi se i tom problemu, u okviru astronomije, posvetila odgovarajuća pažnja. Neki autori, baveći se astronomijom, tim promenama daju značaj **kardinalnog pravca**, što ne bi bilo daleko od istine kada bismo znali, u ovom ili bilo kom trenutku, **pravce razvoja** same tehnologije.

Za razliku od **zvezdanih kataloga**, koji, najjednostavnije rečeno, predstavljaju spiskove zvezda sa poznatim koordinatama za određeni trenutak vremena – epoha kataloga – **astronomski almanasi** sadrže **prividne položaje izabranog spsika nebeskih tela i sistema**, koji su izračunati za tekući trenutak sa mak-





simalnom tačnošću na osnovi nekog od **sistema** zvezdanog kataloga! Pored toga, astronomski godišnjaci sadrže i niz aktuelnih podataka o ostalim parametrima koji obeležavaju kako pojedina nebeska tela i njihov položaj u odnosu na posmatrača, tako i kratkoročne prognoze samih parametara, ukoliko su oni, inače, rezultat posmatranja, a ne teorijskih predviđanja u konačnom vidu.

Svi numerički podaci u astronomskim godišnjacima dobijeni su, dakle, iz **zakona teorijske astronomije**; relacije koje su korišćene sadrže u sebi, po pravilu, izvestan broj **konstanti**, koje se, kroz poseban postupak selekcije i uređivanja po značaju, pretvaraju u **sistem astronomskih konstanti**. U velikoj **klasi** astronomskih konstanti koje se odnose na dimenzije, mase, položaje, fizičke karakteristike i kretanja nebeskih tela, postoje u osnovi dve podklase: **realne konstante ili sporo, sekularno promenljive** i **privremene ili skokovito promenljive**. Kako sekularna, tako i skokovita promena su vrlo **uslovne** i najčešće su posledica ili promena u teorijskom pristupu ili razvoja posmatračke prakse u celini, metoda i instrumenata posebno.

§ 7.2. Neke relacije među astronomskim konstantama. Mnoge astronomske konstante su međusobno u vrlo jasnim i strogim vezama dobijenim iz teorijskih osnova astronomije. Ovde ćemo, osim samih konstanti, navesti i neke relacije među njima.

1. Proizvod konstante godišnje aberacije i dnevne paralakse Sunca je konstantna veličina:

$$\chi\pi_{\odot} = C_1, \quad (7.1)$$

gde se konstanta C_1 daje formulom

$$C_1 = \frac{2\pi a_e (206264,8)^2}{cT_s \sqrt{1-e^2}},$$

gde je a_e Zemljin ekvatorski poluprečnik, c je brzina svetlosti, e je ekscentričnost Zemljine putanje i T_s je zvezdana godina. Prema poslednjim podacima veličina $C_1 = 180,245$. Tako je

$$\chi\pi_{\odot} = 180,245,$$

gde su χ i π_{\odot} izraženi u lučnim sekundama.

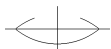
2. Iz prethodne relacije može da se izvede formula koja povezuje srednju orbitalnu brzinu Zemlje, v_0 , i paralaksu Sunca, π_{\odot} . Po definiciji, imamo

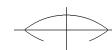
$$\chi = \frac{v_0}{c} \cdot 206264'',8$$

i smenom izraza za χ , dobijamo

$$v_0\pi_{\odot} = 261,753.$$

Ovde je v_0 izraženo u kilometrima u sekundi, a π_{\odot} u lučnim sekundama.





3. Ako se umesto T_s u formulu (1) uvede srednje zvezdano dnevno kretanje Zemlje u radijanima po sekundi srednjeg vremena i u dobijenom izrazu deo

$$\frac{\chi\sqrt{1-e^2}}{\pi_{\odot}} 86400$$

zamenimo njemu jednakom veličinom τ_A , tj. svetlosnim vremenom (svetlosnom astronomskom jedinicom), dobićemo vezu između paralakse Sunca, brzine svetlosti i svetlosnog vremena

$$\frac{a_e}{\sin 1''} \frac{1}{\tau_A \pi_{\odot}} = c.$$

4. Uvođenjem u formulu (1) srednjeg dnevnog kretanja Zemlje, n_{\oplus} , imamo

$$\chi \pi_{\odot} c = a_e n_{\oplus} \sec \varphi (\operatorname{cosec} 1'')^2,$$

ili, za numeričke vrednosti $\chi = 20'', 496$, $\pi_{\odot} = 8'', 794$, $c = 299792, 5 \cdot 10^3$ m/s i $a_e = 6378160$ m, izraz je

$$\frac{\chi \pi_{\odot} c}{a_e} = 8471, 901.$$

5. Ako u formulu (1) umesto a_e stavimo veličinu $A \pi_{\odot} \sin 1''$, koja se dobija iz definicije paralakse Sunca, a umesto $1/\sqrt{1-e^2}$ uvedemo $\sec \varphi$, gde je φ ugao ekscentričnosti Zemljine putanje (tj. $\sin \varphi = e$), dobijamo formulu

$$\chi'' = \frac{2\pi A}{c T_s} \sec \varphi \operatorname{cosec} 1''.$$

6. Proizvod korena iz Sunčeve paralakse i trećeg korena iz recipročne vrednosti mase sistema Zemlja+Mesec izražene u masama Sunca, predstavlja konstantu

$$\pi_{\odot} \sqrt[3]{\frac{1}{m}} = C_2,$$

gde je

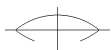
$$m = \frac{M_{\oplus} + M_{\zeta}}{M_{\odot}}, \quad \text{rmi} \quad C_2 = \left(\frac{n_{\oplus} \sin 1''}{86400} \right)^{2/3} \cdot \left(\frac{a_e}{g_0} \frac{\tau}{1 + \mu} \right)^{1/2}.$$

Veličina C_2 zavisi od mase Meseca μ izražene u masama Zemlje, srednjeg dnevnog kretanja Zemlje, n_{\oplus} , njenog ekvatorskog radijusa, a_e , a τ je funkcija nekih parametara koji karakterišu dimenzije, oblik i mehaničke osobine Zemlje. Koristeći numeričke vrednosti astronomskih konstanti koje ulaze u C_2 , možemo dobiti:

$$\pi_{\odot} \sqrt[3]{\frac{1}{m}} = 607'', 052.$$

7. Iz odnosa tačaka 1. i 3. može da se dobije izraz koji povezuje veličinu mase sistema Zemlja+Mesec, u delovima mase Sunca, i konstantu aberacije, χ , tj.





$$\frac{1}{m} = \left(\frac{C_2}{C_1}\right)^3 x^3 \text{ ili } \frac{1}{m} = 38,20x^3.$$

8. Postoji i zavisnost između konstante precesije, konstante nutacije, mase Meseca i mehaničke spljoštenosti Zemlje. Ta zavisnost se daje sledećom jednačinom:

$$p_1 = H \cos \varepsilon \left(P + \frac{\mu}{1 + \mu} Q \right),$$

$$N = HR \cos \varepsilon \frac{\mu}{1 + \mu},$$

gde su P, Q i R poznate funkcije elemenata Sunčeve i Mesečeve putanje, a μ je masa Meseca u delovima mase Zemlje. Zadajući proizvoljne dve nepoznate iz skupa nepoznatih p_1, N, μ, H u tim jednačinama, jednoznačno dobijamo preostale dve nepoznate. Obično se iz posmatranja dobijaju konstanta precesije i konstanta nutacije, a iz jednačina se određuju masa Meseca i dinamička (mehanička) spljoštenost Zemlje. Pod dinamičkom spljoštenošću Zemlje podrazumevamo veličinu

$$h = \frac{C - A}{C},$$

gde su A, C glavni momenti inercije Zemlje (sferoida!).

9. Gausova konstanta i astronomska jedinica su povezane jednačinom

$$k = \frac{2\pi A^{3/2}}{T_s \sqrt{S + E + M}},$$

u kojoj je $T_s = 365,256385$ srednjih dana, $E + M = 1 : 354710$ je masa sistema Zemlja+Mesec, $s = 1$ je masa Sunca, $A = 1$ je astronomska jedinica. Danas su poznate znatno tačnije vrednosti tih veličina, međutim, **stara vrednost** k ostaje nepromenjena jer je ona stavljena u osnovu većine tablica teorijske astronomije. Zato je velika poluosa putanje Zemlje, koja se definiše formulom

$$A_0 = \left(\frac{k T_s \sqrt{S + E + M}}{2\pi} \right)^{2/3},$$

sa savremenim vrednostima navedenih veličina jednaka je $A_0 = 1,00000023AJ$, tj. za 34,4 km je veća od same astronomske jedinice.

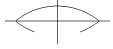
Gore navedene veličine i veličine koje se izvode po istoj analogiji koriste se za usaglašavanje posmatračkih vrednosti astronomskih konstanti pri stvaranju tzv. **sistema fundamentalnih astronomskih konstanti**.

O principima određivanja pojedinih astronomskih konstanti biće govora u sledećem paragrafu.



7.3. Konstante Zemljinog oblika i dimenzija. Neka je Zemlja obrtni elipsoid. Da bi se odredio ekvatorski poluprečnik i najmanja poluosa elip-





soida, treba meriti lukove meridijana na raznim geografskim širinama, najbolje što bliže polu i što bliže ekvatoru da bi razlika, koja po pretpostavci postoji, došla maksimalno do izražaja. Jasno je da je dužina tih lukova jednaka razlici geografskih širina njihovih krajeva.

Označimo meridijanski luk između tačaka A' i B' sa S_1 . Dužina elementarnog odsečka luka jednaka je proizvodu radijusa luka i vrednosti elementarnog ugla, $ds = \rho d\varphi$. Radijus ρ meridijana sferoida je funkcija geodezijske širine φ_1 i dat je izrazom

$$\rho = \frac{q_e(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_1)^{3/2}}.$$

Tada je dužina luka između tačaka $A'(\lambda_1, \varphi_1)$ i $B'(\lambda'_1, \varphi'_1)$ jednaka

$$S_1 = \int_{\varphi_1}^{\varphi'_1} \frac{q(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} d\varphi,$$

gde je A ekvatorski radijus Zemlje, a e je ekscentričnost njenog meridijana.

Integracijom ovog izraza dobijamo S_1 u funkciji $\varphi_1, \varphi'_1, a, e$. Na isti način može da se odredi luk između tačaka A'' i B'' itd., pa se za dati meridijan λ_1 može napisati sistem jednačina

$$\begin{aligned} S_1 &= f_1(\varphi_1, \varphi'_1, a, e), \\ S_2 &= f_2(\varphi_2, \varphi'_2, a, e), \\ &\dots = \dots \\ S_n &= f_n(\varphi_n, \varphi'_n, a, e). \end{aligned}$$

U tim jednačinama se širine (φ_i, φ'_i) za tačke (A^i, B^i) određuju astronomskim metodama; lukovi S_i se određuju triangulacijom.

Za određivanje dve nepoznate e, e dovoljno je izmeriti dva luka pa će se sistem sastojati od dve jednačine. Međutim zbog prisustva raznih grešaka u merenjima, mnogo bolje je izvršiti veliki broj merenja lukova meridijana i odrediti a_e, e po metodi najmanjih kvadrata. Posle toga se određuje dužina polarne poluose

$$b = a\sqrt{1 - e^2},$$

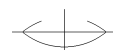
a takođe i odnos

$$f = \frac{a - b}{a}$$

koji karakteriše spljoštenost Zemlje.

Ovaj metod određivanja oblika i dimenzija zemljinog elipsoida, koji se sreće i pod nazivom **stepena merenja**, naziva se **geodezijskim** ili **geometrijskim** metodom. Do pojave veštačkih satelita nazemna merenja su bila preovlađujući metod određivanja elemenata dvoosnih i troosnih elipsoida, kao prelazne aproksimacije u određivanju parametara **geoida**.

Jedan od istorijski najpoznatijih modela dvoosnih i troosnih elipsoida je **elipsoid Krasovskog** čiji elementi su dati sledećim izrazima:





a) Dvoosni elipsoid

$$a_e = 6378295 \pm 16 \text{ m}, \quad f = \frac{1}{298,4 \pm 0,4}.$$

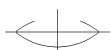
b) Troosni elipsoid

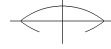
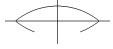
$$a = 6378245 \pm 15 \text{ m}, \quad f = \frac{1}{298,3 \pm 0,4},$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{30000 \pm 2300}, \quad \lambda_0 = +15^\circ \pm 2^\circ, 4.$$

Ovde je a srednji ekvatorski poluprečnik, f je srednja polarna spljoštenost, ε_0 je spljoštenost ekvatora, a λ_0 je longituda najvećeg meridijana ka istoku od Griniča.

Drugi metod merenja je gravimetrijski, kojim se određuje raspodela sile teže po površini Zemlje i iz njega se veoma tačno može odrediti oblik Zemlje, ali ne i njene dimenzije. I jedan i drugi metod se nazivaju **konvencionalnim** metodiima i daju dobru saglasnost rezultata.





П Р И Л О Г Б

Astronomske konstante

§ B.1. Fundamentalne konstante. Najnoviju reviziju sistema astronomske konstante izvršila je IAU 1976. Taj sistem (IAU, 1977) se koristi u godišnjim almanasima od 1984. Za tu godinu *Astronomical Almanac* ima i specijalni dodatak koji daje novi sistem astronomske konstante i neophodna detaljna objašnjenja svih promena u odnosu na ranije brojeve almanaha (*Astronomical Almanac Supplement*, 1984).

Izmenjene su neke upečatljive karakteristike. Pored toga što se koriste nove fundamentalne konstante, izmenjena je osnova za računanje planetskih efemerida, a uvedena je i nova vremenska skala. Ta vremenska skala je TDT, definisana kao

$$\text{TDT} = \text{TAI} + 32^{\text{s}},184. \quad (\text{B.1})$$

Međutim, relacija između svetskog vremena UT i zvezdanog vremena ostaje kao

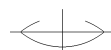
$$\begin{aligned} S_0 \text{ u } 0^{\text{h}} \text{ UT1} &= 6^{\text{h}}41^{\text{m}}50^{\text{s}},54841 \\ &+ 8\,640\,184^{\text{s}},812\,866 T_U \\ &+ 0^{\text{s}},093\,104 T_U^2 - 6^{\text{s}},2 \cdot 10^{-6} T_U^3, \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

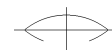
gde je T_U vreme u julijanskim stolicima od 36 525 dana, proteklo od 2000 januar 1, 12^h UT1 (JD 2 451 545,0). Odgovarajući datum u TDB je nova standardna epoha J2000,0, a generalno treba koristiti julijansku epohu definisanu kao

$$\text{J2000,0} + \frac{(\text{JD} - 2\,451\,545,0)}{365,25}. \quad (\text{B.3})$$

IAU sistem konstanti sadrži tri vrste. Razlika je napravljena između konstanti koje definišu (ulaze u definicije)—ima ih samo dve, c i k —osnovnih konstanti, kao i izvedenih konstanti. Tabela B.1 je zasnovana na IAU sistemu, ali je izostavljena razlika između osnovnih i izvedenih konstanti. Osim toga, neke dodatno izvedene vrednosti bile su sadržane zajedno sa dodatnim materijalom koji je u vezi sa galaktičkim koordinatama i Sunčevim apeksom. Skoro sve vrednosti tabele B.1 se već pojavljuju u tekstu ove knjige, ali su ovde sakupljene radi preglednosti.

Svi podaci tabele B.1 su standardizovani za epohu J2000,0. Na taj standardni ekvator i ekvinokcij odnose se ekvatorske koordinate koje su navedene, a tamo gde konstante imaju sekularne promene, navedene vrednosti u tabeli su date sa vredno-





stima konstanti za epohu J2000,0. Napomenimo da je za navedene gravitacione parametre za Sunce i Zemlju mnogo značajniji njihov oblik nego njihove mase. Uzrok srazmerno slabe tačnosti mase Sunca i Zemlje potiče od nepouzdanosti same gravitacione konstante G u SI jedinicama.

Tabela B.1. Fundamentalni astronomski podaci (J2000,0)

<i>Brzina svetlosti</i>	c	$2,997\,924\,58 \cdot 10^5 \text{ km s}^{-1}$
<i>Gausova gravitaciona konstanta</i>	k	$0,017\,202\,098\,95$
<i>Konstanta gravitacije</i>	G	$6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
<i>Masa Sunca</i>	M_{\odot}	$1,9891 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
<i>Heliocentrična gravitaciona konstanta</i>	GM_{\odot}	$1,327\,124\,38 \cdot 10^{20} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
<i>Astronomska jedinica</i>	1 AJ	$1,495\,978\,70 \cdot 10^8 \text{ km}$
<i>Paralaksa Sunca</i>	π_{\odot}	$8'',794\,148$
<i>Poluprečnik Sunca</i>	R_{\odot}	$6,96 \cdot 10^5 \text{ km}$
<i>Masa Zemlje</i>	M_{\oplus}	$5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
<i>Geocentrična gravitaciona konstanta</i>	GM_{\oplus}	$3,986\,005 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
<i>Ekvatorski poluprečnik Zemlje</i>	R_{\oplus}	$6,378\,140 \cdot 10^3 \text{ km}$
<i>Faktor Zemljine spljoštenosti</i>	f	$0,003\,352\,81$
<i>Masa Meseca</i>	M_{\lrcorner}	$0,012\,300\,02 M_{\oplus}$
<i>Poluprečnik Meseca</i>	R_{\lrcorner}	$1,738 \cdot 10^3 \text{ km}$
<i>Nagib ekliptike</i>	ϵ	$23^{\circ}26'21'',448$
<i>Godišnji iznos opšte precesije u longitudi</i>	p	$50'',290\,966$
<i>Godišnji iznos precesije u rektascenziji</i>	m	$3^{\circ},074\,957\,5$
<i>Godišnji iznos precesije u deklinaciji</i>	n	$20'',043\,109$
<i>Konstanta nutacije</i>	N	$9'',2025$
<i>Konstanta aberacije</i>	x	$20'',495\,52$
<i>Ekvatorske koordinate galaktičkog pola</i>		$(12^{\text{h}}51^{\text{m}},3; 27^{\circ}07^{\text{m}})$
<i>Ekvatorske koordinate galaktičkog centra</i>		$(17^{\text{h}}45^{\text{m}},4; -28^{\circ}56')$
<i>Ekvatorske koordinate Sunčevog apeksa</i>		$(18^{\text{h}}08^{\text{m}}; 30^{\circ},5)$

§ B.2. Podaci o planetama. IAU sistem konstanti obuhvata neke preporuke koje se odnose na dimenzije planeta i njihove fizičke karakteristike. One od 1976. (IAU, 1983a) imaju neznatne izmene, a tabela B.2 se zasniva na ovim novim preporukama. Posebno, ekvatorski poluprečnik i spljoštenost se odnose na sferoide koji su korišćeni za aktuelne programe mapa. Dodate su i neke izvedene veličine, kao što su srednje gustine.

Dve zadnje kolone u tabeli B.2 zavise od putanjskih elemenata planeta, koji su dati u tabeli B.3. To su oskulatorni elementi za datum 1985 januar 15,0 TDB^δ. Oni se odnose na ekliptiku i ekvinokcij J2000,0. Takvi oskulatorni elementi omogućavaju da se odrede tačni položaji planeta za relativno kratke vremenske intervale. *Astronomical Almanac* daje takve oskulatorne elemente na 40-dnevnim intervalima i, naravno, za svaki precizan posao treba određivati tekuće vrednosti. Ako se

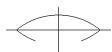


Табела B.2. Физички i rotacioni elementi planeta

Planeta	Ekvatorski polu- prečnik u km	Spiljoštenost	Masa [M_{\odot}^{-1}]	Srednja gustina [kg/m^3]	Period osne rotacije	Period revolucije u Julijanskim god.	Nagib orbite prema ekvatoru
<i>Merkur</i>	2 439	0	6 023 600	5 433	58 ^d ,65	0,240 85	0°,01
<i>Venera</i>	6 051	0	408 523,5	5 246	243 ^d ,01	0,615 19	177,34
<i>Zemlja</i>	6 378,14	0,003 352 81	332 946,0	5 515	23 ^h 56 ^m	1,000 0	23,44
<i>Mars</i>	3 393,4	0,005 186 5	3 098 710	3 942	24 ^h 37 ^m	1,880 7	25,19
<i>Jupiter</i>	71 398	0,064 808 8	1 047,355	1 332	9 ^h 55 ^m	11,861	3,13
<i>Saturn</i>	60 000	0,107 620 9	3 498,5	704	10 ^h 39 ^m	29,570	26,75
<i>Uran</i>	25 400	0,030	22 869	1 310	15 ^h 34 ^m	84,746	97,86
<i>Neptun</i>	24 300	0,025 9	19 314	1 760	18 ^h 26 ^m	166,57	29,55
<i>Pluton</i>	1 500	0	130 000 000	1 100	6 ^d ,39	249,98	117,57

Табела B.3. Oskulatorni elementi planeta za epohu 1985 januar 15,0 TDT, u odnosu na ekliptiku i srednji ekvinokcij J2000,0

Planeta	Velika poluosa u AJ	Srednje kretanje		Ekscentricitet	Nagib	Longituda uzlaznog čvora		Longituda perihela	Srednja longituda za epohu
		a	n			ϵ	i		
<i>Merkur</i>	0,387 099	4,092 34	0,205 629	7°,0059	48°,350	77°,434	209°,6643		
<i>Venera</i>	0,723 326	1,602 15	0,006 772	3,3947	76,723	131,70	67,1413		
<i>Zemlja</i>	1,000 018	0,985 582	0,016 773	0,0020	354,9	102,972	114,7122		
<i>Mars</i>	1,523 638	0,524 061	0,093 298	1,8509	49,604	335,942	11,8733		
<i>Jupiter</i>	5,202 48	0,083 099 1	0,048 058	1,3047	100,467	15,662	300,3429		
<i>Saturn</i>	9,563 29	0,033 331 5	0,050 916	2,4846	113,713	93,444	227,2512		
<i>Uran</i>	19,293 7	0,011 630 3	0,047 285	0,7746	74,056	177,048	249,2488		
<i>Neptun</i>	30,274 3	0,005 917 02	0,006 851	1,7693	131,800	357,07	272,2648		
<i>Pluton</i>	39,682 3	0,003 942 83	0,252 786	17,1313	110,421	224,499	217,4574		



vrednosti tabele B.3 koriste za trenutke udaljene od date epohe, recimo nekoliko godina, tada izvedeni položaji planeta mogu, u neželjenim slučajevima, biti pogrešni skoro jedan stepen. Korišćenje podataka tabele B.3, za predloženi period, daje mogućnost da se ustanovi opšta oblast pretraživanja za planetu.

Putanjski elementi su, u stvari, sekundarne veličine. Efemeride planeta i efemeride Meseca u *Astronomical Almanacu* zasnovane su na numeričkoj integraciji (označenoj sa DE 200/LE 200) celokupnog Sunčevog sistema od 1800. do 2050. godine. Imajući ovo u vidu, položaji i vektori brzina su računati u pravouglim koordinatama koje se odnose na ekvator i ekvinokcij J2000,0. Tada se oskulatorni elementi računaju iz trenutnih vrednosti vektora položaja i brzina pomoću metoda koji je razmatran u ranijim §.

